



கல்விப் பொதுத் தராதரம்  
(உயர்தரம்)



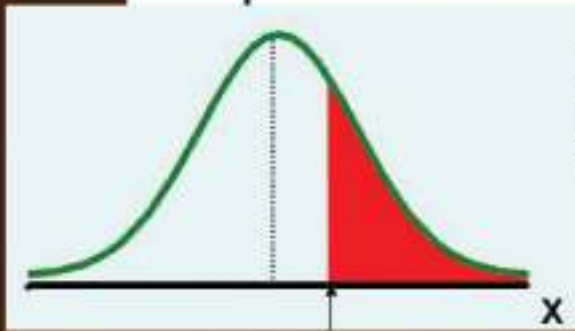
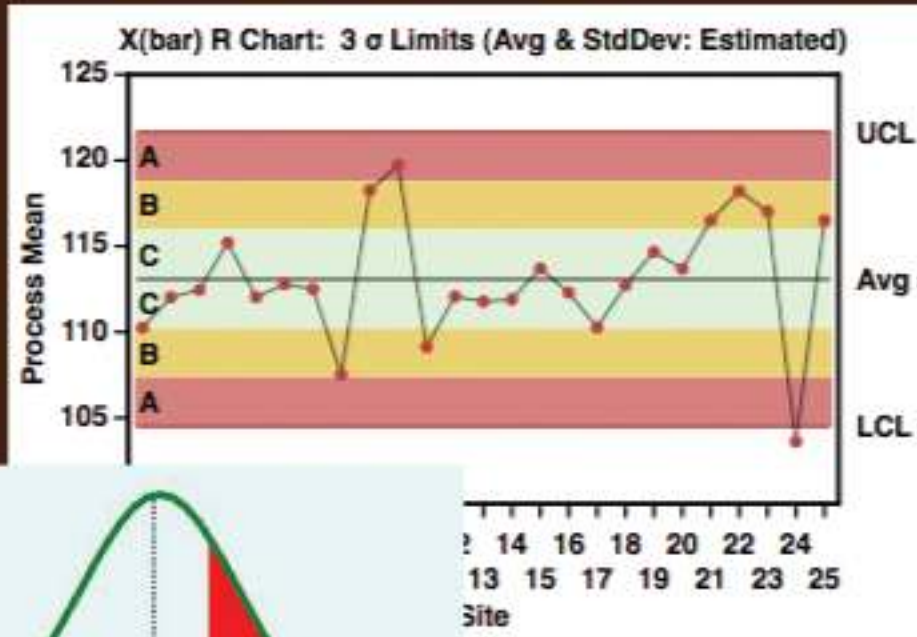
வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்

தரம்

13

ஆசிரியர் வழிகாட்டி

(2018 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது)



வணிகத் துறை  
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்  
மகரகம்  
www.nie.lk

# **வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்**

**ஆசிரியர் வழிகாட்டி**

**தரம் - 13**

**வணிகத் துறை  
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்  
மகரகம**

**அச்சிடுதலும் விநியோகமும் - கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்**

வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் - தரம் 13  
ஆசிரியர் வழிகாட்டி

© தேசிய கல்வி நிறுவகம், மகரகம்.  
முதலாம் பதிப்பு 2018

ISBN:

வணிகத் துறை  
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

அச்சுப்பதிப்பு:



## கௌரவ கல்வி அமைச்சரின் செய்தி

இலங்கை மாணவர்களுக்குத் தரமானதொரு கல்வியைப் பெற்றுக்கொடுத்தல் எனும் இலக்கைக் கொண்ட கல்வி அமைச்சரின் பொறுப்பை நிறைவேற்றுவதற்கு ஆசிரியர்களிடமிருந்து கிடைக்கின்ற பங்களிப்பு மகத்தானதாகும். துரிதமாக மாற்றமுறும் ஒரு சமூகத்தில் நவீன மாற்றங்களுக்கும் சவால்களுக்கும் முகம் கொடுக்கக்கூடிய பிரஜைகளை உருவாக்குவதில் ஆசிரியரின் பொறுப்பு மகத்தானதாகும்.

காலத்தின் தேவைகருதி இற்றைப்படுத்தப்பட்ட பாடத்திட்டத்தை வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாட்டில் அமுல்படுத்துவதில் ஆசிரியருக்குக் கைகொடுக்கும் ஆசிரியர் வழிகாட்டியானது கல்வியில் மிக முக்கியமானதொரு சாதனமாகும். உலகக் கல்வி நோக்கங்களை நிறைவுசெய்யும் நோக்குடன் அரசு கொண்டுசெல்லும் செயலொழுங்குகள் வெற்றியளிப்பது வகுப்பறைக்குள் ஏற்படுகின்ற விழிப்புணர்ச்சி மூலமேமாகும். இதற்காக ஆசிரியரைப் பலப்படுத்துவதற்குக் கல்வி அமைச்சரானது தொடர்ந்து நடவடிக்கை மேற்கொள்கின்றது.

அறிவு மேலோங்கியுள்ள ஒரு சமூகத்தில், புதிய கல்வி ஆய்வுகளுக்குத் தூண்டுதல் வழங்கி, பாரம்பரிய அறிவு ஞானத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட சரியான சமநிலை ஆளுமையுடன்கூடிய எதிர்கால சந்ததியொன்றைக் கட்டியெழுப்பும் இலக்கை நோக்கிப் பயணிக்கும் ஆசிரியர்களுக்கு சிரம் பணிகிறேன். உலகின் ஏனைய பிரபல்யமிக்க நாடுகளுடன் போட்டியிடக்கூடிய மாணவர்களுக்கு, எமது தாய்நாட்டைச் சிறந்ததொரு களமாக்குவதில் ஆசிரியர்களின் ஒத்துழைப்பைத் தொடர்ந்தும் எதிர்பார்க்கின்றேன்.

இவ்வாசிரிய வழிகாட்டியை உருவாக்குவதில் அர்ப்பணிப்புடன் செயற்பட்ட வளவாளர்களுக்கும் தேசிய கல்வி நிறுவகத்திற்கும் எனது வாழ்த்துக்களைத் தெரிவிப்பதுடன், அச்சிட்டு விநியோகிக்கும் நடவடிக்கைகளில் ஒத்துழைப்பு வழங்கிய கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்திற்கும் எனது பாராட்டுக்களைத் தெரிவித்துக்கொள்கின்றேன்.

அகில விராஜ் காரியவசம்  
கல்வி அமைச்சர்

## பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

2007 ஆம் ஆண்டு நடைமுறையிலிருந்து உள்ளடக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட பாட விதானத்தை நவீனப்படுத்தி, தேசிய கல்வி நிறுவகம், ஆரம்ப, இடைநிலைக் கல்விப் பரப்புக்களின் எட்டு வருட சுழற்சி முறையான, புதிய தேசியமட்டப் பாடவிதானத்தின் முதல் பாகத்தினை அறிமுகப்படுத்தியது. தேசிய கல்வி ஆணைக்குழுவினால் முன்மொழியப் பட்ட தேசிய கல்வி இலக்குகளை அடிப்படை நோக்காகக் கொண்டு, இது செயற்படுத்தப்பட்ட துடன் பொதுத் தேர்ச்சிகளை விருத்தி செய்து வந்தது.

பல்வேறுபட்ட கல்வியாளர்களால் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வுகளினதும், கருத்துக்களினதும் பொருத்தப்பாட்டுடன் பகுத்தறிவு வாதத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பாடவிதானம் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது. அதன் தொடர்ச்சியாகப் பாடவிதானச் சுழற்சியின் இரண்டாம் பாகம் 2015 ஆம் ஆண்டில் இருந்து கல்வி முறையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது.

இந்தப் பகுத்தறிவுவாத நடைமுறையின் கடைநிலையிலிருந்து உயர்நிலை வரை அனைத்துப் பாடங்களிலும் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட முறையில் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுப்பதற்காக, கீழிருந்து மேல்நோக்கிய நடைமுறைப்படுத்தப்படும் அணுகுமுறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரே பாடத்தின் உள்ளடக்கத்தினை ஏனைய பாடங்களிலும் மீண்டும் பாவிப்பதனைக் குறைப்பதற்காகவும், பாடத்தின் நோக்கங்களை மட்டுப்படுத்துவதற்காகவும், செயற்படுத்தக்கூடியதான மாணவர் மையப் பாடவிதானம் ஒன்றை உருவாக்கும் நோக்கிலும் கிடையான ஒருங்கிணைப்பானது செயற்பட்டு வருகின்றது.

ஆசிரியர்களிற்கு, அவர்களது வகுப்பறைக் கற்பித்தல்களை வழிப்படுத்துவதற்கு அவசியமான வழிகாட்டுதல்களை வழங்குவதற்காகவும், தங்களைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளில் பொருத்தப்பாட்டுடன் ஈடுபடுத்திக் கொள்வதற்காகவும், வகுப்பறை அளவீடுகளையும் மதிப்பீடுகளையும் பொருத்தமாகப் பயன்படுத்திக் கொள்வதனை நோக்கமாகக் கொண்டு புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. இந்த வழிகாட்டி நூல்கள், ஆசிரியரை ஒரு பொருத்தப்பாடுடைய ஆசிரியராக வகுப்பறையில் செயற்பட வைக்கின்றது. இந்த வழிகாட்டி நூல்களினூடாக, ஆசிரியர்கள் தங்கள் மாணவர்களின் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுக்கத் தேவையான தர உள்ளீடுகளையும், செயற்பாடுகளையும் தாங்களாகவே தெரிந்தெடுக்கும் சுதந்திரத்தினையும் பெற்றுக்கொள்கின்றனர். விதந்துரைக்கப்பட்ட பாடப் பரப்புக்களின் பாரிய சமைகள் இல்லாதொழிக்கப்படுகிறது. ஆதலால், இப்புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் முழுப்பயன்பாடு உடையவையாவதற்கு, கல்வி வெளியீட்டாளர்களினால் வெளியிடப்படும் விதந்துரைக்கப்பட்ட பாட நூல்களின் உச்சப்பயன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியமாகின்றது.

இப்புதிய பகுத்தறிவுவாத பாடவிதானத்தினதும், புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள், புதிய பாடநூல்களினதும் அடிப்படைக் குறிக்கோள், மாணவர்களை ஆசிரிய மையக் கல்வியிலிருந்து விடுவித்து, செயற்பாடுகளுடன் கூடிய மாணவர் மையக்கல்வியினை நடைமுறைப்படுத்தக்கூடிய கல்வி முறைமையினால், பூகோள தொழில் சந்தைகளுக்குத் தேவையான தேர்ச்சிகளும் திறன்களும் மிக்க மனித வளத்தினை வழங்கக்கூடிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை விருத்தி செய்யக்கூடியதாயிருத்தலேயாகும்.

இந்தச் சந்தர்ப்பத்தில் இந்நிறுவகப் பேரவையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், கல்வி அலுவல்கள் சபையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி நூல்களின் உருவாக்கத்திற்குப் பங்களிப்புச் செய்த வளவாளர்களுக்கும் மற்றும் இவ்வுயரிய நோக்கத்திற்காக அர்ப்பணிப்புடன் பணியாற்றிய அனைவருக்கும் எனது நன்றிகளையும் வாழ்த்துக்களையும் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

**கலாநிதி. திருமதி. ஜயந்தி குணசேகர**

பணிப்பாளர் நாயகம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்

மகரகம்.

## முன்னுரை

சமுதாய முன்னேற்றத்துக்காகப் பெரும் சேவையாற்றுவோரில் ஆசிரியர்களே முன்னிலை வகிக்கின்றனர். சுயமான வாழ்க்கையை அமைத்துக்கொள்வதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுவோர் ஆசிரியர்களே.

2017 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் புதிய பாடத்திட்டத்திற்கிணங்க உயர்தரத்திலான கற்பித்தல் செயற்பாட்டை வெற்றிகரமாக மேற்கொள்ள ஆசிரியர்களுக்கு வசதிகளைப் பெற்றுக்கொடுக்கும் நோக்குடன், இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியை அச்சிட்டு விநியோகிப்பதற்கு கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம் நடவடிக்கை மேற்கொள்கின்றது. தேசிய கல்வி நிறுவகம் மூலம் ஆக்கப்பட்டுள்ள இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியானது, மாணவர்களுக்குச் சிறந்ததொரு கற்றல் சூழலை அமைத்துக் கொடுப்பதற்குத் தேவையான வழிகாட்டல்களை ஆசிரியர்களாகிய உங்களுக்குப் பெற்றுத் தரும் என்பது எனது நம்பிக்கையாகும்.

இம்முயற்சி, ஒரு சிறந்த பெறுபேற்றைத் தருவது இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியைப் பயன்படுத்திப் பெறும் அனுபவங்களைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளில் பயன்படுத்துவதற்கு எடுக்கும் முயற்சியின் மூலமேயாகும். இந்நற்செயலுக்காக அர்ப்பணிக்கக் கூடிய உங்களுக்கு எனது நன்றிகள் உரித்தாகட்டும்.

**டபிள்யூ. டி. பத்மினி நாளிகா**

கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்,

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்,

இசுரூபாய்,

பத்தரமுல்ல.

28.03.2018

## கலைத்திட்டக் குழு

- ஆலோசனையும் அனுமதியும் :** கல்விசார் அலுவல்கள் சபை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- பாட இணைப்பாக்கம் :** திருமதி. எஸ்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா  
சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- பாடத் திட்ட ஆலோசனைக் குழு:**
- திருமதி. பி.எச். குசுமாவதி - பணிப்பாளர் (பதில் கடமை)  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திருமதி. எம்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- கலாநிதி திரு. எச்.எம்.எல்.கே. ஹேரத் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வயம்ப பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. கே.ஏ. தர்மசேன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூக புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜெயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. எஸ்.ஏ.சி. ஸ்டான்லி சில்வா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூக புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜெயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திருமதி. எம். கமனி பெரேரா - கல்விப் பணிப்பாளர்  
வணிகப் பிரிவு  
கல்வி அமைச்சு.
- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி.ஜி. எதிரிசிங்க - ஆசிரியர் சேவை - 1  
கொ/ விசாகா கல்லூரி  
கொழும்பு - 5.
- திருமதி. எச்.எல்.எஸ்.எல். பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ ஆனந்தா கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- திருமதி. எம். நிரஞ்சன் - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ இராமநாதன் இந்து மகளிர் கல்லூரி  
கொழும்பு - 4.
- திருமதி. கயானி அருணிகா பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
பாணந்துறை மகளிர் கல்லூரி  
பாணந்துறை.

- திரு. எஸ். கே. பிரபாகரன் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. ஆனந்த மத்துமகே - விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எல். சீ. ஆர். அஜித்குமார் - விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எஸ். ஆர். ரத்னஜீவ - உதவி விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

**வெளியக ரீதியான வளவாளர் பங்களிப்பு:**

- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி.ஜி. எதிரிசிங்க - ஆசிரியர் சேவை - 1  
கொ/ விசாகா கல்லூரி  
கொழும்பு - 5.
- திருமதி. எச்.எல்.எஸ்.எல். பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ ஆனந்தா கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி. ஜயசிங்க - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு)  
கொ/ நாந்த கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- செல்வி. கே.பீ. ஆப்ரு - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு)  
சாந்த பாமுன மகளிர் கல்லூரி  
பம்பலப்பிட்டிய.
- திருமதி. எப்.ஈ.எம். பெர்ணாந்து - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு)  
சாந்த ஜோசப் கல்லூரி,  
வென்னப்புவ.
- திரு. சி.எல்.எம். நவாஸ் - ஆசிரியர் ஆலோசகர்  
வலயக் கல்விப் பணிமனை  
இப்பாகமுவ.
- திரு. எம்.எச்.எம். புஹாரி - ஆசிரியர் ஆலோசகர் (ஓய்வு)  
வலயக் கல்விப் பணிமனை  
கேகாலை.



## நெறியாள்கைக் குழு:

- திருமதி. எம்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- கலாநிதி திரு. எச்.எம்.எல்.கே. ஹேரத் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வயம்ப பல்கலைக்கழகம்  
குளியாப்பிட்டிய.
- கலாநிதி எஸ். சிவராஜசிங்கம் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. கே.ஏ. தர்மசேன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. எஸ்.ஏ.சி. ஸ்டான்லி சில்வா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.

## ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பரிசீலனை செய்வதற்கான ஆலோசனைகள்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திட்டம் எட்டு வருடங்களுக்கொரு முறை நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டு வருகின்ற பாடத்திட்ட மறுசீரமைப்புக் கொள்கைக்கமைய நவீனமயப்படுத்தப்பட்டு 2017 ஆம் ஆண்டிலிருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படுகின்றது. முதலாவது தடவையாக 2009 ஆம் ஆண்டின்போது தேர்ச்சிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட வணிகக் கல்வித் திட்டம் இற்றைப்படுத்தப்பட்டு தரம் 12, 13 இற்காக 11 தேர்ச்சிகளின் அடிப்படையில் ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது. தரம் 12 இற்கு ஏற்றவாறு பாடத்திட்டத்தின் முதலாவது தேர்ச்சியிலிருந்து ஆறாவது தேர்ச்சி வரையில் காணப்படுகின்ற தேர்ச்சி மட்டங்கள் 42 இற்காக வகுப்பறையில் செயற்படுத்தக் கூடிய செயல்முறை ரீதியான கற்றல் - கற்பித்தல் செயல்முறையொன்று இங்கு முன்மொழியப்பட்டுள்ளது.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திட்டத்தின் தரம் 12 இற்கான சகல தேர்ச்சி மட்டங்களும் உள்ளடங்கும் வகையில் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு குறிப்பிட்ட தேர்ச்சிகள், தேர்ச்சி மட்டங்கள், அத் தேர்ச்சி மட்டங்களுக்காக ஒதுக்கப்பட்டிருக்கும் பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் தேர்ச்சி மட்ட இறுதியின் போது அறிந்து கொள்ள வேண்டிய கற்றல் பேறுகள் என்பன முதலாவதாகச் சுட்டிக் காட்டப்பட்டுள்ளதோடு மேலதிகமாகப் பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்காக முன்மொழியப்படுகின்ற ஆலோசனைகளையும் பாடவிடயங்களையும் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்காக வழிகாட்டலொன்றும் இறுதியில் கணிப்பீடு - மதிப்பீடு செய்தலுக்காக முன்மொழிவுகளும் முன்மொழியப்பட்டுள்ளது.

இங்கு உத்தேச பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகளுக்கமைய வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திற்குரிய பாடவிடயங்கள் தொடர்பான அறிவு மட்டுமன்றி அது தொடர்பாக மாணவர்களது மனப்பாங்கு, திறன், பலங்களும் விருத்தியடையும் வரையில் வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயல்முறை திட்டமிடப்பட்டுக் கொள்ளப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. இதற்காகத் தேவையான வழிகாட்டல்களை இவ் ஆசிரியர் வழிகாட்டியின் மூலம் கிடைக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

இவ்வாறு பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்காக ஆலோசனையின் மீதும் பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்கான வழிகாட்டியில் குறிப்பிடப்படுகின்ற விடயங்களைப் பரிசீலனை செய்து வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் கருமங்களுக்குத் தேவையான பாடத் திட்டங்கள் தயாரிக்கப்பட்டுச் செயற்பாட்டு ரீதியான கற்றலுக்காக மாணவர்களை ஈடுபடுத்துதல் சகல ஆசிரியர்களினதும் கடப்பாடாக இருக்கின்றது. தரவுப் பகுப்பாய்வு தேவைப்படும் சந்தர்ப்பங்களிலும் கூட கணினித் தொழினுட்ப உபகரணத்தைப் பயன்படுத்தப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

வணிகப் புள்ளிவிபரவியலானது செயற்பாட்டு ரீதியான பாடமொன்றாக இருப்பதனால் அன்றாடம் வணிகத் துறையில் இடம்பெறும் மாற்றங்கள் தொடர்பாக அவதானத்துடன் இருப்பது மட்டுமன்றி பாடத்திட்டத்திற்குரிய பாட விடயங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் தொடர்பாகவும் கவனம் செலுத்தி ஆசிரியர்களினால் பாடத்திட்டங்கள் தயாரிக்கப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

## செயற்றிட்டத் தலைவர்



## உள்ளடக்கம்

	பக்கம்
கௌரவ கல்வி அமைச்சரின் செய்தி	iii
பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி	iv
முன்னுரை	v
கலைத்திட்டக் குழு	vi - viii
ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பரிசீலனை செய்வதற்கான ஆலோசனைகள்	ix
உள்ளடக்கம்	x
கற்றற் பேறுகளும் மாதிரிச் செயற்பாடுகளும்	1 - 317

---

---

**கற்றற் பேறுகளும்  
மாதிரிச் செயற்பாடுகளும்**

---

---

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காக புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.1:** புள்ளிவிபரவியல் அனுமானத்திற்காக மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புள்ளிவிபரங்களின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- புள்ளிவிபர நிகழ்தகவுப் பரம்பல் மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலொன்றாகும் என அறிமுகப் படுத்துவார்.
- குடியொன்றின் பரம்பல், மாதிரியொன்றின் பரம்பல், மாதிரியெடுத்தல் பரம்பல் என்பவற்றுக்கிடையிலான வேறுபாடுகளைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலொன்றின் இடையினையும் மாற்றற்றினையும் கணிப்பிடுவார்.
- குடியின் நியம விலகலுக்கும் மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலொன்றின் நியம விலகலுக்கும் (நியம வழு) இடையிலான வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- 40 மாணவர்களைக் கொண்ட வகுப்பறையொன்றில் மாணவர்களின் உயரம் தொடர்பில் பல்வேறு பெறுமதிகள் கிடைக்கப் பெறும் என்பதை விளக்கவும். அதன்படி உயரம் எழுமாற்று மாறி எனவும், 40 மாணவர்களின் உயரமானது அம்மாறிகளின் பரம்பல் எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும். அது குடிப்பரம்பலாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அவ்வகுப்பில் 8 மாணவர்கள் எழுமாறாகத் மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்யப் பட்டால் அந்த எட்டு மாணவர்களின் உயரம் தொடர்பில் பல்வேறு பெறுமானங்கள் கிடைக்கப் பெறும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும். அது மாதிரியொன்றின் பரம்பல் என்பதை விளக்கவும்.
- இவ்வாறு 8 மாணவர்கள் வீதம் வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்களிலிருந்தும் எடுக்கக் கூடிய சகல மாதிரிகளையும் பெற்று, அம்மாதிரிகளின் உயரத்தின் இடையினைக் கணிப்பிட்டால் அவை  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$  எனக் காணப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
- மாதிரிகளின் இடை, உயரம் மாதிரியெனவும் ஒவ்வொரு மாதிரியினதும் இடை உயரத்தினைக் காட்டும் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் மாதிரியெடுப்பு எனவும் விளக்கவும்.

பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

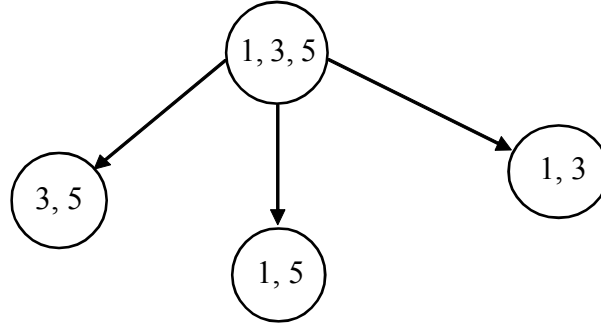
(1) 1, 3, 5 என்பதைக் குடிப்பரம்பலாகக் கருதவும். அதன் இடை  $\mu$  யினையும் மாற்றற்றினையும் ( $\sigma^2$ ) கணிப்பிடுக.

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1+3+5}{3} \\ &= \frac{9}{3} = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(1-3)^2 + (3-3)^2 + (5-3)^2}{3} \\ &= \frac{4+0+4}{3} \\ &= \frac{8}{3} = \underline{\underline{2.66}}\end{aligned}$$

- (2) இக்குடிப்பரம்பலில் இருந்து கொண்டு பருமன் 2 ஆக பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சகல மாதிரிகளையும்,
- மீள்வைப்பின்றி
  - மீள்வைப்புடன்
- வெவ்வேறாகப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

### மீள்வைப்பின்றிய மாதிரி

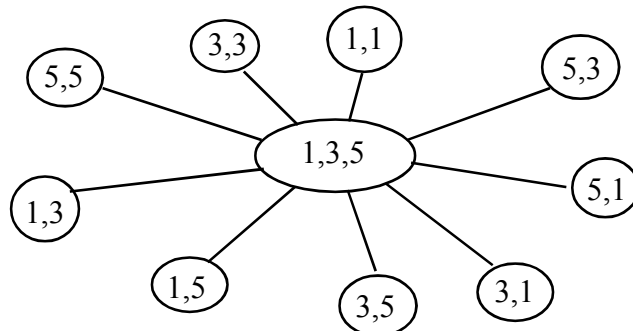


- N எனும் பருமன் கொண்ட குடியொன்றிலிருந்து n எனும் பருமன் கொண்ட மாதிரி மீள்வைப்பின்றிக் கிடைக்கப் பெறுமாயின், கிடைக்கப் பெறும் மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை  $N_{C_n}$  ஆகும்.

உதாரணம்:  ${}^3C_2 = \frac{3!}{1! \times 2!}$

$$= \underline{\underline{3}}$$

மீள்வைப்புடன் கூடிய மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.



N பருமன் கொண்ட குடியொன்றின் n பருமன் கொண்ட மாதிரியானது மீள்வைப்புடன் பெற்றுக் கொள்ளப்படுமாயின் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை  $N^n$  ஆகும்.

உதாரணம்:  $N^2 = 3^2 = 9$

- (3) மீள்வைப்பின்றி, மீள்வைப்புடன் பெற்றுக் கொள்ளும் சகல மாதிரிகளினதும் இடையினை வெவ்வேறாகக் கண்டறிந்து மாதிரி இடையின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.

மாதிரி	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_i$	$P(\bar{x})$
3, 5	4	2	$\frac{1}{3}$
1, 3	2	3	$\frac{1}{3}$
1, 5	3	4	$\frac{1}{3}$

} மீள்வைப்பின்றிய மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

மாதிரி	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_i$	$P(\bar{x})$
3, 5	4	1	$\frac{1}{9}$
1, 3	2	2	$\frac{2}{9}$
1, 5	3	3	$\frac{3}{9}$
5, 3	4	4	$\frac{2}{9}$
3, 1	2	5	$\frac{1}{9}$
5, 1	3		
1, 1	1		
3, 3	3		
5, 5	5		

} மீள்வைப்புடனான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

- (4) நீங்கள் கட்டியெழுப்பிய ஒவ்வொரு நிகழ்தகவுப் பரம்பலுக்கும் வெவ்வேறாக உத்தேச பெறுமதியினையும் மாற்றற்றினையும் பெற்றுக் கொள்ளவும். மீள்வைப்பின்றிய மாதிரிகளுக்கு

$\bar{x}$	$P(\bar{x})$	$\bar{x} \cdot P(\bar{x})$	$\bar{x}^2 \cdot P(\bar{x})$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{9}{3}$
4	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{3}$



$$E(\bar{x}) = \sum \bar{x}.P(\bar{x})$$

$$= \frac{9}{3}$$

$$= \underline{\underline{3}}$$

$$Var(\bar{x}) = \sum \bar{x}^2.P(\bar{x}) - [E(\bar{x})]^2$$

$$= \frac{29}{3} - 3^2$$

$$= \frac{29}{3} - 9$$

$$= \frac{29}{3} - \frac{27}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

மீள்வைப்புடனான மாதிரிகளுக்கு

$\bar{x}$	$P(\bar{x})$	$\bar{x}.P(\bar{x})$	$\bar{x}^2.P(\bar{x})$
1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
2	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{9}$
3	$\frac{3}{9}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{27}{9}$
4	$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{32}{9}$
5	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{25}{9}$

$$E(\bar{x}) = \sum \bar{x}.P(\bar{x})$$

$$= \frac{27}{9} = \underline{\underline{3}}$$

$$\begin{aligned}
\text{Var}[\bar{x}] &= \sum \bar{x}^2 \cdot P(\bar{x}) - [E(\bar{x})]^2 \\
&= \frac{93}{9} - 3^2 \\
&= \frac{93}{9} - 9 \\
&= \frac{93}{9} - \frac{81}{9} \\
&= \frac{12}{9} = \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

(5) நீங்கள் கட்டியெழுப்பிய மாதிரியெடுத்தல் பரம்பல்களின் இடைகள், மாற்றற்றின் குடியிடை, மாற்றற்றின் என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பினையும் விளக்கவும்.

- $\mu = 3 \quad E(\bar{x}) = 3$

∴ மாதிரிப் பரம்பலின் இடையானது குடியிடைக்கு ஒத்ததாகக் காணப்படும்.

- $\sigma^2 = \frac{8}{3}$  குடிமாற்றற்றின்

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{2}{3} \quad (\text{மீள்வைப்பின்றி மாதிரி கிடைக்கப் பெறும்போது})$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{4}{3} \quad (\text{மீள்வைப்புடனான மாதிரி பெறும்போது})$$

- இதற்கேற்பக் குடிப்பரம்பலின் மாற்றற்றனை விட மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலின் மாற்றற்றன் சிறியதாகும்.

- மீள்வைப்பின்றிய மாதிரி கிடைக்கப் பெற்றுள்ளபோது  $V(\bar{x}) < \text{மீள்வைப்புடன் மாதிரியினை கிடைக்கப் பெற்றுள்ளபோது } V(\bar{x}) < \text{குடியின் மாற்றற்றன் } (\sigma^2)$

- மீள்வைப்பின்றிய மாதிரியெடுத்தலின் மாற்றற்றனானது மீள்வைப்புடனான மாதிரியெடுத்தலின் மாற்றற்றனை விட மிகக் குறைவானதாகும்.

$$\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$$

- அதனால் மீள்வைப்புடனான மாதிரியெடுத்தலை விட மீள்வைப்பின்றிய மாதிரியெடுத்தலின் திட்பத் தன்மையானது அதிகமாக இருப்பதனால் அது மிகப் பொருத்தமானது என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

மீள்வைப்பின்றி < மீள்வைப்புடன் < சனத்தொகை

$$V(\bar{x}) < V(\bar{x}) < V(x)$$

- குடிமாற்ற திறனுக்கும் மீள்வைப்புடனான மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளும் போது மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலின் மாற்ற திறன்களுக்கிடையில் பின்வரும் வகையிலான தொடர்பு காணப்படுகின்றது என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- குடி மாற்ற திறனை மாதிரிப் பருமனால் பிரிக்கும்போது மீள்வைப்புடனான மாதிரிகளின் மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலின் மாற்ற திறன் கிடைக்கப் பெறும்.

$$\frac{\sigma^2}{n} = \frac{\frac{8}{3}}{2} = \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$$

- மீள்வைப்புடனானதாக இருக்கும்போது,

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

- இதற்கேற்ப மீள்வைப்புடனான மாதிரியினை எடுக்கும்போது மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலின் மாற்றிறனைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகக் குடிமாற்றிறனை மாதிரிப் பருமனால் பிரிப்பதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- ஏதாவது குடியொன்றில் மீள்வைப்பின்றிய மாதிரி தெரிவு செய்துள்ள போது, குடிமாற்றிறனுக்கும், மாதிரிப் பரம்பலின் மாற்றிறனுக்கு மிடையில் பின்வரும் முறையிலான தொடர்பொன்று காணப்படும் என்பதை விளக்கவும்.

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}}^2 &= \frac{\sigma^2}{n} \cdot \left( \frac{N-n}{N-1} \right) \\ &= \frac{8}{3} \times \frac{2}{1} \times \left( \frac{3-2}{3-1} \right) \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

மீள்வைப்பின்றிக் காணப்படும்போது,

$$\frac{\sigma^2}{n} \cdot \left( \frac{N-n}{N-1} \right) = \text{var}(\bar{X})$$

- இங்கு  $\left( \frac{N-n}{N-1} \right)$  எனும் முடிவான குடி திருத்தற் காரணி எனக் கூறப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்குக் கூறவும்.
- குடியானது முடிவிலியாக உள்ளபோது மாதிரியெடுப்புப் பின்னத்தினை பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் பயன்படுத்தத் தேவையில்லை.

$$(i) \quad \left( \frac{n}{N} \right) < 0.05$$

(ii) மாதிரியெடுப்பினை மீள்வைப்புடன் மேற்கொள்ளும்போது

- இதற்கேற்ப மீள்வைப்பின்றி மாதிரி கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும்போது, மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலின் மாற்றற்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகக் குடியினை மாற்றற்றினை மாதிரிப் பருமனால் ( $n$ )வகுத்து முடிவான குடியின் திருத்தக் காரணியினால்  $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$  பெருக்கிப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாதிரிப் பருமன் 1 ஆக இருக்கும்போது மாதிரிப் பரம்பலின் மாற்றற்றினானது, குடிமாற்றற்றினனுக்குச் சமமானதாக இருக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) = \text{var}(\bar{x})$$

$$\frac{\sigma^2}{1} \times \left( \frac{N-1}{N-1} \right) = \text{var}(\bar{x})$$

∴ அப்போது  $\sigma^2 = \text{var}(\bar{x})$  ஆகும்.

- (6) குடியின் நியம விலகலையும், மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியம விலகலையும் மீள்வைப்புடனும் மீள்வைப்பின்றியும் என வெவ்வேறாகக் கணிப்பிடுக.

**குடியின் நியம விலகல் ( $\sigma$ )**

$$\begin{aligned} (\sigma) &= \sqrt{\sigma^2} \\ &= \sqrt{\frac{8}{3}} \\ &= \underline{\underline{1.63}} \end{aligned}$$

**மீள்வைப்புடன் காணப்படும்போது**

**மாதிரிப்பரம்பலின் நியம விலகல் =  $\sigma_{\bar{x}}$**

**மீள்வைப்பின்றிக் காணப்படும்போது**

**மாதிரிப்பரம்பலின் நியம விலகல் =  $\sigma_{\bar{x}}$**

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{8}{3}}{2}} \\ &= \underline{\underline{1.15}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{8}{3}}{2} \times \left( \frac{3-2}{3-1} \right)} \\ &= \underline{\underline{0.82}} \end{aligned}$$

- மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியம விலகலானது நியம வழுவெனக் குறிப்பிடப் படுமென விளக்கவும்.

- நடைமுறையில் குடியானது மிக விசாலமாகின்ற சந்தர்ப்பங்கள் காணப்படுகின்ற மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளும்போது அம்மாதிரிப் பரம்பலின் இடை, மாற்றற்றன் நியம விலகல் என்பவற்றை இம்முறையிலே கணிப்பிட முடியும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

**பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

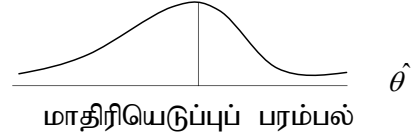
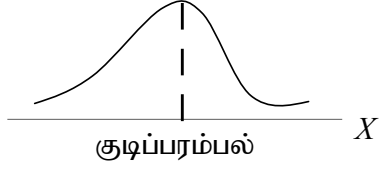
- மாதிரி இடையானது ( $\bar{x}$ ) மாதிரிக்கு மாதிரி வித்தியாசப்படும். அதற்கேற்ப  $\bar{x}$  ஐ எழுமாற்று மாறியொன்று எனக் கவனத்தில் கொள்ள முடியும். எழுமாற்று மாறியொன்று எப்போதும் நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றுடன் காணப்படுகின்றது என்பதனால்  $\bar{x}$  இற்கும் நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்று காணப்படும். இது  $\bar{x}$  இன் மாதிரியெடுத்தல் பரம்பல் எனப்படும்.

வேறு முறையில் குறிப்பிடுவதாயின் மாதிரிப் புள்ளி விபரங்களின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலானது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் எனக் கூறப்படும்.

- இவ்வாறு மாதிரி இடை ( $\bar{x}$ ) மாதிரி நியம விலகல் (S), மாதிரி மாற்றற்றன் (S<sup>2</sup>), மாதிரி விகிதம் (P) போன்ற புள்ளி விபரங்களின் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் எனக் கருதப்படும்.
- குறித்த ஆய்வின்போது குடியில் தொடர்புள்ள ஏதாவது ஒரு பண்பொன்றிற்கு எடுக்கக்கூடிய சகல பெறுமதிகளினதும் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் குடிப்பரம்பல் எனக் கருதப்படும்.
- குறித்த ஆய்வின் தொடர்புள்ள குடியின் மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்யும்போது அம்மாதிரியில் ஆய்வு செய்யப்படுகின்ற பண்பின் பெறுமதிக்குக் கிடைக்கின்ற பல்வேறு பெறுமதிகளின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலானது மாதிரிப் பரம்பல் எனக் கருதப்படும்.
- ஒரு குடியிலிருந்து சமமான பருமன் கொண்ட எல்லாச் சாத்தியமான மாதிரிகளும் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றன. கருதப்பட்ட ஒரு புள்ளி விபரத்தில் எடுக்கும் பெறுமானங்களின் பரம்பல் மாதிரிப் புள்ளி விபரத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் எனப்படும்.
- ஏதாவது புள்ளிவிபரமொன்றிற்கான மாதிரிப் பரம்பலின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட பெறுமானமானது அப்புள்ளி விவரத்திற்குரிய குடிப்பரமானங்களுக்குச் சமமானதாக இருக்கும். உதாரணம்:-

பரமானங்கள்	புள்ளிகள்	உத்தேசப் பெறுமதி (இடை)
$\mu$	$\bar{x}$	$E(\bar{x}) = \mu_{\bar{x}} = \mu$
$\pi$	$P$	$E(P) = \mu_p = \pi$
$\theta$	$\hat{\theta}$	$E(\hat{\theta}) = \mu_{\hat{\theta}} = \theta$

- ஒரு குறிப்பிட்ட மாதிரிப் புள்ளி விபரத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை (எதிர்பார்க்கப்பட்ட பெறுமானம்) அப்புள்ளி விபரத்துடன் தொடர்பான குடிப்பரமானத்திற்கு சமமாக இருக்கும்.
- ஒரு குறித்த புள்ளி விபரத்தினது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றன் அப்புள்ளி விபரத்துடன் தொடர்புடைய குடிமாற்றற்றனை விட எப்போதும் குறைவாக இருக்கும்



$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

$$\text{var}(\hat{\theta}) < \text{குடிமாற்றற்றன்}$$

உதாரணம்:-

மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றன்  $\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$  அல்லது

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) \text{ ஆக இருப்பதனால் அது குடிமாற்றற்றனை விடச் சிறியதாகும்.}$$

#### • நியம விலகல்

குடியொன்று அல்லது மாதிரியொன்றுடன் தொடர்பான குறித்த பண்பிற்குரிய பெறுமதிகளின் மாறலைக் கணிப்பதற்காக நியம விலகல் பயன்படுத்தப்படும் இடையிலிருந்து மாறியின் விலகல்களைக் கணிப்பிட்டு, அவற்றை வர்க்கித்து, அவற்றின் பரம்பலின் மொத்தத்தின் சராசரியை எடுப்பதன் மூலம் மாறல்திறன் கிடைக்கப் பெறுவதுடன் அதன் நேர் வர்க்கமூலம் நியம விலகலாகும்.

$x_1, x_2, \dots, x_n$  எனும் தரவுக் கூட்டத்தின் இடை  $\bar{x}$  எனின்,

$$\sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

என்பதினூடாக நியமவிலகல் கிடைக்கப்பெறும்.

குடியின் நியமவிலகல்  $\sigma$  எனவும் மாதிரியொன்றின் நியமவிலகல் S எனவும் குறிப்பிடப்படும்.

#### • நியம வழு (புள்ளிவிபரத்தின் நியமவிலகல்)

ஒரு புள்ளிவிபரத்தின் ஒரு மாறலை அளவிடுவதற்காக நியம வழு பயன்படுத்தப்படும். குடிப்பரமானங்களுக்கும் அதற்குரிய மதிப்பானின் பெறுமதி களுக்கும் இடையிலான விலகல்கள் நியம வழுவைப் பயன்படுத்தி அளவிடப்படுகிறது.

$\theta$  என்பது பரமானம் எனும் பெயரிலும்  $\hat{\theta}$  என்பது அது தொடர்பான புள்ளிவிபரமாகவும் இருப்பின்,  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K$  என்பன  $\hat{\theta}$  இனது சாத்தியமான பெறுமதிகள் எனவும் கருதப்படின்,

$$\text{var}(\hat{\theta}) = \frac{(\hat{\theta}_1 - \theta)^2 + (\hat{\theta}_2 - \theta)^2 + \dots + (\hat{\theta}_K - \theta)^2}{K}$$

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_i - \theta)^2}{K}, \text{ நியம வழ } \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_i - \theta)^2}{K}}$$

- ஒரு மாதிரிப் புள்ளி விபரத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியம வழ தொடர்பான குடியின் நியம விலகலை விடக் குறைவானதாகும்.

உதாரணம்:- குடியினது நியமவிலகல் =  $\sigma$

$$\bar{x} \text{ இன் நியம விலகல் } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore \text{ நியம விலகல் } = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_i - \theta)^2}{K}}$$

அல்லது

$$= \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \text{ ஆகும்.}$$

n - மாதிரியொன்றின் பருமன்

N - குடியின் பருமன்

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.2:** புள்ளிவிபர அனுமானத்திற்கான மாதிரி இடையின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

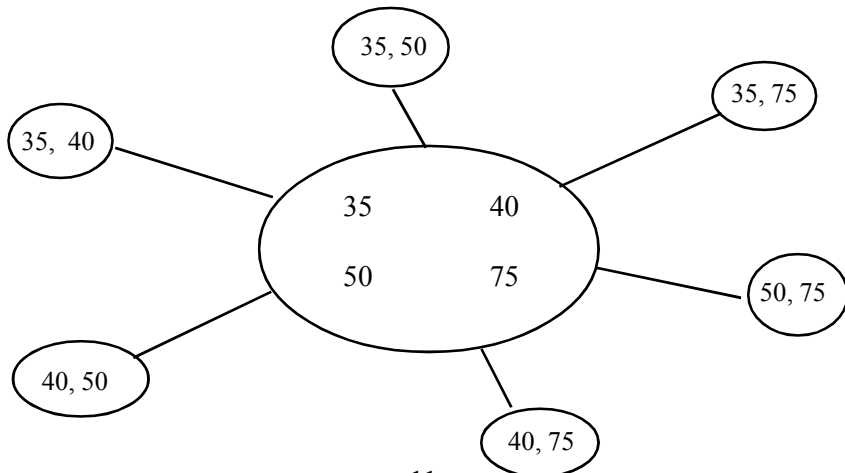
**பாடவேளைகள்:** 18

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மாதிரி இடையின் ( $\bar{X}$ ) மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விளக்குவார்.
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளபோது விசாலமான மாதிரி ஒன்றிற்குரிய குடி மாற்றற்றின் **அறிந்துள்ளபோது** மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளபோது விசாலமான மாதிரி ஒன்றிற்கான குடிமாற்றற்றின் **அறியாத பொழுது** மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளபோது **சிறிய மாதிரி ஒன்றிற்கான** மாற்றற்றின் **அறியப்பட்டபோது** மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளபோது **சிறிய மாதிரி ஒன்றிற்கான** மாற்றற்றின் **அறியப்படாதபோது** மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மைய எல்லைத் தேற்றத்தைக் கூறி அதன் பயன்பாட்டை விளக்குவார்.
- செவ்வனற்றதாகப் பரம்பியுள்ள குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமாக இருக்கும் பொழுதும் **குடிமாற்றற்றின் அறிந்துள்ளபோதும்** மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- செவ்வனற்றதாகப் பரம்பியுள்ள குடியொன்றின் **குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாத போதும்** மாதிரிப் பருமன் விசாலமாக இருக்கும்போதும் மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாதிரி இடையின் ( $\bar{X}$ ) மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- செவ்வனற்ற குடியொன்றிலிருந்து மாதிரிப் பருமன் சிறியதான மாதிரியைத் தெரிவு செய்துள்ளபோது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியாது என்பதை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் உருவப்படத்தை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்துக் கேட்கப்பட்ட வினாக்களுக்கான விடைகள் தொடர்பாகக் கலந்துரையாடவும்.





- ஒரு பரீட்சையில் நான்கு மாணவர்கள் பெற்ற பரீட்சைப் புள்ளிகள் மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது. புள்ளிகளின் இடை எவ்வளவு?

$$\frac{35 + 40 + 50 + 75}{4} = \underline{\underline{50}}$$

- மேற்காட்டிய குடியிலிருந்து பருமன் இரண்டைக் கொண்ட ( $n = 2$ ) எத்தனை மாதிரிகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.  $= \underline{\underline{6}}$

- எளிய எழுமாற்று மாதிரியிலிருந்து முறைப்படி மாதிரி மூலங்கள் தெரிவு செய்யப்படின், ஒவ்வொரு மாதிரிகளிலும் உள்ளடக்க வேண்டிய பெறுமானங்கள் (மூலங்கள்) எவை?

(35, 40) (40, 50)

(35, 50) (40, 75)

(35, 75) (50, 75)

- ஒவ்வொரு மாதிரிகளிலுமிருந்தும் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மாதிரி இடைகள் எவை?  
 $\bar{X} = 37.5 \quad 42.5 \quad 55 \quad 45 \quad 57.5 \quad 62.5$

- ஒவ்வொரு மாதிரிகளிலுமிருந்தும் பெறப்பட்ட மாதிரி இடையின் பெறுமதிகள் ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பெறுமானங்கள் ஆகக் காணப்படுகின்றன எனவும், ( $\bar{X}$ ) நிகழ்தகவுப் பரம்பல் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என்றழைக்கப்படும் எனவும் உறுதிப்படுத்தவும்.

- $\bar{X}$  இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானங்களையும் மாற்றற்றனையும் கணிப்பிடவும்.

$\bar{x}$	$P(\bar{x}_i)$	$\bar{x}.P(\bar{x}_i)$	$\bar{x}^2.P(\bar{x}_i)$
37.5	$\frac{1}{6}$	$37.5/\frac{6}$	$1406.25/\frac{6}$
42.5	$\frac{1}{6}$	$42.5/\frac{6}$	$1806.25/\frac{6}$
45	$\frac{1}{6}$	$45/\frac{6}$	$2025/\frac{6}$
55	$\frac{1}{6}$	$55/\frac{6}$	$3025/\frac{6}$
57.5	$\frac{1}{6}$	$57.5/\frac{6}$	$3306.25/\frac{6}$
62.5	$\frac{1}{6}$	$62.5/\frac{6}$	$3906.25/\frac{6}$

$$E(\bar{x}) = \frac{300.0}{6}$$

$$= \underline{\underline{50}}$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \sum \bar{x}^2 \cdot P(\bar{x}) - [E(\bar{x})]^2$$

$$= 2579.17 - 2500$$

$$= \underline{\underline{79.17}}$$

- குடியின் மாற்றற்றனைக் கணிப்பிடவும்.

$$\sigma^2 = \frac{(35-50)^2 + (40-50)^2 + (50-50)^2 + (75-50)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \underline{\underline{237.5}}$$

- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றனைக் குடிமாற்றற்றனி னூடாகவும் கணிப்பிட முடியும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$= \frac{237.5}{2} \left( \frac{4-2}{4-1} \right)$$

$$= \underline{\underline{79.17}}$$

- மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டிழுப்பும்போது குடிமாற்றற்றன் தெரிந்ததா? அறியப்படாததா? என்பதனையும் குடி செவ்வனானதா, செவ்வனல்லாததா என்பதனையும், மாதிரிப் பருமன் விசாலமானதா சிறியதா என்பவை அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்காக பின்வரும் உதாரணத்தில் கவனம் செலுத்தவும்.
- நிறுவனமொன்றில் ஊழியர்களின் சம்பளங்களின் இடை ரூபா 25 000த்திற்கும் மாற்றற்றன் ரூபா 1 000 எனச் செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. 100 ஊழியர்களைக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்று கவனத்திற் கொள்ளப்படும்.
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிப் பின்வரும் தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - குடிமாற்றற்றன் அறியப்பட்டதா? ஆம்
  - குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளதா? ஆம்
  - மாதிரிப் பருமன் 30ஐ விட விசாலமானதா? ஆம்

- குடிமாற்றற்றிறன் அறிந்த செவ்வன் குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமாக வுள்ள சந்தர்ப்பத்தின்போது மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பலானது பின்வருமாறு அமையும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\bar{x} \sim N \left( \mu, \frac{\sigma^2}{n} \right)$$

$$\bar{x} \sim N \left( 25000, \frac{1000}{100} \right)$$

- மேற்காட்டிய சந்தர்ப்பத்தில் சிறிய மாற்றமொன்றைச் செய்து பின்வரும் சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடுங்கள்.

- நிறுவனமொன்றின் ஊழியர் சம்பளம் இடை ரூபா 25 000மும் மாற்றற்றிறன் ரூபா 1 000முமாக செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. ஊழியர்கள் 25 பேர்களைக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றாகக் கருத்திற் கொள்ளப்படும்.

- மேற்காட்டிய சந்தர்ப்பத்திற்கு அமையப் பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- குடிமாற்றற்றிறன் தெரிந்ததா? ஆம்
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளதா? ஆம்
- மாதிரிப் பருமன் 30ஐ விட விசாலமானதா? இல்லை

- குடிமாற்றற்றிறன் அறியப்பட்ட செவ்வன் குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் சிறியதாக அமையும் சந்தர்ப்பமொன்றின் போது மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் பின்வருமாறு காணப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\bar{x} \sim N \left( \mu, \frac{\sigma^2}{n} \right)$$

$$\bar{x} \sim N \left( 25000, \frac{1000}{25} \right)$$

- இதற்கமைய குடிமாற்றற்றிறன் தெரிந்த செவ்வன் குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமானதாகக் காணப்பட்டாலும் அல்லது சிறியதாகக் காணப்பட்டாலும் கூட மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும் முறை ஒத்ததாகும் என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து அவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடுங்கள்.

நிறுவனமொன்றில் ஊழியர் சம்பளம் இடை ரூபா 25 000 ஆகச் செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. ஊழியர்களில் 100 பேர்களை எழுமாற்று மாதிரியொன்றாகக் கவனத்தில் எடுத்தபோது நியம விலகல் ரூபா 30 ஆகக் கிடைக்கப் பெற்றது.

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிப் பின்வரும் தகவல்களைச் சேகரிக்கவும்.

- குடிமாற்றற்றிறன் அறியப்பட்டதா? இல்லை
- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளதா? ஆம்
- மாதிரிப் பருமன் விசாலமானதா? ஆம்

- குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாமையினால் இதற்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றற்றனைப் பயன்படுத்த முடியும் எனவும் இதற்கமைய குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாத செவ்வன் குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமான சந்தர்ப்பமொன்றின் போது மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பல் பின்வருமாறு அமைந்து காணப்படும் என மாணவர் களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\bar{x} \sim N \left( \mu, \frac{S^2}{n} \right)$$

$$\bar{x} \sim N \left( 25000, \frac{30 \times 30}{100} \right) \text{ அல்லது } \bar{x} \sim N \left( 25000, \frac{30^2}{100} \right)$$

- $t$  பரம்பல் என்றால் என்ன என்பதைத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுப்பதற்காக மாணவர் களோடு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடுங்கள்.

- வகுப்பில் இருக்கின்ற 50 மாணவர்களில் 40 என்றவாறு மாதிரி பெற்றுக் கொள்ளப்படு மாயின் அம்மாதிரிகளின் இடையினைக் கணிப்பிட்டால் அனேகமாக முழு வகுப்பு (குடி) மாணவர்களின் இடைப் புள்ளிக்கு நெருங்கியதாகக் சிதறிக் காணப்படும் எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ள முடியும் என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவு படுத்தவும்.
- 50 மாணவர்களிலிருந்து 5 பருமன் கொண்ட மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்டு மாதிரிகளின் இடையானது கணிக்கப்பட்டது. கூடிய மற்றும் அதிகுறைந்த புள்ளிகளைக் கொண்ட மாதிரிகள் இம்மாதிரிகளில் உள்ளடக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பம் இருப்பதனால் குடியிடை களிலிருந்து மாதிரி இடைகளின் பெறுமதிகள் பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில் விலகியிருக்க முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- செவ்வன் பரம்பலுடன் தொடர்பாக சமச்சீராகக் காணப்பட்டாலும் அதிகளவு மாறலைக் கொண்ட பரம்பலொன்று  $t$  பரம்பல் என அழைக்கப்படும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பின்வரும் சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களுக்கு வழங்கி மாணவர்களோடு கலந்துரை யாடவும்.
- நிறுவனமொன்றின் ஊழியர் சம்பளம் இடை ரூபா 25 000 ஐக் கொண்டு செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. ஊழியர்கள் 25 பேர்களைக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்று எடுக்கப்பட்ட பொழுது மாற்றற்றின் ரூபா 900 ஆகக் கிடைக்கப் பெற்றது.
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிப் பின்வரும் தகவல்களைச் சேகரிக்கவும்.
  - குடிமாற்றற்றின் அறியப்பட்டுள்ளதா? இல்லை
  - குடிசெவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளதா? ஆம்
  - குடிப்பருமன் விசாலமானதா? இல்லை

- குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாதிருந்ததுடன் அதற்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றற்றின் பயன்படுத்தப்படும் எனவும், இங்கு மாதிரி 30ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதனால்  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்  $t$  பரம்பலொன்றிற்கு உருமாற்றம் செய்யப்படலாம் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$$

### செயற்பாடு - 1

- வகுப்பு மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாக்கிப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

- (1) நிறுவனமொன்றின் ஊழியர் சம்பளம் இடை ரூபா 50 000 ஆகவும் மாற்றற்றின் ரூபா 2 000 மாகுமாறு செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. ஊழியர் 50 பேர்களைக் கொண்ட மாதிரி கவனத்தில் கொள்ளப்படும்.
- (2) சீனி பொதியிடல் இயந்திரமொன்றினால் பொதியிடப்பட்ட பொதிகளின் நிறையானது இடை 500g ஆகவும் மாற்றற்றின் 50g ஆகவும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. 10 பொதிகளைக் கொண்ட மாதிரி எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படும்.
- (3) சோதனையொன்றில் மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் இடை 52 ஐக் கொண்டு செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. 50 மாணவர்களைக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றாகக் கருதியபோது அதன் நியம விலகல் 8 ஆகக் கிடைக்கப் பெற்றது.
- (4) மின் உபகரணங்களின் ஆயுள் காலத்தின் இடை 1500 மணித்தியாலங்களாகச் செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது. குமிழ்கள் 10 கொண்ட எழுமாற்று மாதிரி யொன்றின் மாற்றற்றின் 400 மணித்தியாலங்களாகக் கிடைக்கப் பெற்றது.
  - (i) குடியின் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - (ii) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.

செயற்பாடு - 1 இற்கான விடை பின்வருமாறு:

- (1) ஊழியர் சம்பளம்  $X$  எனக் கருதும்பொழுது,
  - குடிப்பரம்பல்

$$X \sim N(50000, 2000)$$

- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

$$\bar{X} \sim N\left(50000, \frac{2000}{50}\right)$$

- (2) சீனிப் பொதிகளின் நிறையை  $X$  எனக் கருதும்பொழுது,
- குடிப்பரம்பல்  
 $X \sim N(500, 50)$

- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

$$\bar{X} \sim N\left(500, \frac{50}{10}\right)$$

- (3) பிள்ளைகள் பெற்ற புள்ளியை  $Y$  எனக் கருதும்பொழுது,

- குடிப்பரம்பல்  
 $Y \sim N(52, \sigma^2)$

- குடிமாற்றிறன் தெரியாது.

- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

$$\bar{Y} \sim N\left(52, \frac{64}{50}\right)$$

- குடிமாற்றிறனுக்குப்  $\sigma^2$  பதிலாக மாதிரி மாற்றிறன் ( $S^2$ ) பயன்படுத்தப்படும்.

- (4) மின் உபகரணங்களின் ஆயுள் காலத்தை  $Y$  எனக் கருதுவோமாயின்,

- குடிப்பரம்பல்  
 $Y \sim N(1500, \sigma^2)$

- குடிமாற்றிறன் தெரியாமையினால் அதற்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றிறன் பயன்படுத்தப்படும். இங்கு பயன்படுத்தப்படும் மாதிரி 30ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதனால்  $\bar{Y}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பியிருக்கும்.

- அப்பொழுது மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்.

$$\bar{Y} \sim N\left(1500, \frac{400}{10}\right)$$

$$\frac{\bar{Y} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(0, \dots)$$

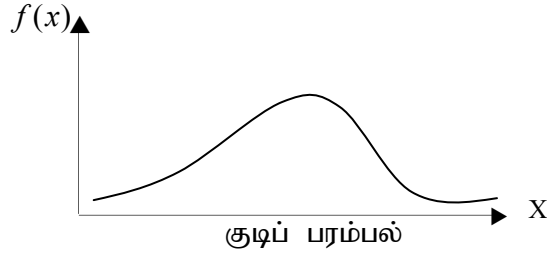
## செயற்பாடு - 2

பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கி அதற்கான விடைகளைப் பெற்று அவ்விடைகள் தொடர்பாகக் கலந்துரையாடவும்.

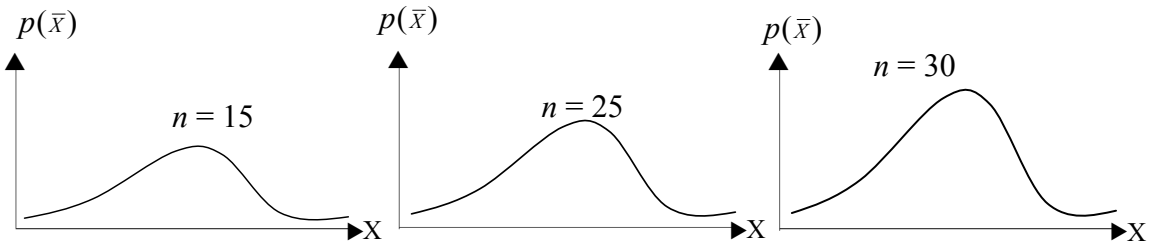
- (1) நீங்கள் அறிந்த செவ்வனல்லாத குடிப்பரம்பலைப் பெயரிட்டுக் காட்டவும்.
- (2) அப்பரம்பல்களின் பரமானங்களைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- (3) அப்பரம்பல்களின் இடையையும் மாற்றிறனையும் குறிப்பிடவும்.
- (4) செவ்வனல்லாத குடிகளிலிருந்து மாதிரியொன்று பெற்றுக் கொள்ளப்பட்டால் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் தன்மை எவ்வாறு அமையக் கூடும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

செயற்பாடு - 2 இற்கான விடை பின்வருமாறு:

- (1)
  - ஈருறுப்புப் பரம்பல்
  - பொய்ச்சோன் பரம்பல்
- (2)
  - ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் பரமானமாக இருப்பது  $n$  உம்  $p$  யுமாகும்.  
 $X \sim B_i(n, p)$
  - பொய்ச்சோன் பரம்பலொன்றின் பரமானமாக இருப்பது  $T$  ஆகும்.  
 $X \sim Po(\lambda)$
  - ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றில்
    - இடை  $E(X) = np$
    - Variance  $Var(X) = npq$
  - பொய்ச்சோன் பரம்பலொன்றில்
    - $E(x) = \lambda$
    - $Var(x) = \lambda$
- (4) குடிப் பரம்பலின் தன்மை எவ்வாறாகக் காணப்பட்டாலும் கூட மாதிரிப் பருமன் விசாலமானதாக (பெரிதாக) இருப்பின் மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் சமச்சீரான வடிவத்தைக் கொண்டிருக்கும்.



- குடிப் பரம்பலின் தன்மை எவ்வாறாகக் காணப்பட்டாலும் கூட மாதிரியின் பருமன் பெரிதாக இருப்பின் ( $x > 30$ ) மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பல் அண்மித்த வகையில் செவ்வன் பரம்பலொன்றில் உருவாக்கப்படும் என மைய எல்லைத் தேற்றத்தின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.



மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பல்

மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கு  
மையப் பின்வருமாறு கிட்டிய வகையில் செவ்வனாகப் பரம்பலடையும்.

$X$  - குடிப்பரம்பல்

$X$  குடியின் பரம்பல் தெரியாது ( $X \sim ?$ )

$n \geq 30$  ஆக இருப்பின்  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்

$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$  என்றவாறு அமையும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவு  
படுத்திக் கொடுக்கவும்.

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாத போதும் மாதிரிப்  
பருமன் ஓரளவு விசாலமாகக் காணப்படும் பொழுதும்  $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{s^2}{n}\right)$  எனவாகும்  
என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- இதற்குமைய மைய எல்லைத் தேற்றத்தை பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
  - குடிப் பரம்பலின் வடிவம் தொடர்பாக எதுவும் தெரியாதிருந்தாலும் கூட  $\bar{X}$  இன்  
மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் அண்ணளவாகச் செவ்வனாகக் கருதிப் பிரச்சினையைத்  
தீர்க்க முடியும்.
- குடி செவ்வனாக இல்லாத போது குடிமாற்றற்றின் தெரிந்த சந்தர்ப்பமொன்றாயினும்  
தெரியாத சந்தர்ப்பமொன்றாயினும் சரி மாதிரிப் பருமன் சிறியதாக இருப்பின் மாதிரி  
இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்ப முடியாது என மாணவர்களுக்கு  
உறுதிப்படுத்தவும்.
- வகுப்பு மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாக்கி பின்வரும் செயற்பாட்டில்  
ஈடுபடுத்தவும்.
  - (1) கடந்த தவணைப் பரீட்சையின்போது வகுப்பொன்றின் மாணவர்கள் வணிகப்  
புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் இடைப்புள்ளி 60 இற்கும்  
மாற்றற்றின் 10 உம் ஆகுமாறு பரம்பி உள்ளது.
    - எழுமாற்றாக மாணவர்கள் 35 பேர்களைக் கொண்ட மாதிரியொன்று  
கவனத்தில் கொள்ளப்படும்.
    - எழுமாற்றாக மாணவர்கள் 15 பேர்களைக் கொண்ட மாதிரியொன்று  
கவனத்தில் கொள்ளப்படும்.
  - (2) பிரதேசமொன்றின் ஒரு குடும்பத்தில் 4 அங்கத்தவர்கள் இருக்கின்ற குடும்பங்  
களின் மாதாந்தச் செலவு இடை ரூபா 50 000 எனும் வகையில் பரம்பி  
உள்ளது.
    - எழுமாற்றாக 50 குடும்பங்களைக் கொண்ட மாதிரியொன்றாகக் கருதும்  
பொழுது அதன் மாற்றற்றின் ரூபா 10 000 ஆகக் கிடைக்கப் பெற்றது.
    - எழுமாற்றாக 20 குடும்பங்களை மாதிரியொன்றாகக் கருதும்பொழுது அதன்  
மாற்றற்றின் ரூபா 15 000 எனக் கிடைக்கப் பெற்றது.
      - (a) குடிப்பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
      - (b) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.



செயற்பாட்டிற்குரிய விடை பின்வருமாறு இருந்தது.

(1) புள்ளியை  $X$  எனக் கருதும் பொழுது

(a) குடிப்பரம்பலானது

$X$  இன் பரம்பல் தெரியாது.

(b) (i)  $n > 30$  ஆக இருப்பதனால்  $\bar{X}$  இன் மாதிரிப் பரம்பல் மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமையப் பின்வருமாறு காணப்படும்.

$$\bar{X} \sim N \left( \mu, \frac{\sigma^2}{n} \right)$$

$$\bar{X} \sim N \left( 60, \frac{10}{35} \right)$$

(ii)  $n < 30$  ஆக இருப்பதனாலும் குடிப் பரம்பலின் தன்மை தெரியா திருப்பதனாலும் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்ப முடியாது.

(2) மாதாந்தச் செலவை  $Y$  எனக் கொண்டால்,

(a) குடிப்பரம்பல்

$Y$  இன் பரம்பல் தெரியாது.

(b) (i) குடிமாற்றற்றின் தெரியாதிருப்பினும் அதற்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றற்றனைப் பயன்படுத்த முடியும்.  $n > 30$  என்பதனால் குடியின் பரம்பல் தெரியாதிருப்பினும் கூட மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மைய எல்லைத் தேற்றத்திற் கமையப் பின்வருமாறு காணப்படும்.

$$\bar{y} \sim \left( \mu, \frac{s^2}{n} \right)$$

$$\bar{y} \sim \left( 50\,000, \frac{10\,000}{50} \right)$$

(ii)  $n < 30$  ஆக இருப்பதனாலும் குடிப்பரம்பலின் தன்மை தெரியா திருப்பதனாலும் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்ப முடியாது.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஏதேனும் குடியொன்றிலிருந்து எழுமாற்றாகச் சம பருமனில் எடுக்கக்கூடிய எல்லா மாதிரிகளையும் தெரிவு செய்து அவற்றின் இடைகளைக் கணிப்பிடும் பொழுது பெறப்படும் பெறுமானங்களின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலானது மாதிரி இடைகளின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பல் என்றழைக்கப்படும்.
- மாதிரி இடையை  $\bar{X}$  எனக் கருதும் பொழுது  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை  $\mu_{\bar{X}}$  அல்லது  $E(\bar{X})$  என்றழைக்கப்படும்.

- $\bar{X}$  இன் மாதிரிப் பரம்பலின் மாற்றற்றன்  $\sigma_x^2$  அல்லது  $\text{var}(\bar{X})$  என அழைக்கப்படும்.
- மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையானது குடி இடைக்குச் சமமானது.  $\mu_{\bar{X}} = \mu$
- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலினது மாற்றற்றன்,  $\sigma_x^2 = \text{Var}(\bar{X}) = \sum \bar{X}^2 \cdot P(\bar{X}) - [E(\bar{X})]^2$  மூலம் கணிப்பிட முடியும்.
- மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றனை குடியின் மாற்றற்றினூடாகப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.  $\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n}$  அல்லது  $\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$   
 $\frac{N-n}{N-1}$  என்பது முடிவான குடிக்கான திருத்தற் காரணி ஆகும்.

**குடிக்கான திருத்தற் காரணி பயன்படுத்தப்படும் சந்தர்ப்பங்கள்:**

- குடியானது (எல்லைக்குட்பட்டிருக்கும் பொழுதும்) முடிவாக உள்ளபோது அல்லது மாதிரி எடுத்தலானது மீள்வைப்பின்றி மேற்கொள்ளும் சந்தர்ப்பத்தில்.

**பயன்படுத்தப்படாத சந்தர்ப்பங்கள்:**

- மாதிரிப் பின்னம்  $\left( \frac{n}{N} \right) < 0.05$  ஆக இருப்பின் முடிவான குடியொன்றின் திருத்தக் காரணி கவனத்திற் கொள்ளப்படாது விடப்படும்.
- செவ்வனான குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் ( $\sigma^2$ ) தெரிந்துள்ள போது மாதிரிப் பருமன் விசாலமாகக் காணப்பட்டாலும் அல்லது சிறியதாகக் காணப்பட்டாலும்  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் பின்வருமாறு செவ்வனாகப் பரம்பி இருக்கும்.  
 $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$  - மாதிரிப் பருமன் ( $n \geq 30$ ) ஆக இருக்கும் பொழுது  
 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$  - மாதிரிப் பருமன் ( $n < 30$ ) ஆக இருக்கும் பொழுது
- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியாதிருக்கும் போது மாதிரிப் பருமன் குறிப்பிடத்தக்க அளவுகளில் பெரிதாக இருப்பின் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் பின்வருமாறு செவ்வனாகப் பரம்பி இருக்கும்.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

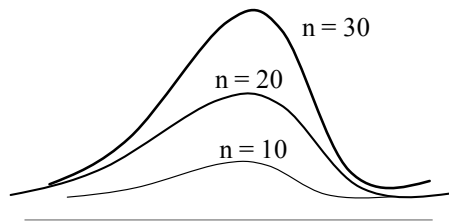
$$\bar{X} \sim t\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right), \quad \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t$$

- மாதிரிப் பருமன் குறிப்பிடத்தக்களவு விசாலமாக இருக்கும் பொழுது மாதிரி மாற்றற்றன் குடிமாற்றற்றனுக்காகப் பயன்படுத்தப்படுவதுடன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பி இருக்கும்.
- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியாத பொழுது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் செவ்வனாக பருமன் சிறியதாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில் ( $n < 30$ ) மாதிரி இடைகளின் மாதிரி சுயாதீனப் படி எண்  $n-1$  ஆன  $t$  பரம்பலொன்றில் அமைந்திருக்கும்.

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = t_{n-1}$$

- மாதிரிப் பருமன் கூடுதலானளவு விசாலமற்றுக் காணப்படுமாயின் ( $n < 30$ ) மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலின் நியம விலகலை ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) மாதிரி நியம விலகல் ( $S$ ) மூலம் உருவாக்கிக் கொள்ள வேண்டி இருப்பதுடன் அப்போது  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் தொடர்ந்தும் செவ்வன் பரம்பலொன்றில் அமைந்திருக்காது.  $\bar{X}$  இனது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்  $\bar{X}$  இனது உருமாற்றப்பட்ட  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$  ஆனது  $t$  பரம்பலில் காணப்படும்.

- $t$  பரம்பல் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும்.
  - செவ்வன் பரம்பலொன்றைப் போன்று சமச்சீரான பரம்பலொன்றாகவும் காணப்படும்.
  - குடி நியம விலகல்களுக்குப் பதிலாக ( $\sigma$ ) மாதிரி நியம விலகல் ( $S$ ) பயன்படுத்தப் படுவதன் காரணமாகவும் மாதிரிப் பருமன் சிறியதாகவும் இருப்பதனால்  $t$  பரம்ப லானது செவ்வன்பரம்பலை விடக் கூடிய பரம்பலையும் கொண்டிருக்கின்றது.
  - மாதிரிப் பருமன் ( $n$ ) அதிகரிக்கும்போது மாறலானது  $t$  பரம்பலின் செவ்வன் பரம்பலுக்கு அண்மித்ததாகவும் காணப்படுகின்றது.
- பின்வரும் வரைபடத்தின் மூலம் அதனை மேலும் தெளிவுபடுத்திக் கொள்ள முடியும்.



- $t$  பரம்பலானது மாதிரிப் பருமனின் ( $n$ ) தங்கி இருப்பதனால் சுயாதீன படி ( $n-1$ ) பெறுமானத்தினடிப்படையிலேயே பரம்பலுடன் தொடர்பான பரப்புகள் அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களிலே t பரம்பல் பயன்படுத்தப்படும்.
  - குடி செவ்வனாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாத சந்தர்ப்பமொன்றாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - குடிமாற்றற்றனுக்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றற்றன் பயன்படுத்தப்படுவதுடன் மாதிரிப் பருமன் விசாலமல்லாத நிலையில் ( $n < 30$ ) இருத்தல் வேண்டும்.
- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மாதிரிப் பருமன் 30 அல்லது அதிலும் கூடியதாக இருப்பின் மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமைய செவ்வன் பரம்பலொன்றிற்கு அண்ணளவாக்கம் செய்யப்படும்.
- மைய எல்லைத் தேற்றம் என்பது,
 

இடை  $\mu$  யும் மாற்றற்றனும்  $\sigma^2$  யையும் கொண்ட எந்தவொரு குடியிலிருந்தும் எடுக்கப்படும் மாதிரியொன்றின் பருமன் குறிப்பிடத்தக்களவு விசாலமானதாக இருப்பின் ( $n > 30$ ) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்  $\mu$  ஐ இடையாகவும்,  $\frac{\sigma^2}{n}$  வை மாற்றற்றனாகவும் கொண்டு செவ்வனான பரம்பியிருக்கும் என்பதாகும்.
- இதற்கமைய செவ்வனல்லாத குடியொன்றில் குடிமாற்றற்றன் அறியப்பட்டுள்ள போதும் மாதிரிப் பருமன் தேவையானளவு பருமன் விசாலமாக உள்ளபோதும் மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் பின்வரும் முறையில் வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாத போதும் மாதிரிப் பருமன் தேவையானளவு விசாலமாகும் பொழுதும் ( $n > 30$ ) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைப் பின்வருமாறு வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right)$$

- செவ்வனாகப் பரம்பி இருக்கும் குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் தேவையான அளவில் விசாலமல்லாது இருக்கும் பொழுது ( $n < 30$ ) மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த முடியாது. பரமானங்களின் புள்ளி விபர நுட்ப முறைகளினூடாக அவ்வாறான பிரச்சினைகளைத் தீர்க்க முடியாது.

## கணிப்பீடும் மதிப்பீடும்

### செயற்பாடு - 1

- நிறுவனமொன்றில் ஊழியர்களது சம்பளம் ரூபா 25 000 ஐ சராசரியாகவும் ரூபா 6 000 ஐ நியம விலகலாகவும் கொண்ட செவ்வன் பரம்பலொன்றில் காணப்படுகின்றது. ஊழியர்கள் 9 பேர்களைக் கொண்ட எழுமாற்றாக மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்வதாக இருப்பின்,
  - (i) மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையையும் மாற்றற்றனையும் குறிப்பிடவும்.
  - (ii) மாதிரி இடையின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டவும்.
  - (iii) மாதிரியில் ஊழியரொருவர் ரூபா 30 000 அல்லது அதைவிடக் கூடிய சம்பளமொன்றைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
  - (iv) ஊழியரொருவர் ரூபா 20 000 அல்லது குறைந்த சம்பளமொன்றைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 10% மட்டத்தில் பேணப்பட வேண்டுமாயின் மாதிரிப் பருமன் எந்தளவினைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்?

### செயற்பாடு - 2

- சீனிப் பொதி செய்யும் செயல்முறைகளின்போது ஒரு பொதி சீனியின் சராசரி நிறை (இடை நிறை) 500 g மாக இருந்தது. பொதிகள் 49ஐக் கொண்ட மாதிரியொன்றை சோதித்த பொழுது நிறையின் நியம விலகல் 10 g மாக இருந்தது. பொதிகளின் நிறை செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது.
  - (i) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையையும் மாற்றற்றனையும் எழுதிக் காட்டவும்.
  - (ii) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டவும்.
  - (iii) மாதிரி இடையின் பொதியொன்றின் நிறை 499 g மிற்குக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - (iv) இடை ஒன்றின் நிறை 495 g மிற்கும் 510 g மிற்கும் இடையில் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - (v) மாதிரிப் பருமன் 100வரையில் அதிகரிக்கப்பட்டுள்ளது எனக் கருதவும்.
    - (அ) மாதிரி இடை 499 g மை விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்க.
    - (ஆ) மாதிரி இடை 495 g மிற்கும் 510 g மிற்கும் இடையில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - (vi) மேற்குறிப்பிடப்பட்ட (iii), (iv) நிகழ்தகவுகளையும் (v) ஆம் பகுதியில் கிடைக்கப் பெற்ற நிகழ்தகவுடன் ஒப்பிடுக.
  - (vii) மாதிரிப் பருமன் 49 இலிருந்து 100 வரையில் அதிகரிக்கும் பொழுது நிகழ்தகவில் ஏற்பட்ட வேறுபாட்டை விபரிக்கவும்.

### செயற்பாடு - 3

- பழங்களை ஏற்றுமதி செய்யும் கம்பனியொன்று தயாரிக்கப்பட்ட பழப் பெட்டியொன்றின் சராசரி நிறை 5 kg முடன் கூடிய செவ்வன் பரம்பலொன்றாகும். 10 பெட்டிகளை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து பரீட்சித்த போது நியமவிலகல் 0.75 kg மாகக் காணப்பட்டது.
  - (i) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையையும் மாற்றற்றினையும் கணிக்க?
  - (ii) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டவும்.

### செயற்பாடு - 4

- வேலை நாளொன்றில் 30 நிமிட நேர இடைவெளியின்போது வங்கிக்கு வருகை தரும் சராசரி வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை 4 ஆகும். 30 நிமிட நேர இடைவெளி 36 எனக் கருதும்பொழுது,
  - (i) குடியின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலை விளக்கவும்.
  - (ii) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையையும், மாற்றற்றினையும் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (iii) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - (iv) 30 நிமிட நேரத்தினைக் கொண்ட நேர இடைவெளி ஒவ்வொன்றிலும் 36 வாடிக்கையாளர்கள் இருவர் அல்லது அதிலும் குறைந்த தொகையினர் வருகை தருவதற்கான நிகழ்தகவினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (v) ஒரு மணித்தியால நேர இடைவெளி கொண்ட 100 நேர இடைவெளிகளின் போது வாடிக்கையாளர்கள் 10 அல்லது 10யை விடக் கூடிய எண்ணிக்கையில் வருகை தருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்க.
  - (vi) பிரச்சினையைத் தீர்க்கும் பொழுது பயன்படுத்திய எடுகோள்களைக் குறிப்பிடவும்.
  - (vii) 30 நிமிட கால இடைவெளியைக் கொண்ட 10 கால இடைவெளிகளில் அவதானம் செலுத்தும் பொழுது மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்ப முடியுமா?

மேற்காட்டிய பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்குப் பின்வரும் சூத்திரங்களைப் பொருத்தமானவாறு பயன்படுத்தவும்.

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

செயற்பாடுகளுக்குரிய விடைகள்:

(1) (i)  $\mu_{\bar{x}} = 25\ 000$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{6\ 000 \times 6\ 000}{9}$$

$$= 2\ 000^2$$

(ii)  $\bar{x} \sim N(25\ 000, 2\ 000^2)$

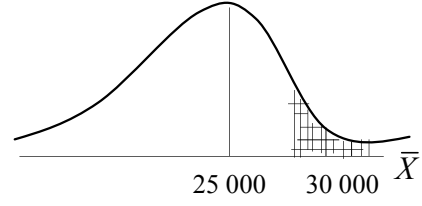
(iii)  $\Pr(\bar{x} > 35\ 000)$

$$\Pr\left(Z > \frac{35\ 000 - 25\ 000}{2\ 000}\right)$$

$$\Pr(Z > 2.5)$$

$$0.5000 - 0.4938$$

$$\underline{\underline{0.0062}}$$



(iv)  $\Pr(\bar{x} \leq 20\ 000)$

$$\Pr(\bar{x} \leq 20\ 000) = 0.10$$

$$\Pr(Z \leq -1.28) = 0.1$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

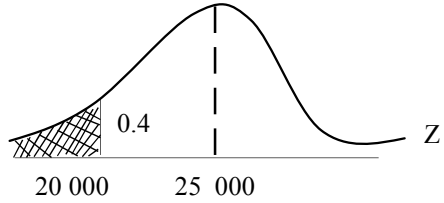
$$-1.28 = \frac{20\ 000 - 25\ 000}{\frac{6\ 000}{\sqrt{n}}}$$

$$-1.28 = \frac{-5\ 000\sqrt{n}}{6\ 000}$$

$$-1.28 \times 6 = -5\sqrt{n}$$

$$\left(\frac{1.28 \times 6}{5}\right)^2 = n$$

$n \geq 3$  ஆக இருக்க வேண்டும்.



செயற்பாடு - 2 இற்குரிய விடை:

(i)  $\mu_{\bar{x}} = 500$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{10 \times 10}{49}$$

$$= \underline{\underline{2.04}}$$

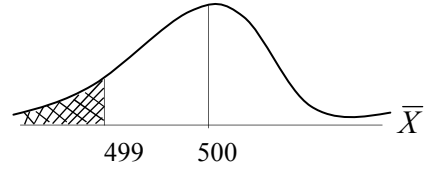
(ii)  $\bar{x} \sim N(500, 2.04)$

(iii)  $P(\bar{x} < 499)$

$$P\left(Z < \frac{499 - 500}{\sqrt{2.04}}\right)$$

$$P(Z < -0.69) = 0.5000 - 0.2549$$

$$= \underline{\underline{0.2451}}$$

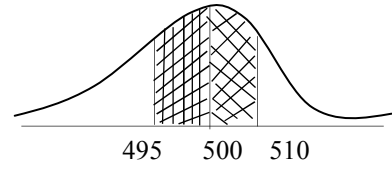


(iv)  $P(495 \leq \bar{x} \leq 510)$

$$P\left(\frac{495 - 500}{\sqrt{2.04}} \leq Z \leq \frac{510 - 500}{\sqrt{2.04}}\right)$$

$$\Pr(-3.49 \leq Z \leq 6.99) = 0.4998 + 0.5000$$

$$= \underline{\underline{0.9998}}$$



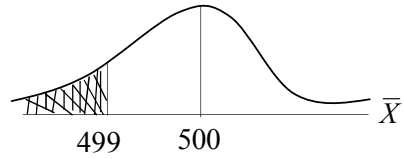
(v) மாதிரியின் பருமன் 49 இலிருந்து 100 ஆக அதிகரிக்கப்பட்டதன் பின்னர்,

(a)  $\Pr(\bar{x} < 499)$

$$\Pr\left(Z < \frac{499 - 500}{\frac{10}{10}}\right)$$

$$\Pr(Z < -1) = 0.5000 - 0.3413$$

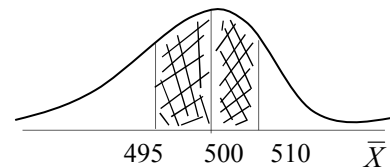
$$= \underline{\underline{0.1587}}$$



(b)  $\Pr(495 \leq \bar{X} \leq 510) = \Pr\left(\frac{495 - 500}{1} \leq Z \leq \frac{510 - 500}{1}\right)$

$$\Pr(-5 \leq Z \leq 10) = 0.5000 + 0.5000$$

$$\approx \underline{\underline{1.0000}}$$





- மாதிரிப் பருமன் 49 இலிருந்து 100 வரையில் அதிகரிக்கும் பொழுது மாதிரி இடை 499 டீக்குச் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.2451 இலிருந்து 0.1587 வரையில் குறைவடைந்துள்ளது.
- மாதிரிப் பருமனை 49 இலிருந்து 100 வரை அதிகரிக்கும் பொழுது மாதிரி இடை 495 டீக்கும் 510 டீக்கும் இடையில் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.998 இலிருந்து 1.000 வரையில் அதிகரித்துள்ளது.
- மாற்றற்றன் தரப்பட்டுள்ள நிலையில் மாதிரிப்பருமன் அதிகரிக்குமாயின் (49 - 100 வரை அதிகரித்து) குறிப்பிட்ட ஆயிடைக்கிடையில் காணப்படுகின்ற நிகழ்தகவானது குறைவடைகின்றது.

$$\text{உதாரணம்:- } P(\bar{X} < 499) = 0.24 \quad (G = 49)$$

$$P(\bar{X} < 499) = 0.1587 \quad (G = 100)$$

செயற்பாடு - 3 இற்குரிய விடைகள்:

(i) நிறையின் இடை  $\bar{X}$  ஆக இருப்பின்,

$$\mu_{\bar{x}} = 5 \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$\sigma^2$  தெரியாதிருப்பதுடன் மாதிரி மாற்றற்றன் ( $S^2$ ) பயன்படுத்தப்படும்.

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{0.75^2}{10}$$

மாதிரிப்பருமன் 30ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதனால் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்  $t$  பரம்பலுக்கு மாற்றப்படலாம்.

$$(ii) \left( \frac{\bar{X} - 5}{\frac{0.75}{\sqrt{10}}} \right) \sim t$$

செயற்பாடு - 4 இற்குரிய விடை:

30 நிமிடங்களுள் வருகை தரும் சராசரி வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை  $X$  ஆயின்,

$$(i) X \sim P(\lambda = 4)$$

கால இடைவெளிகள் 36 ஆக இருப்பதனால் ( $n > 30$ ) இன் காரணமாக மைய எல்லைத் தோற்றத்திற்கமைய மாதிரிப் பரம்பல் செவ்வன் பரம்பலுக்கு அண்ணளவாக்கம் செய்யப்படும்.

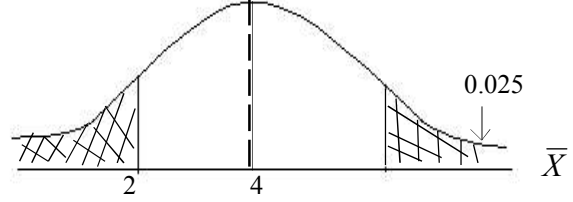
$$(ii) \mu_{\bar{x}} = 4 \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{4}{36}$$

$$(iii) \bar{x} \sim N\left(4, \frac{4}{36}\right)$$

$$(iv) \Pr(\bar{x} \leq 2)$$

$$\Pr\left(Z \leq \frac{2-4}{\frac{2}{6}}\right)$$

$$\begin{aligned} \Pr(Z \leq -6) \\ = 0.5000 - 0.5000 \\ = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$



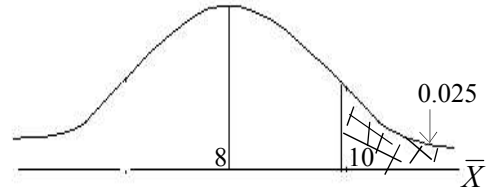
(v) மணித்தியாலத்திற்கேற்ப  $\lambda = 8$ ,  $n = 100$  ஆக இருப்பதனால்,

$$\bar{x} \sim N\left(8, \frac{8}{10}\right)$$

$$\Pr(\bar{x} \geq 10)$$

$$\Pr\left(Z \geq \frac{10-8}{\sqrt{\frac{8}{10}}}\right)$$

$$\begin{aligned} \Pr(Z \geq 2.25) \\ = 0.5000 - 0.4878 \\ = \underline{\underline{0.0122}} \end{aligned}$$



(vi) குடிப்பரம்பல் தெரியாதிருப்பதுடன் மாதிரிப் பருமன் 30ஐ விட அதிகமாக இருப்பதனால் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது அண்மித்த வகையில் செவ்வனாகக் கருதப்படும். இது மைய எல்லைத் தேற்றம் எனப் பொருள்படும்.

(vii) குடிப்பரம்பல் தெரியாதிருக்கும்பொழுது அல்லது குடிப் பரம்பல் செவ்வனல்லாத போது மாதிரிப் பருமன் 30ஐ விடக் குறைவாயின் மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த முடியாது. எனவே 30 நிமிட கால இடைவெளி 10 ஆகக் கருதும் பொழுது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்ப முடியாது.

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.3:** புள்ளிவிபர அனுமானத்திற்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டி யெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.
- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டி யெழுப்புவார்.
- மாதிரி இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையினையும் மாற்ற றிறனையும் அறிமுகப்படுத்துவார்.
- குடி செவ்வனாக இருந்து மாற்றற்றன் தெரிந்துள்ள போது, விசாலமான மாதிரிப் பருமனைப் பயன்படுத்தி மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- குடி செவ்வனாகவும் குடிமாற்றற்றன் அறியப்பட்டுள்ளபோதும் விசாலமான சிறிய மாதிரிப் பருமனைப் பயன்படுத்தி மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலை விளக்குவார்.
- குடி செவ்வனாகவும் குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாதபோது விசாலமான பருமனைக் கொண்ட மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விபரிப்பார்.
- குடி செவ்வனாகவும் குடிமாற்றற்றன் தெரியாதபோது சிறிய பருமனுடைய மாதிரி களுக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விபரிப்பார்.
- குடி செவ்வனற்ற குடிமாற்றற்றன் தெரிந்த போது விசாலமான மாதிரிப் பருமனுடைய மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விபரிப்பார்.
- குடி செவ்வனற்றதாகவும் குடிமாற்றற்றன் தெரியாதபோது விசாலமான பருமனைக் கொண்ட மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விபரிப்பார்.
- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைப் பயன்படுத்தி பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலினூடாகத் தீர்மான மெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் குடிகள் இரண்டினையும் கரும்பலகையில் காட்டவும்.

**குடி - A**

4, 8, 12

**குடி - B**

2, 4, 6

- பின்வரும் விடயங்களை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
  - குடி A யிலிருந்து இரண்டு பருமன்களுடன் கூடியதாக மீள்வைப்பின்று எடுக்கக் கூடிய சகல மாதிரிகளினதும் எண்ணிக்கை எத்தனை?
  - குடி B யிலிருந்து இரண்டு பருமன்களுடன் கூடியதாக மீள்வைப்புடன் எடுக்கக் கூடிய சகல மாதிரிகளினதும் எண்ணிக்கை எத்தனை?

**செயற்பாடு - 1**

- பின்வரும் பூரணப்படுத்தப்படாத அட்டவணையைச் சகல மாணவர்களும் பிரதி செய்த பின்னர் வழங்கப்படுகின்ற ஆலோசனைகளுக்கேற்பப் படிப்படியாக அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.

மாதிரியின் இலக்கம்	மாதிரி A	$\bar{X}$ A	மாதிரி B	$\bar{X}$ B
1	.....	.....	.....	.....
2	.....	.....	.....	.....
3	.....	.....	.....	.....

- அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதற்குப் பின்வரும் ஆலோசனைகளை வழங்கவும்.
  - குடி A யின் இரு பருமன்களைக் கொண்ட முதலாவது மாதிரியினை எடுத்து அதன் இடையினைக் கணிப்பிட்டு அட்டவணையில் உட்படுத்தவும்.
  - குடி B யின் இரு பருமன்களைக் கொண்ட முதலாவது மாதிரியினை எடுத்து அதன் இடையினைக் கணிப்பிட்டு அட்டவணையில் உட்படுத்தவும்.
  - இதேபோன்று இரண்டாவது, மூன்றாவது மாதிரிகளின் இடையினைக் கணிப்பிட்டு அட்டவணையில் உட்படுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 1 (விடைகள்)**

மாதிரிச் சந்தர்ப்பம்	மாதிரி A	$\bar{X}$ A	மாதிரி B	$\bar{X}$ B
1	(4, 8)	6	(2, 4)	3
2	(4, 12)	8	(2, 6)	4
3	(8, 12)	10	(4, 6)	5

**செயற்பாடு - 2**

- செயற்பாடு - 1 இன் தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

இலக்கம்	$(\bar{X}_A - \bar{X}_B)$
1	
2	
3	
.	
.	
.	
9	

- அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதற்குப் பின்வரும் ஆலோசனைகளை வழங்கவும்.
- குடி A யிலிருந்து எடுத்த முதலாவது மாதிரியின் இடையிலிருந்து குடி B யிலிருந்து எடுத்த முதலாவது மாதிரியின் இடையினைக் கழித்து இலக்கம் 1 இற்குரிய  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  நிரலில் குறிக்கவும்.
- குடி A யிலிருந்து எடுத்த முதலாவது மாதிரியின் இடையிலிருந்து குடி B யிலிருந்து எடுத்த இரண்டாவது மாதிரியின் இடையினைக் கழித்து இலக்கம் 2ற்குரிய  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  நிரலில் குறிக்கவும்.
- குடி A யிலிருந்து எடுத்த முதலாவது மாதிரியின் இடையிலிருந்து குடி B யிலிருந்து எடுத்த மூன்றாவது மாதிரியின் இடையினைக் கழித்து இலக்கம் 3ற்குரிய  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  நிரலில் குறிக்கவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட முறையில் குடி A யிலிருந்து எடுத்த இரண்டாவது மாதிரியின் இடையிலிருந்து குடி B யிலிருந்து எடுத்த மாதிரி மூன்றின் இடையினைக் கழித்து இலக்கம் 4, 5, 6ற்குரிய  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  நிரலில் குறிக்கவும்.
- பின்னர் குடி A யிலிருந்து எடுத்த மூன்றாவது நியதியின் இடையிலிருந்து குடி B யிலிருந்து எடுத்த மாதிரி மூன்றின் இடையினைக் கழித்து இலக்கம் 7, 8, 9 ற்குரிய  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  நிரலில் குறிக்கவும்.

**தீர்வு: (செயற்பாடு - 2)**

இலக்கம்	$(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$
1	3
2	2
3	1
4	5
5	4
6	3
7	7
8	6
9	5

**செயற்பாடு - 3**

- மேலே செயற்பாடு 2 இன் தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு இடையின் வேறுபாட்டிற்குக் கிடைக்கப் பெற்றுள்ள பல்வேறு பெறுமதிகளையும், அப்பெறுமதிகளுக்கிரிய நிகழ்தகவுகளையும் பட்டியல்படுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

**தீர்வு: (செயற்பாடு - 3)**

$\bar{x}_A - \bar{x}_B$	1	2	3	4	5	6	7
$p(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

- இவ்வாறு மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் பெறுமதிகளையும் அவற்றிற்குரிய நிகழ்தகவுகளையும் குறிக்கும்போது மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் கிடைக்கப் பெறும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவு படுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 4**

- மாணவர்களினால் கட்டியெழுப்பப்பட்ட பரம்பலானது மாதிரி இடைகள் இரண்டினது வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என்பதை உறுதிப்படுத்திய பின்னர் மாணவர்களுக்குப் பின்வரும் ஆலோசனைகளைப் படிப்படியாக வழங்கிச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

- குடி A யின் இடை  $\mu_A$  ஐக் கணிக்க.
- குடி B யின் இடை  $\mu_B$  ஐக் கணிக்க.
- இரு குடிகளின் இடைகளின் வேறுபாடு  $\mu_A - \mu_B$  ஐக் கணிக்க.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் உத்தேச பெறுமதியினைக் கணித்த முறையிலேயே அதாவது  $[E(x) = \sum x \cdot p(x)]$  எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி உங்களால் கட்டியெழுப்பப்பட்ட மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் உத்தேசப் பெறுமதி எனப்படுகின்ற இடையினை  $\mu(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  ஐக் கணிக்க.
- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடைக்கும்  $\mu(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$ , குடி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளுக்கு  $(\mu_A - \mu_B)$  இடையிலான தொடர்பினையும் கூறவும்.
- குடி A யின் மாற்றற்றன்  $\sigma_A^2$  யினைக் கணிக்க.
- குடி B யின் மாற்றற்றன்  $\sigma_B^2$  யினைக் கணிக்க.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் மாறல் திறனைக் கணிப்பிட்ட முறையில் உங்களால் கட்டியெழுப்பப்பட்ட மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றன்  $\sigma^2(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  ஐக் கணிக்க.
- மாதிரி இடைகள் இரண்டிற்கான வேறுபாட்டின் பரம்பலின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றனான  $\sigma^2(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$ , குடிகள் இரண்டின் மாற்றற்றன்களையும் ஒப்பிட்டு, உங்களது கருத்தை முன்வைக்கவும்.

**தீர்வு (செயற்பாடு - 4)**

$$\begin{aligned} \bullet \mu_A &= \frac{4+8+12}{3} & \bullet \mu_A - \mu_B &= 8-4 & \bullet \mu_B &= \frac{2+4+6}{3} \\ &= \underline{\underline{8}} & &= \underline{\underline{4}} & &= \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

•

$(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	1	2	3	4	5	6	7
$P(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \cdot P(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$

•  $\mu(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \frac{36}{9}$   
 $= \underline{\underline{4}}$   
 $\mu_A - \mu_B = 8 - 4$   
 $= \underline{\underline{4}}$

$\mu(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \mu_A - \mu_B$
--

•  $\sigma_A^2 = \frac{(4-8)^2 + (8-8)^2 + (12-8)^2}{3}$   
 $= \frac{32}{3}$   
 $= \underline{\underline{10.67}}$

•  $\sigma_B^2 = \frac{(2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2}{3}$   
 $= \frac{8}{3}$   
 $= \underline{\underline{2.67}}$

•

$(\bar{x}_A - \bar{x}_B)^2$	1	4	9	16	25	36	49
$P(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$(\bar{x}_A - \bar{x}_B)^2 \cdot P(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{18}{9}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{50}{9}$	$\frac{36}{9}$	$\frac{44}{9}$

$$Var(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \sum(\bar{x}_A - \bar{x}_B)^2 \cdot P(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - [E(\bar{x}_A - \bar{x}_B)]^2$$

$$Var(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \frac{174}{9} - 4^2$$

$$= \underline{\underline{3.33}}$$

குடிகள் இரண்டின் மாற்றற்றனூடாக  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)$  யின் மாறலிகள் பின்வருமாறு:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ } Var_{(\bar{x}_A - \bar{x}_B)} &= \frac{\sigma_A^2}{n_A} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) + \frac{\sigma_B^2}{n_B} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) \quad Var_{(\bar{x}_B - \bar{x}_A)} = \frac{\sigma_A^2}{n_A} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) + \frac{\sigma_B^2}{n_B} \left( \frac{N-n}{N-1} \right) \\ &= \left( \frac{32}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{8}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \\ &= \underline{\underline{3.33}} \end{aligned}$$

- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரிப் பரம்பலின் இடையினையும், மாற்றற்றினையும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திய பின்னர் பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் மாதிரி இடைகள் இரண்டினது வேறுபாட்டின் மாதிரிப் பரம்பலின் தன்மையினை விளங்கப்படுத்தவும்.
- குடி செவ்வனாகும் போதும் குடிமாற்றற்றன் தெரிந்துள்ளபோதும் விசாலமான மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரிப் பரம்பலானது பின்வரும் முறையினை எடுக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\bar{x}_A - \bar{x}_B \sim N \left( (\mu_A - \mu_B), \frac{\sigma_1^2}{n_A} + \frac{\sigma_2^2}{n_B} \right)$$

- குடி செவ்வனாகும் போதும், குடி மாற்றற்றன் தெரிந்திருக்கும் நிலையில் சிறிய மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மேலே காட்டிய முறையினை எடுக்கும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- குடியானது செவ்வனாகும் போதும் குடிமாறல் திறன் தெரியாதபோதும் விசாலமான பருமன் கொண்ட மாதிரிகளுக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும் போது குடி செவ்வனாக இருப்பதனால் மாதிரிப் பரம்பலானது செவ்வனாவதுடன், குடிமாற்றற்றன் தெரியாமையினால் அதற்கான மாதிரி மாற்றற்றன் சிறந்த அனுமானமொன்றாகும். அதனால் மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரிப் பரம்பலானது பின்வரும் முறையினைப் பெறும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

$$(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N(\mu_A - \mu_B), \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}$$

- இங்கு  $\sigma_A^2$  க்குப் பதிலாக  $S_A^2$  ஐயும்  $\sigma_B^2$  இற்குப் பதிலாக  $S_B^2$  ஐயும் பயன்படுத்த முடியும்.



- குடி செவ்வனாகும்போது குடி மாறல் திறன் தெரியாதபோது சிறிய பருமன் கொண்ட மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரிப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும்போது அறிந்திராத குடிமாற்றிறனுக்குரிய சிறந்த அனுமானமொன்றாக மாதிரி மாற்றிறன் பயன்படுத்தப்படுவதுடன், மாதிரியின் பருமன் சிறியது என்பதனால் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்  $t$  பரம்பலில் அமைக்கப்படுவதனால் அது பின்வரும் முறையினைப் பெறும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

$$\bar{x}_A - \bar{x}_B \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}\right)$$

- இங்கு  $t$ ப் பரம்பலின் இலக்கம்  $n_1 + n_2 - 2$  அடிப்படையில் தங்கியுள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- குடி செவ்வனாக இல்லாதபோதும், குடியின் மாற்றிறன் அறிந்துள்ள போதும் விசாலமான பருமனுடைய மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும்போது மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலுக்குக் கிட்டியதாக செவ்வன் பரம்பலானது அமையும் எனவும் விளக்கவும்.

$$\bar{x}_A - \bar{x}_B \sim N\left[\left(\mu_1 - \mu_2\right), \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right]$$

- குடி செவ்வனாக இல்லாதபோதும் குடியின் மாற்றிறன் தெரியாதபோதும், விசாலமான பருமனுடைய மாதிரிக்கான மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும்போது குடிமாற்றிறனுக்குப் பதிலாகச் சிறந்த அனுமான மொன்றாக மாதிரி மாற்றிறன் பயன்படுத்தப்படுவதுடன் மாதிரியின் பருமன் விசாலமானதாக இருந்தும், குடி செவ்வனாக இல்லாதிருந்தாலும் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமைய கிட்டியதாக செவ்வனாகப் பரம்பிச் செல்கின்றது என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)$$

- இங்கு  $\sigma_1^2$  இற்குப் பதிலாக  $S_1^2$  யும்  $\sigma_2^2$  இற்குப் பதிலாக  $S_2^2$  யும் பயன்படுத்த முடியும்.
- செவ்வன் குடியொன்றின் உதவியுடன் மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு மாணவர்களுக்குப் பின்வரும் செயற்பாடுகளை வழங்கவும்.

#### செயற்பாடு - 5

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்குமுரிய மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளுக்கான மாதிரிப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.

- (1) A வகையான உலர் மின்கலத்தின் (Battery) ஆயுட்காலமும் B வகையான உலர் மின்கலத்தின் ஆயுட்காலமும் முறையே 1000 மணித்தியாலமும் 800 மணித்தியாலமும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளதுடன் நியமவிலகல் முறையே 125

மணித்தியாலமும் 100 மணித்தியாலமும் ஆகும். உலர் மின்கலத்திலும் 13 உலர் A மின்கல வகையில் 25 உம், B மின்கல வகையில் 16 உம் மாதிரிகளாக எடுக்கப்பட்டன.

- (2) பாடசாலையொன்றின் மாணவர்களினதும் மாணவிகளினதும் நிறையானது முறையே 48 kg, 45 kg என்ற இடைகளாக செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. எனினும் நியம விலகல் தெரியாது. 50 மாணவர்களினதும் 75 மாணவர்களினதும் மாதிரியினைக் கவனத்தில் எடுத்துப் பார்த்தபோது அவற்றின் நியம விலகல் முறையே 5kg, 4kg என்ற வகையில் கிடைக்கப் பெற்றது.
- (3) இரண்டு இயந்திரங்களின் மூலம் பொதி செய்யப்படுகின்ற சீனிப் பொதிகளின் நிறை இடை முறையே 500 g, 495 g ஆகவும், நியம விலகல் முறையே 0.8 g, 0.5 g எனச் செவ்வனாகப் பரம்பிக் காணப்படுகின்றது. இவ்வியந்திரங்களிலிருந்து உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற சீனிப்பொதிகளிலிருந்து முறையே 12 பொதிகள், 15 பொதிகள் மாதிரியாக எடுக்கப்பட்டன.

**செயற்பாடு - 5 இற்கான விடைகள் பின்வருமாறு:**

- (1) உலர் மின்கலத்தின் ஆயுற்காலத்தை  $X_A, X_B$  என எடுத்தால்,

$$(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N\left[\left(\mu_A - \mu_B\right), \left(\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}\right)\right]$$

$$(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N\left[(1000 - 800), \left(\frac{125^2}{25} + \frac{100^2}{16}\right)\right]$$

- (2) மாணவ மாணவியரின் நிறையினை X எனவும், மாணவனொருவனை B எனவும், மாணவியை G எனவும் கவனத்தில் கொண்டு மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகள்

$$(\bar{x}_B - \bar{x}_G) \sim N\left[\left(\mu_A - \mu_B\right), \left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)\right]$$

$$(\bar{x}_B - \bar{x}_G) \sim N\left[(48 - 45), \left(\frac{5^2}{50} + \frac{4^2}{75}\right)\right]$$

- (3) இயந்திரங்களினால் பொதி செய்யப்படும் சீனிப்பொதிகளின் நிறையினை X எனவும், இயந்திரங்களை இயந்திரம் 1, இயந்திரம் 2 எனவும் கவனத்தில் கொண்டு மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகள்

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \sim N\left[\left(\mu_1 - \mu_2\right), \left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)\right]$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \sim N\left[(500 - 495), \left(\frac{0.8^2}{12} + \frac{0.5^2}{15}\right)\right]$$

- செவ்வனல்லாத குடியின் உதவியுடன் மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாடுகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

### செயற்பாடு - 6

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்கும் பொருத்தமான இடைகள் இரண்டிற்கான ஆயிடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புக.

- (1) A எனும் நிரப்பு நிலையத்திற்கு மணித்தியாலத்திற்கு வருகின்ற லொறிகளின் எண்ணிக்கை இடை  $\lambda = 2$  எனும் பொய்ச்சோன் பரம்பலிலும் B எனும் நிரப்பு நிலையத் திற்கு மணித்தியாலத்திற்கு வருகின்ற லொறிகளின் எண்ணிக்கை இடை  $\lambda = 1.5$  எனும் பொய்ச்சோன் பரம்பலிலும் அமைந்துள்ளது. மணித்தியால கால இடைவெளி 100 எனக் கவனத்தில் எடுத்துப் பார்க்கும்போது மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்.
- (2) A இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற உருப்படிகளில் 2% மும், B இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற உற்பத்திகளில் 1.0% மும் வழுவூடன் கூடியதாகும். இவ்வியந்திரங்களிலிருந்து உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற உருப்படிகளில் தலா 20 படி பெட்டிகளில் பொதி செய்யப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் 10 பெட்டிகள் வீதம் மாதிரிகள் இரண்டு எடுக்கப்பட்டால், அம்மாதிரிகள் இரண்டின் வழுவூடான உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையின் இடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாட்டிற்கான மாதிரிப்பரம்பல்.

### செயற்பாடு - 6 இற்குரிய விடைகள் பின்வருமாறு:

- (1) நிரப்பு நிலையத்திற்கு வரும் லொறிகளின் எண்ணிக்கை X எனின்,

$$X_A \sim Po(2)$$

$$X_B \sim Po(1.5)$$

$$\mu_{\bar{x}_A} = 2$$

$$\mu_{\bar{x}_B} = 1.5$$

$$\sigma_{\bar{x}_A}^2 = \frac{2}{100}$$

$$\sigma_{\bar{x}_B}^2 = \frac{1.5}{100}$$

$$\therefore (\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N \left[ (2 - 1.5), \left( \frac{2}{100} + \frac{1.5}{100} \right) \right]$$

- (2) பெட்டியொன்றின் வழுவூடான உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை X ஆயின்,

$$X_A \sim B(20, 0.02) \quad n = 200$$

$$X_B \sim B(20, 0.01) \quad p = 0.02$$

$$np = 4.00$$

10 பெட்டிகளின் மாதிரி உருப்படிகள் = (10 × 20) = 200 என்பதனால்,

$$\therefore \bar{X}_A \sim N \left[ 4, \frac{3.92}{200} \right]$$

$$\bar{X}_B \sim N \left[ 2, \frac{1.98}{200} \right]$$

$$\therefore (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \sim N \left[ (4-2), \left( \frac{3.92}{200} + \frac{1.98}{200} \right) \right]$$

### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- குடிகள் இரண்டில் எழுமாற்றாக எடுக்கக்கூடிய சகல சாராத மாதிரிகளின் இடைகளின் ஆயிடைக்காக எடுக்கக்கூடிய பெறுமதிகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் எனப்படும்.
- குடிகள் இரண்டில் முறையே பருமன்  $n_1, n_2$  எனும் வகையில் எடுக்கப்படுகின்ற சாராத எழுமாற்று மாதிரிகள் இரண்டின் இடைகள் முறையே  $\bar{x}_1, \bar{x}_2$  ஆயின்  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$  எடுக்கக்கூடிய பெறுமதிகளின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலானது மாதிரிப் பரம்பலின் இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் ஆகும்.
- $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$  ஆயின் மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையானது குடி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடு  $\mu_1 - \mu_2$  க்கு சமமாகும்.

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

- மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றிறன்  $\sigma^2_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$

- குடியானது எல்லைக்குட்பட்டதாக இருக்கும்போது (முடிவானது)

$$\sigma^2_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \left[ \frac{\sigma_1^2}{n_1} \left( \frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1} \right) + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \left( \frac{N_2 - n_2}{N_2 - 1} \right) \right] \text{ ஆக இருப்பதுடன்}$$

- குடியானது எல்லையற்றதாக இருக்கும்போது  $\sigma^2_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \left[ \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right] \text{ ஆகும்.}$

- $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  ஆகுமாறு X, Y எனும் இரு குடிகள் உள்ள  $n_1, n_2$  என்ற பருமனுடைய இரு மாதிரிகளின் இடைகளின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாதிரியானது சிறிது அல்லது பெரிது என்றில்லாது செவ்வனாகப் பரம்பியிருக்கும்.

$$(\bar{x} - \bar{y}) \sim N \left[ (\mu_1 - \mu_2), \left( \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right) \right]$$

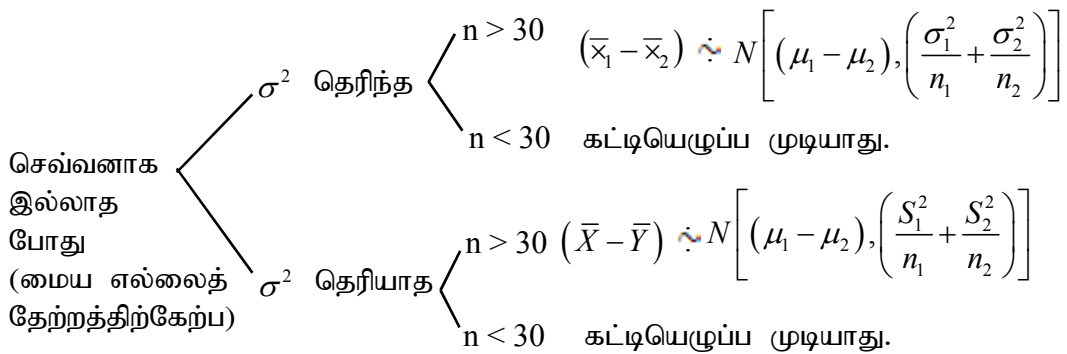
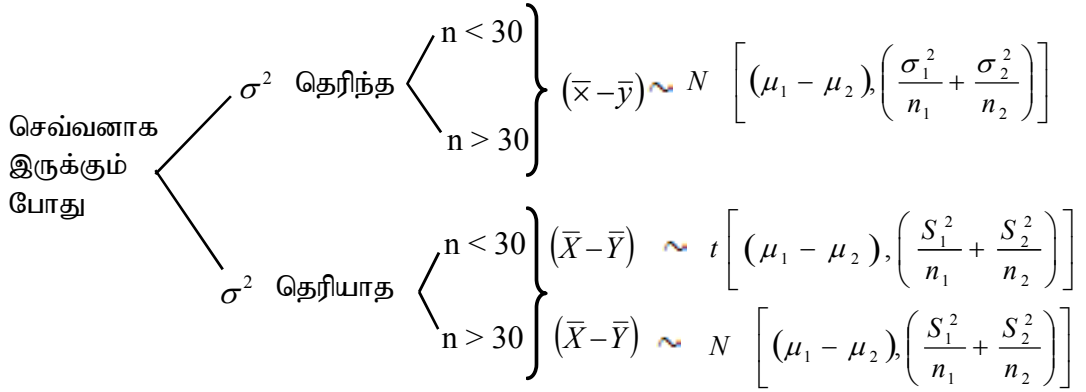
- குடியின் பரம்பல் செவ்வனற்றதாகவும் விசாலமான பருமனுடனான மாதிரிகளினூடாக பெற்றுக் கொள்கின்ற மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் பரம்பல் இடை

$(\mu_1 - \mu_2)$  மாற்றற்றன்  $\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$  உடன் அண்மித்ததாக செவ்வனாகப் பரம்பலடையும்.

$$(\bar{x} - \bar{y}) \sim N \left[ (\mu_1 - \mu_2), \left( \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right) \right]$$

- குடிப்பரம்பலானது செவ்வனாகவும், குடியின் மாற்றற்றன் தெரியாவிடின் அக்குடிகளின் லிருந்து எடுக்கப்படுகின்ற சிறிய மாதிரிகள் இரண்டின்  $n_1 < 30$ ,  $n_2 < 30$  இடைகளின் வேறுபாடு t ஐப் பரம்பலில் காணப்படும். இங்கு குடி மாற்றற்றனாகிய  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$  என்பவை சமனானது  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  பொது மாற்றற்றன் எனக் கருதப்படும்.

மாதிரி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டி யெழுப்புதல்.



## கணிப்பீடும் மதிப்பீடும்

பின்வரும் பிரச்சினைகளைத் தீர்க்க.

- (1) ghl r hi y na hd wpl ; khz t uf s pl ; eñ wa pl ; , i l 48 kg மும், நியம விலகல் 5 kg மும் ஆகும். இப்பாடசாலையில் மாணவிகளின் நிறையின் இடை 45 kg மும் நியம விலகல் 8 kg மும் ஆகும்.

(அ) மாணவ மாணவிகளின் நிறையானது செவ்வனாகப் பரம்பலடைகின்றது எனக் கருதப்படுமாயின்,

- (i) 25 மாணவர்களின் சராசரி நிறைக்கும் 16 மாணவிகளின் சராசரி நிறைக்கும் இடையிலான வேறுபாடு 4.5 kg ஐ விட அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

- (ii) எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட 49 மாணவர்களின் இடை நிறையானது எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவிகள் 64 பேரின் மாதிரி இடையின் நிறையை விட 4.5 kg அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

(ஆ) மாணவ மாணவிகளின் நிறையானது செவ்வனாகப் பரம்பிச் செல்லவில்லை எனக் கருதுவோமாயின் மேலே (அ)ப்பகுதி விடையின் சரியான தன்மை தொடர்பில் உங்களது கருத்தினை முன்வைக்க.

- (2) சிறிய ரக வானொலி உற்பத்தியாளரொருவர் அதற்காகப் பயன்படுத்துகின்ற உலர் மின்கலங்களை A, B எனும் இரு உற்பத்தியாளர்களிடமிருந்து கொள்வனவு செய்கின்றார். A உற்பத்தியாளரின் உலர் மின்கலத்தின் ஆயுட்காலத்தின் இடை 820 மணித்தியாலங்களும், B உற்பத்தியாளரின் உலர் மின்கலத்தின் ஆயுட்காலத்தின் இடை 790 மணித்தியாலங்களும் ஆகும். A உற்பத்தியாளரிடமிருந்து கொள்வனவு செய்யப்படுகின்ற 80 உலர் மின்கலங்களினதும், B உற்பத்தியாளரிடமிருந்து கொள்வனவு செய்யப்படுகின்ற 90 உலர் மின்கலங்களினதும் நியம விலகல் முறையே 25, 36 மணித்தியாலங்களாயின.

- (i) A உலர் மின்கலத்தின் மாதிரி இடையின் ஆயுட்காலம், B உலர் மின்கலத்தின் மாதிரி இடையின் ஆயுட்காலத்தை விட 35 மணித்தியாலங்கள் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

- (ii) A உலர் மின்கலத்தின் மாதிரி இடையின் ஆயுட்காலத்திற்கும் B உலர் மின்கலத்தின் மாதிரி இடையின் ஆயுட்காலத்திற்குமிடையிலான வேறுபாடு குடி இடைகள் இரண்டினது வேறுபாட்டிலிருந்து 10 மணித்தியாலங்கள் வீச்சில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

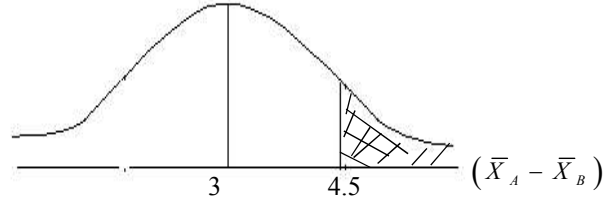
- (1) மாணவர்கள் A எனவும் மாணவிகள் B எனவும் நிறையினை X எனவும் எடுக்க.

$$(அ) (i) \bar{x}_A \sim N \left[ 48, \frac{5^2}{25} \right]$$

$$\bar{x}_B \sim N \left[ 45, \frac{8^2}{16} \right]$$

$$\therefore (\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N \left[ (48 - 45), \left( \frac{5^2}{25} + \frac{8^2}{16} \right) \right]$$

$$\Pr(\bar{x}_A - \bar{x}_B > 4.5) = \Pr \left[ Z > \frac{4.5 - 3.0}{\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{8^2}{16}}} \right]$$



$$= \Pr(Z > 0.67)$$

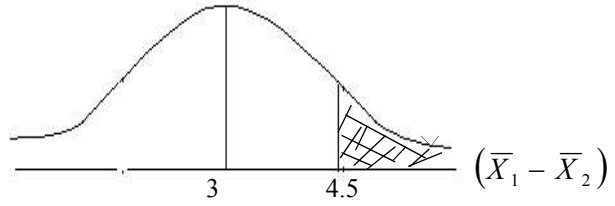
$$= 0.5 - 0.2468$$

$$= \underline{\underline{0.2514}}$$

$$(ii) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \sim N \left[ (48 - 45), \left( \frac{5^2}{49} + \frac{8^2}{64} \right) \right]$$

$$\Pr o [(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) > 4.5]$$

$$\Pr o \left[ Z > \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \right]$$



$$= \Pr \left[ Z > \frac{4.5 - 3.0}{\sqrt{\frac{5^2}{49} + \frac{8^2}{64}}} \right]$$

$$\Pr o [Z > 1.22] = 0.5000 - 0.3888$$

$$= \underline{\underline{0.1112}}$$

(ஆ) குடியின் பரம்பல் செவ்வனாக இல்லாவிடின் மேலே (அ) (i) இன் விடை கருத்துடையதல்ல. மாதிரி சிறியதாகையால் மாதிரி இடையின் வேறுபாட்டின் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பாமையினாலாகும்.

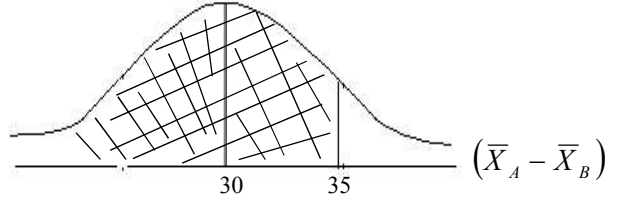
மேலே (அ) (ii) இன் விடை கருத்துள்ளதாகும்.

மையநாட்ட அளவீட்டுக்கேற்ப குடிப்பரம்பல் எவ்வாறாயினும் மாதிரியின் பருமன் விசாலமாயின் மாதிரி இடையின் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பலுக்கு அண்மித்ததாக இருப்பதனால் ஆகும்.

(2) (i) உலர் மின்கலத்தின் ஆயுட்காலத்தை X எனக் கருதி,

$$\bar{x}_A \sim N \left[ 820, \frac{25^2}{80} \right]$$

$$\bar{x}_B \sim N \left[ 790, \frac{36^2}{90} \right]$$



$$(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \sim N \left[ (820 - 790), \frac{25^2}{80} + \frac{36^2}{90} \right]$$

$$\Pr o(\bar{x}_A - \bar{x}_B) < 35$$

$$= \Pr o \left[ Z < \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \right]$$

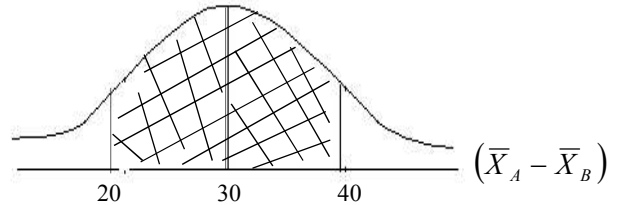
$$= \Pr o \left[ Z < \frac{35 - 30}{\sqrt{\frac{25^2}{80} + \frac{36^2}{90}}} \right]$$

$$= \Pr o[Z < 1.061] = 0.5000 + 0.3554$$

$$= \underline{\underline{0.8554}}$$

(ii)  $\Pr o[\mu_A - \mu_B - 10 \leq \bar{X}_A - \bar{X}_B \leq \mu_A - \mu_B + 10]$

$$\Pr o \left[ \frac{-10}{\sqrt{\frac{25^2}{80} + \frac{36^2}{90}}} \leq Z \leq \frac{10}{\sqrt{\frac{25^2}{80} + \frac{36^2}{90}}} \right]$$



$$\Pr o \left[ \frac{-10}{4.713} \leq Z \leq \frac{10}{4.713} \right]$$

$$\Pr o[-2.12 \leq Z \leq 2.12] = 0.4830 + 0.4830$$

$$= \underline{\underline{0.9660}}$$



**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.4:** புள்ளிவிபர அனுமானத்திற்கான மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மாதிரி விகிதம், குடி விகிதம் என்பவற்றை விளக்குவார்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விபரிப்பார்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையினையையும் மாற்றற்றினையும் வெளிப்படுத்துவார்.
- மாதிரிப் பருமன் அதிகரிக்கும் பொழுது மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை விளக்குவார்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலினூடாகப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலினூடாகத் தீர்மானமெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- மாணவர்களோடு பின்வரும் விடயங்கள் தொடர்பாகக் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- $F_1, F_2, F_3$  என்றவாறு மூன்று பெண்பிள்ளைகளும்  $M_1, M_2$  என்றவாறு இரு ஆண்பிள்ளைகளும் இருக்கின்ற குடியொன்று காணப்படுகின்றது என்று கருதவும்.
- இங்கு பெண்கள் என்பது துணைப் பண்புகளாகும் எனவும் அத்துணைப் பண்புகளுக்குரிய உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையை (A) எனவும் மொத்த குடித்தொகை அலகுகளின் எண்ணிக்கை (N) யினை விகிதமொன்றாகக் காட்டும் பொழுது அது குடிவிகிதமொன்றாகும் எனவும் சுட்டிக் காட்டவும். குடி விகிதத்தை  $\pi$  எனும் அடையாளத்தின் மூலம் குறித்துக் காட்டப்படும் என வெளிப்படுத்துங்கள்.

$$\begin{aligned}\pi &= \frac{A}{N} \\ &= \frac{3}{5} \\ &= \underline{\underline{0.6}}\end{aligned}$$

- மாதிரியொன்றை எடுத்து நோக்கும் பொழுது அம்மாதிரியில் யாதேனும் துணைப் பண்பொன்று உரித்துடைய உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை (a) மொத்த மாதிரி உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையினை (n) விகிதமொன்றாகக் காட்டப்படும் பொழுது அது மாதிரி விகிதமாகும் எனவும் அது P எனும் குறியீட்டின் மூலம் அடையாளப்படுத்தப்படும் எனவும் அதன் பெறுமானங்கள் P என அடையாளப்படுத்தப்படும் எனவும் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

$$P = \frac{a}{n}$$

### செயற்பாடு - 1

- மேற்காட்டிய உதாரணங்களுக்கமையப் பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
- இரு மாணவர்கள் வீதம் எடுத்து உருவாக்கக்கூடிய எல்லா சாத்தியமான மாதிரிகளை எழுதிக் காட்டவும்.
- ஒவ்வொரு மாதிரியிலுமுள்ள பெண்பிள்ளைகளின் விகிதத்தைக் கணிப்பிடவும்.
- ஒவ்வொரு மாதிரியிலுமுள்ள பெண்பிள்ளைகளது வீதங்களையும் அவற்றின் நிகழ்தகவுகளுடன் அட்டவணையொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 1)

- எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளும்
- $(F_1, F_2)$   $(F_1, F_3)$   $(F_1, M_1)$   $(F_1, M_2)$   $(F_2, F_3)$

$$(F_2, M_1) (F_2, M_2) (F_2, M_1) (F_3, M_2) (M_1, M_2)$$

- ஒவ்வொரு மாதிரியிலுமுள்ள பெண்பிள்ளைகளின் விகிதம்
- 1, 1, 0.5, 0.5, 1, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0
- $P$  யின் நிகழ்தகவுப் பரம்பல்

$P$	$P_{(p)}$	$P \cdot P_{(p)}$
0	$\frac{1}{10}$	0
0.5	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட பரம்பலானது மாதிரி விகிதங்களின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலாகும் என மாணவர்களுக்கு தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

### செயற்பாடு - 2

- செயற்பாடு 1ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரிப் பரம்பலின் இடையைக்  $(\mu_p)$  கணிப்பிடவும்.
- அப்பெறுமானத்திற்கும் குடிவிகிதத்திற்குமிடையிலான தொடர்பினை இனங்காணவும்.
- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றினை  $\sigma_p^2$  பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிடவும்.

$$\sigma_p^2 = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$$

- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரிப் பரம்பலின் நியம விலகலை  $\sigma_p$  பின்வரும் சூத்திரத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிப்பிடவும்.

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)}$$

### தீர்வு (செயற்பாடு - 2)

- $$\mu_p = \frac{1+1+0.5+0.5+1+0.5+0.5+0.5+0.5+0}{10}$$

$$= 0.6$$

$$\mu_p = \pi$$

$$\sigma_p^2 = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$= \frac{0.6 \times 0.4}{2} \left( \frac{5-2}{5-1} \right)$$

$$= \underline{\underline{0.09}}$$

- $$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{2} \left( \frac{5-2}{5-1} \right)}$$

$$= \underline{\underline{0.3}}$$

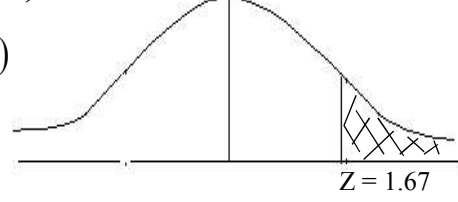
### செயற்பாடு - 3

- பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.  
ஒரு வகை இயந்திரத்தின் மூலம் 3% பழுதடைந்த அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப் படுகின்றது எனக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது. 800 அலகுகளைக் கொண்ட உற்பத்தி யொன்றில்,  
(i) 4% அல்லது அதிலும் கூடிய  
(ii) 2.5% அல்லது அதிலும் கூடிய  
பழுதடைந்தவைகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.  
(iii) மாதிரிப் பழுதடைந்த விகிதம் 2.5% ஐ விடக் குறைவாக இருப்பின் குறித்த தொகுதி சிறப்பான (நல்ல) தொகுதியாக இருப்பது பற்றிய கருத்தினைக் கூறவும்.

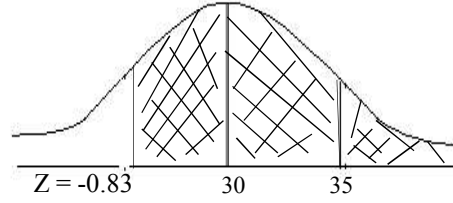
### தீர்வு (செயற்பாடு - 3)

(i)	$\mu_p = \pi$	$\sigma_p^2 = \frac{0.03 \times 0.97}{800}$	$\sigma_p = \sqrt{\frac{0.03 \times 0.97}{800}}$
	$= \underline{\underline{0.03}}$	$= \underline{\underline{0.000036}}$	$= \underline{\underline{0.006}}$

$$\begin{aligned}
\Pr(p \geq 0.004) &= \Pr\left(Z \geq \frac{0.04 - 0.03}{0.006}\right) \\
&= \Pr\left(Z \geq \frac{0.01}{0.006}\right) \\
&= \Pr(Z \geq 1.67) \\
&= 0.5 - 0.4525 \\
&= \underline{\underline{0.0475}}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\text{(ii)} \quad Z &= \frac{p - \mu_p}{\sigma_p} \\
&= \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \\
&= \Pr(p \geq 0.025) \\
&= \Pr\left(Z \geq \frac{0.025 - 0.03}{0.006}\right) \\
&= -0.83 \\
&= 0.5000 - 0.2967 \\
&= \underline{\underline{0.7967}}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\text{(iii)} \quad P[P < 0.025] &= P\left[Z \leq \frac{0.025 - 0.03}{0.006}\right] \\
&= P[Z < -0.83] \\
&= 0.5000 - 0.2967 \\
&= \underline{\underline{0.2033}}
\end{aligned}$$

- பருமன் 800ஐக் கொண்ட மாதிரியொன்றை எடுத்து நோக்கும் பொழுது சிறந்த இருப்பொன்றைப் பெறுவதற்குரிய இயலுமை 20% ஆகும் எனத் தீர்மானிக்க முடியும்.

#### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- ஏதேனும் குடியொன்றின் விசேட துணைப் பண்பொன்றிற்கு உரித்துடைய உருப்படி களின் எண்ணிக்கையை (A) மொத்த குடி அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் (N) வீதமொன்றாகக் காட்டும் பொழுது குடி வீதம் கிடைக்கும்.

$$\pi = \frac{A}{N}$$

- யாதேனும் மாதிரியொன்றின் விசேட துணைப் பண்புகளுக்குரிய உருப்படிகளின்  $vz z \text{ நி } i f i a (a)$  மாதிரி அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் ( $n$ ) விகிதமொன்றாகக் காட்டும் பொழுது மாதிரி விகிதம் கிடைக்கப் பெறும்.

$$p = \frac{a}{n}$$

- யாதேனும் குடியொன்றிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சம பருமனையுடைய எல்லா மாதிரிகளும் மாதிரி விகிதப் பெறுமானங்களின் பரம்பல் மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரிப் பரம்பலாகும்.

- மாதிரி விகித மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை  $\mu_p$  எனவும் மாற்றற்றின்  $\sigma_p^2$  எனவும் நியம விலகல்  $\sigma_p$  எனவும் அடையாளப்படுத்தப்படும்.

- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை குடி விகிதத்திற்கு சமமாகும்.

$$\mu_p = \pi$$

- குடியானது முடிவற்றதாக இருப்பின் மாதிரி விகித மாதிரி பரம்பலின் மாற்றற்றின்,

$$\sigma^2 p = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$$

- குடி முடிவுள்ளதாக இருப்பின் (மாதிரியெடுப்பு) இப்பரம்பலின் மாற்றற்றின்,

$$\sigma^2 p = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$$

- முடிவிலி குடித்தொகையின் மாதிரி விகித மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியமவிலகல்,

$$\sigma p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

- முடிவுள்ள குடித்தொகையின் விகித மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியமவிலகல்,

$$\sigma p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)}$$

- $\frac{n}{N} < 0.05$  ஆக இருப்பின் முடிவான குடித்திருத்தக் காரணியைப் பயன்படுத்துவது அவசியமில்லை.

- மாதிரிப் பருமன் பெரிதாகும் பொழுது ( $n > 30$ ) மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமைய மேலே குறிப்பிடப்பட்ட இடையிலும் மாற்றற்றினிலும் இருக்கின்ற செவ்வன் பரம்பலுக்கு அண்மித்ததாக இருக்கும்.

- மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை பின்வருமாறு அடையாளப்படுத்த முடியும்.

$$p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$$

$$p \sim N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$$

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.5:** புள்ளிவிபர அனுமானத்திற்கான மாதிரி வீதங்கள் இரண்டின் ஆயிடையின் மாதிரிப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடிகள் இரண்டின் விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடுகள் தேவைப்படும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டினது வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை, மாற்றிறன் என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டினது வேறுபாடுகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டுவார்.
- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டினது வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

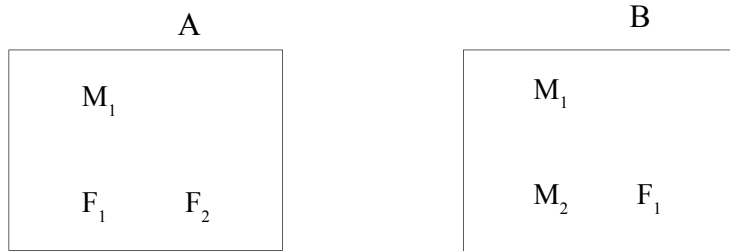
- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
  - A நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் பொருட்களில் 2% பழுதடைந்தவைகளாக இருப்பதாக அந்நிறுவனம் கூறுகின்றது. B நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் பொருட்களில் 3% பழுதடைந்தவைகளாகும் என அந்நிறுவனம் கூறுகின்றது. B நிறுவனத்தின் அலகுகள் பழுதடைதலானது. A நிறுவனத்தின் அலகுகள் பழுதடைவதை விடக் கூடுதலாக இருப்பதற்கான இயலுமை தொடர்பாக
- ஒரு வகை நோயொன்று தொடர்பாகப் பயன்படுத்தப்படும்  $X$  எனும் ஓளடதத்தைப் பெற்ற நோயாளர்களில் 85% த்தினருக்கு அந்நோயிலிருந்து மீள்வதற்கு முடியுமாக இருந்தது என ஓளடத உற்பத்திக் கம்பனி கூறுகின்றது.  $Y$  எனும் ஓளடதத்தைப் பெற்ற நோயாளர்களில் 78% த்தினருக்கு அவ் ஓளடதத்தின் பெறுபேறு கிடைக்கப் பெற்றுள்ளது என்பது அறியப்பட்டுள்ளது.  $Y$  ஓளடதத்தைப் பயன்படுத்தி நோயிலிருந்து குணமடைவதற்கான திறனை விட  $X$  ஓளடதத்தைப் பயன்படுத்தி நோயிலிருந்து குணமடைவதற்கான திறனை அறிந்து கொள்வதற்குத் தேவைப்படும் சந்தர்ப்பத்தின் போது
- $x$  எனும் உணவுப் பொருட்களுக்கு முதியோர்களில் 60% த்தினரும் சிறுவர்களில் 70% த்தினரும் விருப்பம் கொண்டவர்களாக உள்ளனர் என்பது கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்வுணவுப் பொருட்களுக்கு முதியவர்களை விடச் சிறுவர்கள் கூடுதலாக விருப்புகின்றனர் என அறியப்பட்டது. சிறுவர்களுக்கும் முதியோர்களுக்கும் இடையில் இவ்வுணவுப் பொருட்களுக்கு இருக்கும் விருப்பின் வேறுபாடு தொடர்பாக

- மேற்காட்டிய ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் ஏற்ப பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.
- ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்குமமையக் காணப்படுகின்ற குடிகள் இரண்டையும் அறிமுகப்படுத்துதல்.
- அக்குடிகளுக்குரிய விகிதப் பெறுமானங்களைச் சுட்டிக் காட்டுதல்.
- அக்குடி விகிதத்திற்கிடையிலான வேறுபாட்டை அறிந்து கொள்வதற்கு அவசியமாக உள்ளது என்பதை விளக்குதல்.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் செயற்பாட்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- A வகுப்பின்  $M_1$  என ஆண் பிள்ளையொருவரும்  $F_1, F_2$  என இரு பெண் பிள்ளைகளும் இருக்கின்றனர் எனவும், B வகுப்பில்  $M_1, M_2$  என இரு ஆண் பிள்ளைகளும்  $F_1$  என பெண்பிள்ளை ஒருவரும் இருப்பதாகக் கருதிக் கொள்ளுங்கள்.
- A வகுப்பின் மொத்த மாணவர்கள் 3 பேர்களில் இரு மாணவர்கள் வீதம் எடுத்து அமைக்கக்கூடிய அனைத்து மாதிரிகளை எழுதவும்.
- A வகுப்பிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு மாதிரிகளின் பெண் பிள்ளைகளின் விகிதங்களை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
- B வகுப்பிலுள்ள எல்லா 3 மாணவர்களினதும் பருமன் 2 கொண்ட எல்லா சாத்தியமான மாதிரிகளை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
- B வகுப்பிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு மாதிரிகளில் பெண் பிள்ளைகளின் விகிதங்களை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
- A வகுப்பின் மாதிரிகளிலிருந்து பெற்ற விகிதத்திற்கும் B வகுப்பின் மாதிரிகளிலிருந்து பெற்ற விகிதத்திற்குமிடையிலான வேறுபாடுகளையும் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய அனைத்து முறைகளையும் எழுதிக் காட்டி ஒவ்வொன்றினதும் விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடுகளை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
- விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டிற்காகப் பெறப்பட்ட பல்வேறு பெறுமானங்களை அட்டவணைப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு பெறுமானங்களுக்கும் ஒத்ததான நிகழ்தகவுகளைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 1)



A வகுப்பு		B வகுப்பு	
மாதிரி	வீதம்	மாதிரி	வீதம்
$(M_1, F_1)$	0.5	$(M_1, M_2)$	0
$(M_1, F_2)$	0.5	$(M_1, F_1)$	0.5
$(F_1, F_2)$	1.0	$(M_1, F_2)$	0.5

மாதிரி விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய முறை	மாதிரி விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடுகள்
0.5 - 0	0.5
0.5 - 0.5	0
0.5 - 0.5	0
0.5 - 0	0.5
0.5 - 0.5	0
0.5 - 0.5	0
1 - 0	1
1 - 0.5	0.5
1 - 0.5	0.5

விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடுகள் $P_1 - P_2$	நிகழ்தகவு $\Pr(P_1 - P_2)$
0	$\frac{4}{9}$
0.5	$\frac{4}{9}$
1	$\frac{1}{9}$

- மேற்காட்டிய பரம்பலானது இரு மாதிரி விகிதங்களின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலாகும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.



## செயற்பாடு - 2

- செயற்பாடு - 1ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடவும்.
  - மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடையைக்  $(\mu_{p_1} - \mu_{p_2})$  கணிப்பிடவும்.
  - மாதிரி விகிதங்களின் வேறுபாட்டின் பெறுமானத்திற்கும் குடி வீதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்குமிடையிலான தொடர்பினையும் அறிந்து கொள்ளவும்.
  - மாதிரி வீதங்கள் இரண்டின் ஆயிடையின் மாதிரிப் பரம்பலானது மாற்றற்றினை  $\sigma^2(p_1 - p_2)$  வைப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிடவும்.

$$\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} \left( \frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1} \right) + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2} \left( \frac{N_2 - n_2}{N_2 - 1} \right)$$

- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றினை நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் மாற்றற்றினை கணிப்பிடப்படும் முறையில் கணிப்பிட்டு மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சூத்திரத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு விடையுடன் ஒப்பிடவும்.

## தீர்வு (செயற்பாடு - 2)

- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை (எதிர்பார்ப்பு)

$$E(p) = \left( 0 \times \frac{4}{9} \right) + \left( 0.5 \times \frac{4}{9} \right) + \left( 1 \times \frac{1}{9} \right)$$

$$= \underline{\underline{0.3333}}$$

- குடி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாடு

$$\pi_1 = \frac{2}{3}$$

$$\pi_2 = \frac{1}{3} \quad (E(P) = \mu_{p_1 - p_2} = \pi_1 - \pi_2)$$

$$= \underline{\underline{0.3333}}$$

$$\boxed{\mu_{(p_1 - p_2)} = \pi_1 - \pi_2}$$

- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் ஆயிடையில் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றினை

$$\sigma_{(p_1 - p_2)}^2 = \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} \left( \frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1} \right) + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2} \left( \frac{N_2 - n_2}{N_2 - 1} \right)$$

$$= \left( \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 0.0111$$

- அம்மாற்றற்றிறனை நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் மாறல் திறனாக

$$\begin{aligned} Var(p_1 - p_2) &= \left(0^2 \times \frac{4}{9}\right) + \left(0.5^2 \times \frac{4}{9}\right) + \left(1^2 \times \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \underline{\underline{0.1111}} \end{aligned}$$

$$Var(P_1 - P_2) = \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} \left(\frac{N_1-n_1}{N_1-1}\right) + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2} \left(\frac{N_2-n_2}{N_2-1}\right)$$

- மீள்வைப்புடனான மாதிரி எடுத்தலைப் போன்று முடிவற்ற குடிக்கு திருத்தற் காரணியைப் பயன்படுத்தத் தேவையில்லையென என மாணவர்களுக்குத் தெளிவு படுத்தவும்.

$$Var(P_1 - P_2) = \frac{\pi_1(1-\pi_2)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}$$

### செயற்பாடு - 3

- மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.
- செயற்பாடு - 2ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 3)

$$P_1 - P_2 \sim N(\mu_{(P_1-P_2)}, \sigma^2_{(P_1-P_2)})$$

$$P_1 - P_2 \sim N\left(\pi_1 - \pi_2, \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}\right)$$

### செயற்பாடு - 4

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.
- ஒரு வகை நோயொன்றைச் குணப்படுத்துவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற A எனும் ஓளடதத்தின் மூலம் நோய் குறைவடைவதற்கான விகிதம் 0.85 ஆகவும் B எனும் ஓளடதத்தின் மூலம் நோய் குறைவடைவதற்கான விகிதம் 0.78 ஆகவும் இருக்கும் எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. A ஓளடதத்தைப் பயன்படுத்தும் நோயாளர்கள் 100 பேர்களும் B ஓளடதத்தைப் பயன்படுத்தும் நோயாளர்கள் 200 பேர்களும் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரி இரண்டை எடுத்துப் பரிசீலனை செய்த போது A ஓளடதத்தின் மூலம் நோய் குணமடைவதற்கான விகிதம் B ஓளடதத்தின் மூலம் நோய் குணமடைவதற்கான விகிதத்தை விட 0.1 இனால் அதிகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

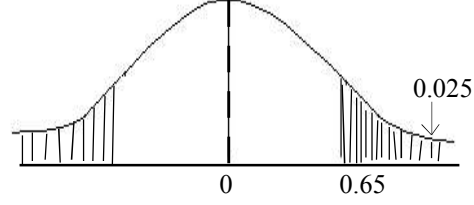
**தீர்வு (செயற்பாடு - 4)**

$$\pi_1 = 0.85 \quad n_1 = 100$$

$$\pi_2 = 0.78 \quad n_2 = 200$$

$$\pi_1 - \pi_2 = 0.85 - 0.78 = 0.07$$

$$\Pr(\pi_1 - \pi_2 > 0.1)$$



$$\Pr[P_1 - P_2 > 0.1]$$

$$P \left[ Z > \frac{(0.1 - 0.07)}{\sqrt{\frac{(0.85)(0.15)}{100} + \frac{0.18 + 0.22}{200}}} \right]$$

$$= P[Z > 0.65]$$

$$= 0.5000 - 0.2422$$

$$= \underline{\underline{0.2578}}$$

- ஓளடதங்களின் நோய் குணமடைவதற்கான விகிதங்களது வேறுபாட்டின் 10%த்தை விட அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.2578 ஆகும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடிகள் இரண்டிலிருந்து  $n_1, n_2$  பருமன் கொண்ட இரு சாராத மாதிரிகளின் குறித்த பண்புகள் தொடர்பாக விகித ஒழுங்கு முறையாக  $p_1, p_2$  மூலம் அடையாளப் படுத்தப்பட்டால்  $p_1 - p_2$  க்குரிய நிகழ்தகவுப் பரம்பலானது மாதிரி விகிதம் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.

- மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் இடை  $\mu_{P_1 - P_2}$  ஆகவும் மாற்றற்றின்  $\sigma_{P_1 - P_2}^2$  எனவும் நியம விலகல்  $\sigma_{P_1 - P_2}$  எனவும் அடையாளப் படுத்தப்படும்.

- இடை

$$E(P_1 - P_2) = \mu_{(P_1 - P_2)} = \pi_1 - \pi_2$$

- மாற்றற்றின் (முடிவற்ற குடிகளின்போது)

$$\sigma_{(P_1 - P_2)}^2 = \frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}$$

- மாற்றற்றின் (முடிவான குடியொன்றின்போது)

$$\sigma_{(P_1 - P_2)}^2 = \frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} \left( \frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1} \right) + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2} \left( \frac{N_2 - n_2}{N_2 - 1} \right)$$

- நியம விலகல் ((முடிவற்ற குடியின் போது)

$$\sigma_{(P_1-P_2)} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \pi_2\left(\frac{1-\pi_2}{n_2}\right)}$$

- நியம விலகல் ((முடிவான குடியின் போது)

$$\sigma_{(P_1-P_2)} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1}\left(\frac{N_1-n_1}{n_1-1}\right) + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}\left(\frac{N_2-n_2}{n_2-1}\right)}$$

- மாதிரிப் பருமன் விசாலமாகும் பொழுது ( $n_1 \geq 100$  மற்றும்  $n_2 \geq 100$ ) மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமைய மேலே குறிப்பிடப்பட்ட இடை, மாற்றற்றன் என்பன காணப்படுகின்ற செவ்வன் பரம்பலொன்றிற்கு அண்மித்ததாகக் காணப்படும்.
- மாதிரி விகிதம் இரண்டின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைப் பின்வரும் வகையில் குறித்துக் காட்ட முடியும்.

$$P_1 - P_2 \sim N(\mu_{P_1-P_2}, \sigma^2_{P_1-P_2})$$

$$P_1 - P_2 \sim \left( \pi_1 - \pi_2, \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2} \right)$$

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.6:** குடிப் பரமான மதிப்பீட்டிற்காக புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புள்ளி விபர மதிப்பீட்டினை விளக்குவார்.
- மதிப்பீட்டென்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.
- சிறந்த புள்ளி மதிப்பானில் இருக்க வேண்டிய கோடலற்ற, வினைத்திறனான, இசைவானதாக, போதுமானதாக இருத்தல் போன்ற உடைமைகளை விளக்குவார்.
- மதிப்பிடலுக்கும் மதிப்பானுக்கும் இடையிலும் மதிப்பீட்டிற்கும் மதிப்பானுக்கிடையிலுமான வேறுபாடுகளையும் தொடர்புகளையும் விளக்குவார்.
- குடி இடை, குடி விகிதம், குடி மாற்றிறன் என்பவற்றிற்குக் கோடலற்ற மதிப்பான்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- மதிப்பீட்டில் குறைவான மாற்றிறனுடன் கூடிய கோடலற்ற மதிப்பானின் தேவைப் பாட்டினைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- மதிப்பானின் ஒப்பீட்டு ரீதியான வினைத்திறனைக் கணிப்பிடுவார்.
- வழங்கப்பட்ட சில மதிப்பான்களிலிருந்து கோடலற்ற மதிப்பான், வினைதிறன் மதிப்பான், இசைவான மதிப்பான் என்பவற்றை வேறுபடுத்திக் காட்டுவார்.
- மாதிரிப் பருமன் அதிகரிக்கும் பொழுது மதிப்பானின் மாற்றிறன் பூச்சியத்தை (0) நோக்கிச் செல்லும் தேவைப்பாட்டினைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

**செயற்பாடு - 1**

- புள்ளி மதிப்பீட்டுச் செயல்முறை தொடர்பாக பின்வரும் பாய்ச்சல் கோட்டு அட்டவணையைக் கரும்பலகையில் காட்சிப்படுத்தவும்.



- இப்பாய்ச்சல் கோட்டு அட்டவணையின் செவ்வகங்கள் ( □ ) மூலம் பெறப்படும் பெறுபேறும் அம்புக்குறி (→) மூலம் செயல்முறைகளும் காட்டப்பட்டுள்ளது என மாணவர்களுக்கு அறியச் செய்யவும்.
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட பாய்ச்சல் கோட்டு அட்டவணை தொடர்பாகக் கலந்துரையாட லொன்றில் ஈடுபடுவதன் மூலம் புள்ளி மதிப்பீட்டினையும் அங்கு பயன்படுத்தப்படும் பதங்கள் தொடர்பாகவும் விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 2

- பணியாளர்கள் 5 பேர்களைக் கொண்ட சிறிய வணிக நிறுவனமொன்றில் அவர்களது சராசரி சம்பளம் தொடர்பான முடிவுகளுக்கு வருவதற்காக மாதிரித் தரவுகள் சேகரிக்கப் பட்டுச் சராசரிச் சம்பளத்தை மதிப்பிடுவதற்கு எண்ணியுள்ளது.
- பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

5 ஊழியர்களின் பெயரும் அவர்களின் மாதாந்த சம்பளமும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

பெயர்	கமால்	நிமால்	நிஹால்	சனா	சான்
மாதாந்தச் சம்பளம் (ரூபா)	20 000	30 000	10 000	10 00	30 000

- (1) தடவைக்கு 3 பேர்கள் வீதமாகப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடியவாறு சகல மீள்வைப் பின்றிய எல்லா சாத்திய மாதிரிகளையும் எழுதிக் காட்டுக.
- (2) அவ் ஒவ்வொரு மாதிரிகளுக்கும் ஏற்ப அவர்களது சம்பள மாதிரிகளைத் தரவுகளாக எழுதிக் காட்டவும்.  
(ஒவ்வொரு மாதிரிகளினதும் எண்ணிக்கை பத்தாயிரங்களில் வெளிப்படுத்தப்படு மாயின், எஞ்சிய கணிப்பீடுகள் இலகுவானதாக இருக்கும்.)
- (3) ஒவ்வொரு மாதிரிகளினதும் இடையினைக் கணிப்பிடவும்.  
அவ்விடைகளின் மாதிரி இடை  $\bar{X}$  புள்ளிவிபரம் (மாதிரி வகுப்புக்களின் தொழிற் பாடு) எனப் பெயரிடவும்.
- (4) இப்பிரச்சினைக்கேற்ப அறியப்படாத பரமானங்களைப் பெயரிடவும்.
- (5) மதிப்பாணைப் பெயரிடவும்.
- (6) மாதிரித் தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு உங்களால் பெயரிடப்பட்ட மதிப்பானின் பெறுமானத்தைக் கணிப்பிடவும். இதனை மதிப்பீடு எனப் பெயரிடவும்.

## செயற்பாடு - 2 இற்கான மாதிரி விடை

பருமன் 3 ஆகுமாறு பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய எல்லா மாதிரிகளும்

(1) மாதிரி அலகுகள்	(2) மாதாந்தச் சம்பளம் (மாதிரித் தரவுகள்)	(3) மாதிரி இடை $\bar{X}$ புள்ளிவிபரம்
(1) கமால், நிமால், நிஹால்	2, 3, 1	2.00
(2) கமால், நிமால், சனா	2, 3, 1	2.00
(3) கமால், நிமால், சான்	2, 3, 3	2.67
(4) நிமால், நிஹால், சனா	3, 1, 1	1.67
(5) நிமால், நிஹால், சான்	3, 1, 3	2.33
(6) நிஹால், சனா, சான்	1, 1, 3	1.67
(7) கமால், நிஹால், சனா	2, 1, 1	1.33
(8) கமால், நிஹால், சான்	2, 1, 3	2.00
(9) நிமால், நிஹால், சான்	3, 1, 3	2.33
(10) கமால், சனா, சான்	2, 1, 3	2.00
		20.00

(4) நிறுவனத்தின் ஊழியர்களில் 5 பேர்களின் இடை மாதாந்தச் சம்பளமே ( $\mu$ ) அறியப்படாத பரமானமாக இருக்கின்றது.

(5) மதிப்பானாக இருப்பது மாதிரி இடை ( $\bar{X}$ ) ஆகும்.

(6) மதிப்பானாகிய  $\bar{X}$  இன் இடை  
 $= 2 + 2 + 2.67 + 1.67 + 2.33 + 1.67 + 1.33 + 2.00 + 2.33 + 2.00$

$$E(\bar{X}) = \frac{20}{10} = 2.0 \text{ (பத்தாயிரத்துள்)}$$

நிறுவனத்தின் ஊழியரொருவர் பெற்றுக் கொள்ளும் மாதாந்தச் சம்பளத்தில் புள்ளி ரீதியான மதிப்பீடு ரூபா 20 000 ஆகும்.

- பின்வரும் பிரச்சினையினை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.  
மேற்காட்டிய நிறுவனத்தின் சேவை புரியும் ஊழியர்களின் 3 மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்து சேவைக்கு வருகை தரும் பொழுது தாமதமாகும் இடைக்காலம் நிமிடங்களில் கணிப்பிடப்பட்டுள்ளது. அவையாவன:

12 நிமிடங்கள், 08 நிமிடங்கள், 10 நிமிடங்கள்

- (1) சேவைக்கு வருகை தரும்பொழுது தாமதமான இடைக்காலத்திற்கான புள்ளி விபர ரீதியான மதிப்பானைக் கணிப்பிடவும்.
- (2) குடி தொடர்பான முடிவுகளுக்கு வரும் பொழுது புள்ளி மதிப்பீட்டின் வெற்றி அல்லது தோல்வி தொடர்பாக விளக்கவும்.

#### மாதிரி விடைகள்

- (1) பணிக்கு வருகை தரும் பொழுது நாளொன்றிற்குத் தாமதமாகும் இடைக் காலத்

$$\text{திற்கான புள்ளி மதிப்பீடு } E(\bar{X}) = \frac{12+8+10}{3}$$

$$= \frac{30}{3}$$

$$= 10 \text{ நிமிடங்கள்}$$

- (2) குடி தொடர்பான முடிவுகளுக்கு வரும் பொழுது விசாலமான உருப்படிகளுக்காக தனித்த பெறுமானமொன்றைப் பெற்றுக் கொடுக்கும் பொழுது திட்டம், சரியான தன்மை என்பன தொடர்பான பிரச்சினைகள் ஏற்படும்.

- மதிப்பானின் மாற்றற்றன் தொடர்பான எந்த விதக் கருத்தும் முன்வைக்கப்படவில்லை.
- குடியின் மாறல் அல்லது பரம்பல் தொடர்பாக ஏதும் கூற முடியாதுள்ளது.

### செயற்பாடு - 3

- மேற்காட்டப்பட்ட இரண்டில் வழங்கப்பட்டுள்ள குடியை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.
  - (1) பருமன் 5ஐக் கொண்ட பணியாளர் குடியிலிருந்து மாதிரிப் பருமன் 2 எனும் வகையில் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய எல்லா சாத்தியமான மாதிரிகளையும் தெரிவு செய்து எழுதுக.
  - (2) அவ் ஒவ்வொரு மாதிரி அலகுகளுக்கும் ஏற்ப மாதாந்தச் சம்பளத்தை மாதிரித் தரவுகளாக அட்டவணைப்படுத்தவும்.
  - (3) ஒவ்வொரு மாதிரிகளினதும் இடை  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$  இனைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
  - (4) அம் மாதிரிகளின் இடைகளது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானத்தைக்  $E(\bar{x})$  கணிப்பிடவும்.
  - (5) பணியாளர்கள் 5 பேர்களின் குடிக்கான இடை மாதாந்தச் சம்பளத்தைக் ( $\mu$ ) கணிப்பிடவும்.
  - (6) மேலே பெறப்பட்ட பெறுபேறுகளைப் பரிசீலனை செய்து  $E(\bar{x}) = \mu$  என உறுதிப்படுத்தவும்.
- $\bar{x}$  மதிப்பான்  $\mu$  இற்கு கோடலற்ற மதிப்பான் என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 3 இற்கான விடை

(1) மாதிரி அலகுகள்	(2) மாதாந்தச் சம்பளம் மாதிரித் தரவுகள்	(3) மாதிரி இடை $\bar{X}$
(1) கமால், நிமால்	2, 3	2.5
(2) கமால், நிஹால்	2, 1	1.5
(3) கமால், சனா	2, 1	1.5
(4) கமால், சான்	2, 3	2.5
(5) நிமால், நிஹால்	3, 1	2.0
(6) நிமால், சனா	3, 1	2.0
(7) நிமால், சான்	3, 3	3.0
(8) நிஹால், சனா	1, 1	1.0
(9) நிஹால், சான்	1, 3	2.0
(10) சனா, சான்	1, 3	2.0
		20.0

$$(4) \quad E(\bar{X}) = \frac{20}{10} = 2.0$$



$$(5) \quad \mu = \frac{2+3+1+1+3}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2.0$$

$$(6) \quad \therefore E(\bar{x}) = \mu \text{ ஆகும்.}$$

$\therefore$  மாதிரி இடை  $\bar{x}$ , குடிஇடை  $\mu$  இற்கான கோடலற்ற மதிப்பீடொன்றாகும்.

#### செயற்பாடு - 4

- இச் செயற்பாடு தொடர்பாக மாதிரி மாற்றற்றின்  $S^2$  இன் கோடாமை என்பது தொடர்பாக பரிசீலனை செய்வதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.

- (1) ஊழியர்கள் 5 பேர்களைக் கொண்ட குடியிலிருந்து மாதாந்தச் சம்பளத்தின்

மாற்றற்றின்  $\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{N}$  எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிடுவதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பமளிக்கவும்.

- (2) மாதிரிப் பருமன் 2 வீதம் பெற்றுக் கொண்ட ஒவ்வொரு மாதிரிகளின் மாதாந்தச்

சம்பளத்தின் மாற்றற்றனைக் கணிக்கச் செய்யவும். இதற்காக  $S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$  எனும் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதற்குச் சந்தர்ப்பமளிக்கவும்.

- (3) மாதிரி மாற்றற்றின்  $S^2$  இன் மாதிரிப் பரம்பலின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம்  $E(S^2)$  யைக் கணிப்பிடுவதற்குச் சந்தர்ப்பமளிக்கவும்.

- (4) பெற்றுக் கொண்ட விடைகளைப் பரிசீலனை செய்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதற்கான சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.

(i)  $E(S^2) = \sigma^2$  ஆக இருக்குமா?

(ii)  $[E(S^2) - \sigma^2]$  இன் பெறுமானம் யாது? அப்பெறுமானம் தொடர்பான கருத்துக்களைத் தெரிவிக்கவும்?

(iii) மாதிரி மாற்றற்றின்  $S^2$  இன் கோடாமை தொடர்பான கருத்துக்களைக் குறிப்பிடவும்.

- (5) ஊழியர்கள் ஐவரின் குடியின் மாதாந்தச் சம்பள மாறியின் மாற்றற்றின்

$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{N}$  சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிடுவதற்குச் சந்தர்ப்பமளிக்க.

- (6) மாதிரிப் பருமன் 2 வீதம் பெற்றுக் கொண்ட ஒவ்வொரு மாதிரிகளின் மாதாந்தச் சம்பளங்களின் மாற்றிறனைக் கணிப்பிடுவதற்காக  $S^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}$  எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கான சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- (7) மேலே (6) இல் கணிப்பிடப்பட்ட மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2$  இன் மாதிரிப் பரம்பலின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம்  $E(S^2)$  யைக் கணிப்பதற்குச் சந்தர்ப்ப மளிக்கவும்.
- (8) வினா இலக்கம் (5) இலிருந்து (7) வரை கிடைக்கப் பெற்ற விடைகளைப் பரிசீலனை செய்து மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2$ , குடிமாற்றிறன்  $\sigma^2$  இற்கான கோடாமை கொண்ட மதிப்பீடொன்றாகும் என்பதை உறுதிப்படுத்துவதற்குச் சந்தர்ப்பமளிக்கவும்.

#### செயற்பாடு - 4 இற்கான விடை

- (1) குடியின் அலகுகள் - 2, 3, 1, 1, 3  
குடி இடை  $\mu = 2.0$

$$\begin{aligned} \text{குடிமாற்றிறன்} \quad \sigma^2 &= \frac{\sum(x - \mu^2)}{N} \\ \sigma^2 &= \frac{(2-2)^2 + (3-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2 + (3-2)^2}{5} \\ &= \frac{0+1+1+1+1+1}{5} = \frac{4}{5} \\ &= \underline{\underline{0.8}} \end{aligned}$$

(2)	மாதிரி தொடர் எண்	(மாதிரித் தரவு) மாதாந்தச் சம்பளம்	மாதிரி இடை $\bar{X}$	மாதிரி மாற்றற்றன் $S^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}$
	(1)	2,3	2.5	$\frac{(2 - 2.5)^2 + (3 - 2.5)^2}{2} = 0.25$
	(2)	2, 1	1.5	$\frac{(2 - 1.5)^2 + (1 - 1.5)^2}{2} = 0.25$
	(3)	2,1	1.5	$\frac{(2 - 1.5)^2 + (1 - 1.5)^2}{2} = 0.25$
	(4)	2, 3	2.5	$\frac{(2 - 2.5)^2 + (3 - 2.5)^2}{2} = 0.25$
	(5)	3, 1	2.0	$\frac{(3-2)^2 + (1-2)^2}{2} = 1.00$
	(6)	3, 1	2.0	$\frac{(3-2)^2 + (1-2)^2}{2} = 1.00$
	(7)	3, 3	3.0	$\frac{(3-3)^2 + (3-3)^2}{2} = 0.00$
	(8)	1, 1	1.0	$\frac{(1-1)^2 + (1-1)^2}{2} = 0.00$
	(9)	1, 3	2.0	$\frac{(1-2)^2 + (3-2)^2}{2} = 1.00$
	(10)	1, 3	2.0	$\frac{(1-2)^2 + (3-2)^2}{2} = 1.00$
				<u><u>= 5.00</u></u>

(3)  $E(S^2) = \frac{5}{10} = \underline{\underline{0.5}}$

(4) (i)  $E(S^2) \neq \sigma^2$

(ii)  $\{E(S^2) - \sigma^2\} = 0.5 - 0.8$   
 $= \underline{\underline{-0.3}}$

மாதிரி மாற்றற்றின்  $S^2$  மதிப்பானின் கோடாமை (-0.3)ஆகும்.

(iii) இங்கு மாதிரி மாற்றற்றின்  $S^2$  குடிமாற்றற்றின்  $\sigma^2$  ற்கான கோடாமை மதிப்பான் அல்ல.

(5) குடியின் அலகுகள் = 2, 3, 1, 1, 3

குடியின் இடை  $\mu = 2.0$

குடிமாற்றற்றின்  $\sigma^2 = \frac{\sum(x - \mu)^2}{N - 1}$

$$\sigma^2 = \frac{(2-2)^2 + (3-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2 + (3-2)^2}{4}$$

$$= \frac{0+1+1+1+1}{4}$$

$$= \underline{\underline{1}}$$

(6) மேலே குறிப்பிடப்பட்ட குடியிலிருந்து பெறப்பட்டிருக்கும் பருமன் 2 வீதம் கொண்ட மாதிரி 10 இன் மாதிரிகளின் மாற்றற்றின்,

$\left[ S^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1} \right]$  ஒழுங்குமுறைப்படி,

(1)  $S^2 = \frac{(2-2.5)^2 + (3-2.5)^2}{1} = 0.5$

(2)  $= \frac{(2-1.5)^2 + (1-1.5)^2}{1} = 0.5$

(3)  $= \frac{(2-1.5)^2 + (1-1.5)^2}{1} = 0.5$

(4)  $= \frac{(2-2.5)^2 + (3-2.5)^2}{1} = 0.5$

(5)  $= \frac{(3-2)^2 + (1-2)^2}{1} = 2.0$

(6)  $= \frac{(3-2)^2 + (1-2)^2}{1} = 2.0$

(7)  $= \frac{(3-3)^2 + (3-3)^2}{1} = 0.0$

(8)  $= \frac{(1-1)^2 + (1-1)^2}{1} = 0.0$

(9)  $= \frac{(1-1)^2 + (3-2)^2}{1} = 2.0$

(10)  $= \frac{(1-2)^2 + (3-2)^2}{1} = 2.0$

$\underline{\underline{=10.0}}$

$$(7) E(S^2) = \frac{10}{10} = 1$$

- (8)  $\sigma^2 = 1$  உம்  $E(s^2) = 1$  ஆக இருப்பதனால் இச்சந்தர்ப்பத்தின்போது மாதிரி மாற்றற்றன்  $\sigma^2$  க்கான கோடாமை மதிப்பீடாகும்.

### செயற்பாடு - 5

- இங்கு மாதிரி விகிதத்தின் கோடாமையினைப் பரிசீலனை செய்வதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - (1) மேலே செயற்பாடு 2 இல் குறிப்பிடப்பட்ட 5 ஊழியர்களைக் கொண்ட குடியில் பெண்களின் விகிதத்தினைக் ( $\pi$ ) இனைக் கணிக்கச் செய்யவும்.
  - (2) அவ்வைந்து பேர்களின் பருமன் இரண்டு வீதமாகுமாறு பெற்றுக் கொள்ளக் கூடிய சகல மாதிரிகளையும் எழுதிக் காட்டுவதற்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - (3) அவ்வொவ்வொரு மாதிரியிலும் பெண்களின் விகிதங்களில் (P) யின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலைப் பெற்றுக் கொள்வதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
  - (4) அம்மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம்  $E(P)$  இனைப் பெற்று மாதிரி விகிதமானது (P) குடிவிகிதம் ( $\pi$ ) இற்கு கோடலான மதிப்பானொன்றா என்பதனைச் சோதனை செய்வதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 5 இற்கான விடை

- (1) நிறுவனத்தின் ஊழியர் குடி  
நிமால், கமால், நிஹால், சனா, சான். இங்கு, ஆண்களின் எண்ணிக்கை = 3  
பெண்களின் எண்ணிக்கை = 2

$$\therefore \text{பெண்களின் விகிதம் } \pi = \frac{2}{5} = \underline{\underline{0.4}}$$

(2) மாதிரி	(3) பெண்களின் விகிதம் (P)
(1) கமால், நிமால்	$0 = 0.0$
(2) கமால், நிமால்	$\frac{1}{2} = 0.5$
(3) கமால், சனா	$\frac{1}{2} = 0.5$
(4) கமால், சான்	$0 = 0.0$
(5) நிமால், நிஹால்	$\frac{1}{2} = 0.5$
(6) நிமால், சனா	$\frac{1}{2} = 0.5$
(7) நிமால், சான்	$0 = 0.0$
(8) நிஹால், சனா	$\frac{2}{2} = 1.0$
(9) நிஹால், சான்	$\frac{1}{2} = 0.5$
(10) சனா, சான்	$\frac{1}{2} = 0.5$
	<u><u>4.0</u></u>

$$(4) \quad E(P) = \frac{4}{10} = 0.4 \quad \text{உம்} \quad \pi = 0.4$$

$$\therefore E(P) = \pi$$

$\therefore$  மாதிரிவிகிதம் ( $P$ ) குடிவீதத்திற்கான ( $\pi$ ) கோடலான மதிப்பானாகும்.

### செயற்பாடு - 6:

செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ள முடிவான குடியொன்றிலிருந்து சமமான பருமனிலான மாதிரிகள் பெறப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுவோம்.

- (1) மாதிரி இடை  $\bar{X}$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றன்  $\text{var}(\bar{X})$  இனை வெளிப்படுத்து வதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- (2) மாதிரி இடையம்  $X_m$  இன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் மாற்றற்றன்  $\text{Var}(X_m) = \frac{\pi\sigma^2}{2n}$  என அறியச் செய்யவும்.
- (3) மாற்றற்றன் குறைந்த மதிப்பானொன்றைச் சோதனை செய்வதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- (4) மாதிரி இடை  $\bar{X}$  மற்றும் மாதிரி இடையம்  $\bar{X}_m$  என்பவற்றில் கூடிய வினைதிறன் கொண்ட மதிப்பானொன்றைத் தீர்மானிப்பதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- (5) மாதிரி இடையத்திற்கு  $\bar{X}_m$  உடன் ஒப்பிடும்போது மாதிரி இடையின் வினைத்திறனைக் காண்பதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- (6) மாதிரி இடையத்துடன்  $\bar{X}_m$  (க்கு) ஒப்பிடும்போது ( $\bar{X}$ ) மாதிரி இடையின் வினைதிறனைக் கணிக்கும்படி கூறவும்.
- (7) மாதிரி இடையத்துடன் ஒப்பிடும்போது மாதிரி இடையின் வினைதிறனை விளக்குவதற்கான கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 6 இற்கான விடைகள்:

$$(1) \quad \text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (2) \quad \text{var}(X_m) = \frac{\pi\sigma^2}{2n}$$

$$(3) \quad \text{var}(\bar{X}) \text{ இன்போது } \sigma^2 \text{ இன் பெறுமானம் } \frac{1}{n} \text{ இனால் பெருக்கப்பட்டுள்ளது. } \text{var}(X_m)$$

இன்போது  $\sigma^2$  இன் பெறுமானம்  $\frac{22}{7 \times 2n}$  இனால் பெருக்கப்பட்டள்ளது.

அவ்வாறாயின்  $\text{var}(X_m)$  இனைக் கணிக்கும்பொழுது  $\sigma^2$  இன் குணகம்  $\frac{1.57}{n}$  ஆகும்.

$$\therefore \frac{\sigma}{n} < \frac{\pi\sigma^2}{2n}$$

$$\therefore \text{var}(\bar{X}) < \text{var}(X_m)$$

(4) மாதிரி இடை  $\bar{X}$ , மாதிரி இடையம் ( $X_m$ ) ஐ விட வினைத்திறன் கொண்ட மதிப்பானொன்றாகும்.

(5) மாதிரி இடையத்துடன் ( $X_m$ ) ஒப்பிடும்போது மாதிரி இடையின்,

$$\text{வினைத்திறன்} = \frac{\pi\sigma^2 / 2n}{\sigma^2 / n} \text{ ஆகும்.}$$

$$= \frac{\pi\sigma^2}{2n} \times \frac{n}{\sigma^2}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{1}{2}$$

$$= \underline{\underline{1.57}}$$

(6)  $\frac{\text{Var}(X_m)}{\text{Var}(\bar{x})} \times 100 = 157\%$

(7) மாதிரி இடையத்துடன் ஒப்பிடும் பொழுது மாதிரி இடை 57% த்தினால் வினைத்திறன் கொண்டதாக இருக்கின்றது.

#### செயற்பாடு - 7:

- (1) மாதிரி இடை மற்றும் மாதிரி இடையம் ஆகிய இரு மதிப்பான்களின் மாற்றற்றினை வெவ்வேறாக எழுதிக் காட்டுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- (2) மாதிரிப் பருமன்  $n$  அதிகரிக்கும் பொழுது ( $n \rightarrow \infty$ ) அம்மதிப்பான்களின் மாற்றற்றினின் பெறுமானம் தொடர்பாகக் கருத்துக்களைக் கேட்டறியவும்.
- (3) அப்பொழுது மதிப்பானின் நடத்தை தொடர்பாக மாணவர்களோடு கலந்துரையாடி மதிப்பானின் பொருத்தப்பாட்டினைத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

#### செயற்பாடு - 7 இற்கான விடைகள்:

(1) மாதிரி இடையின் மாற்றற்றினை  $\text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

மாதிரி இடையத்தின் மாற்றற்றினை  $\text{var}(X_m) = \frac{\pi\sigma^2}{2n}$

(2) மாதிரிப் பருமன்  $n \rightarrow \alpha$  அதிகரிக்கும்பொழுது  $\frac{\sigma^2}{n}$  இல்  $n$  மிக விசாலமான

பெறுமானமொன்றை எடுப்பதனால்  $\frac{\sigma^2}{n}$  இன் பெறுமானம் 0 த்தை நோக்கிப் படிப்படியாகச் செல்லும்.

மாதிரிப் பருமன்  $n \rightarrow \alpha$  அதிகரிக்கும்பொழுது  $\frac{\pi\sigma^2}{2n}$  இல்  $2n$  மிக விசாலமான

பெறுமானமொன்றாக மாறுவதனால்  $\frac{\pi\sigma^2}{2n}$  இன் பெறுமானம் 0 (பூச்சியத்தை) நோக்கிச் செல்லும்.

மதிப்பானின் மாற்றிறன் பூச்சியத்தை நோக்கிச் செல்லும் பொழுது அம்மதிப்பானானது பரமானத்தை நோக்கி நெருக்கமடையும். மதிப்பானானது பரமானத்திற்கு அண்மித்ததாக மையநிலையை அடையும்பொழுது அது இசைவானதொன்றாகக் காணப்படும். இதற்கமைய மாதிரி இடையும் மாதிரி இடையமுமாகிய இரண்டும் இசைவான மதிப்பான்கள் ஆகும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- குடியொன்றிலிருந்து தெரிவு செய்யப்படும் எழுமாற்று மாதிரியொன்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு பெற்றுக் கொள்ளப்படுகின்ற (மாதிரி புள்ளி விபரங்கள்) மாதிரி மூலங்களின் சார்பாக குடியில் அறியப்படாத பரமானங்களை வெளிப்படுத்தும் செயல் முறை புள்ளி விபர மதிப்பீடாகும்.
- மதிப்பான் பிரதானமாக இரு பிரிவுகளைக் கொண்டது.
  1. புள்ளி மதிப்பான்
  2. ஆயிடை மதிப்பான்
- மாதிரியின் புள்ளிவிபரத்தை மதிப்பானாகக் கருதி குடியின் அறியப்படாத பரமானத்தை தனிப் பெறுமதியில் அனுமானம் செய்தல் **புள்ளி மதிப்பான்** என்றழைக்கப்படும்.
- அறியப்படாத பரமானத்தை அனுமானிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மாதிரி உறுப்புக்களின் தொழிற்பாடு **மதிப்பான்** என்றழைக்கப்படும்.
- அறியப்படாத பரமானத்தை மதிப்பிடுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற அனுமானங்களில் சில பின்வருமாறு:
  - மாதிரி இடை  $\bar{X}$
  - மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2$
  - மாதிரி விகிதம்  $p$
  - மாதிரி இடைகள் இரண்டின் இடை  $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$
- மாதிரித் தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு மதிப்பானொன்றைக் கணிப்பிடும் பொழுது கிடைக்கப் பெறும் பெறுமானம் **மதிப்பு** என்றழைக்கப்படும்.



- சிறந்த புள்ளி மதிப்பானொன்றில் இருக்க வேண்டிய பண்புகள் நான்கு காணப்படுகின்றன.
  - கோடாமை
  - வினைதிறனானது
  - இசைவானது
  - போதுமானது
- மதிப்பானன் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம் அறியப்படாத பரமானத்திற்குச் சமமானதாக இருப்பின் அம்மதிப்பான் கோடலற்ற மதிப்பானொன்றாகும்.
- அறியப்படாத பரமானம்  $\theta$  எனக் கருதப்பட்டால் அதற்கான மதிப்பான்  $\hat{\theta}$  எனக் குறிக்கப்படும். அப்போது  $E(\hat{\theta}) = \theta$  ஆயின்  $\hat{\theta}$  மதிப்பான்  $\theta$  இற்கான கோடலற்ற மதிப்பானாகக் கருதப்படும்.
- கோடலற்ற மதிப்பானொன்றில்  $[E(\hat{\theta}) - \theta] = 0$  ஆகும்.
- கோடலற்ற மதிப்பானொன்றிற்கான உதாரணம்:
  - $E(\bar{X}) = \mu$  ஆக இருப்பதனால்
  - மாதிரி இடை  $\bar{X}$ , குடி இடை  $\mu$  இற்கான கோடலற்ற மதிப்பானொன்றாகும்.
- செவ்வன் குடியொன்றின் இடை ( $\bar{X}$ ), இடையம் ( $M_d$ ), ஆகாரம் ( $M_o$ ) என்பன சமமானதாக இருப்பதனால் இடையம், ஆகாரம் என்பனவும் கோடலற்ற மதிப்பானொன்றாகும்.
- மாதிரி விகிதம்  $p$  எனக் கருதும்போது  $E(P) = \pi$  என்பதனால் மாதிரி விகிதம் ( $p$ ) குடிவிகிதம் ( $\pi$ ) இற்கான கோடலற்ற மதிப்பானாகும்.
- $S^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n-1}$  எனும் முறையில் மாதிரி மாற்றிறனைக் கணிப்பிடப்பட்டால் மட்டுமே மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2$  இன்  $E(S^2) = \sigma^2$  ஆக இருக்கும். இதற்கமைய மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n-1}$  எனக் கணிப்பிடப்படும் பொழுது  $E(S^2) = \sigma^2$  ஆக இருப்பதனால் மாதிரி மாற்றிறன்  $S^2$  குடிமாற்றிறன்  $\sigma^2$  இற்கான கோடலற்ற மதிப்பானொன்றாகும்.
- சமமான பருமனுடன் கூடிய மாதிரியினைப் பெற்றுள்ள பொழுது கோடலற்ற இரு மதிப்பான்கள் அல்லது சிலவற்றிலிருந்து மாற்றிறன் குறைந்த மதிப்பான் வினைதிறன் கொண்ட மதிப்பான் என்றழைக்கப்படும்.
- $T_1, T_2$  எனும்  $\theta$  பரமானத்திற்காகப் பொருள் கூறப்பட்டுள்ள கோடலற்ற மதிப்பான்கள் இரண்டாக இருப்பின்,  $T_1$  மதிப்பானுடன் ஒப்பிடும்போது  $T_2$  இன் வினைதிறனின் ஒப்பீட்டு ரீதியான வினைதிறன் என்றழைக்கப்படும். இதற்கமைய  $T_1$  இற்கு ஒப்பீட்டு ரீதியான  $T_2$  இன் வினைதிறன்  $\frac{Var(T_1)}{Var(T_2)}$  ஆகும்.

- மாதிரிப் பருமனை அதிகரிக்கும் பொழுது மதிப்பானொன்றின் அறியப்படாத பரமானத்தைச் சுற்றி மையப்படுத்தப்பட்டதாக இருப்பின் அது இசைவான மதிப்பானாகும்.
- இடை  $\mu$  உம் மாற்றற்றின்  $\sigma^2$  எனும் எந்தவொரு குடியொன்றிலிருந்து மாதிரி எடுத்தலின் போது மாதிரிப் பருமன் அளவில் அதிகரிக்கும் பொழுது அதாவது  $n \rightarrow \infty$  ஆகும்பொழுது  $\bar{X}$  இன் மாற்றற்றின்  $\left( Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 0 \right)$  பூச்சியத்தை நோக்கி அண்மிப்பதனால் மாதிரி இடை  $\bar{X}$  ஆனது குடி பரமானத்தின் இசைவான மதிப்பானொன்றாகும்.
- அறியப்படாத பரமானத்தினை மதிப்பீடு செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மதிப்பானைக் கணிப்பிடுவதற்குச் சகல மாதிரித் தரவுகளும் பயன்படுத்தப்பட்டிருப்பின் அது போதுமான மதிப்பான் என்றழைக்கப்படும்.
- மாதிரி இடையினைக் கணிப்பிடும் பொழுது சகல தரவுகளும் பயன்படுத்தப்படுவதனாலும் அதனுடாக மாதிரிப் பகுதிகளில் உள்ளடங்கியுள்ள சகல தகவல்களும் பொழிப்பாக்கப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுவதனாலும் அதுவும் குடி இடைக்கான போதுமான மதிப்பானொன்றாகும்.
- மாதிரி இடை, இடையம், ஆகாரம் ஆகிய மதிப்பான்களில் அவதானம் செலுத்தும் பொழுது மாதிரி இடை போதுமான மதிப்பானொன்றாகக் காணப்படும். அதேபோன்று மாதிரி இடை என்பது கோடலற்றது, வினைதிறனானது, போதுமானது போன்ற சகல பண்புகளையும் உள்ளடக்கிய மதிப்பான் எனக் கருதப்படும்.

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.7:** குடிப்பரமான மதிப்பீட்டிற்கான ஆயிடை மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

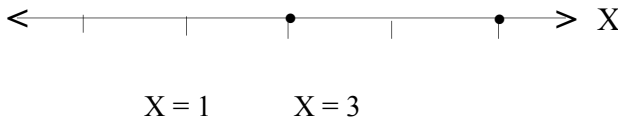
**கற்றற் பேறுகள்:**

- ஆயிடை மதிப்பீடு என்றால் என்ன? என்பதை விளக்குவார்.
- புள்ளி ரீதியான மதிப்பீட்டிற்கும் ஆயிடை மதிப்பீட்டிற்குமிடையிலான வேறுபாட்டை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டத்திற்கேற்ப குடிப்பரமானங்களுக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையைக் குறிப்பிடுவார்.
- நம்பிக்கை ஆயிடையை விளக்குவார்.
- நம்பிக்கை எல்லையை விளக்குவார்.
- நம்பிக்கைக் குணகத்திற்கும் நம்பிக்கை மட்டத்திற்குமிடையிலான வேறுபாட்டைக் குறிப்பிடுவார்.
- நிகழ்த்தக்க வழுவை (Probable error) விபரிப்பார்.
- புள்ளி மதிப்பீட்டை விட ஆயிடை மதிப்பீட்டின் பொருத்தப்பாட்டினைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

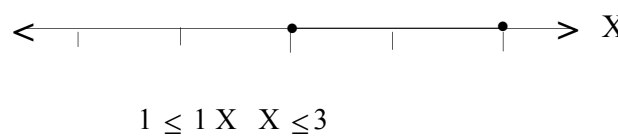
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் எண்கோடுகள் இரண்டையும், வரைபடத்தையும் மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
- அந்த எண்கோடுகளில்  $x$  இற்காக பெற்றுக் கொள்ளப்படும் பெறுமதிகள் தொடர்பில் வரைபடத்தின் உதவியுடன் கலந்துரையாடவும்.

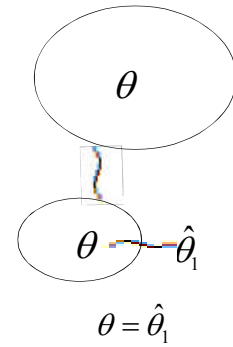
(1)



(2)



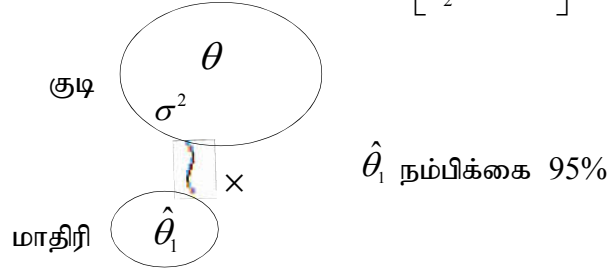
(3)



- முதலாவது எண்கோட்டிற்கேற்ப  $x$  இற்கு நிலையான தனிப் பெறுமானமொன்று காட்டப்பட்டுள்ளதெனவும்
- இரண்டாவது எண்கோட்டின்படி  $x$  யின் பெறுமதி இடைவெளியினுள் காணப்படுகின்ற தென்பதையும் உறுதிப்படுத்தவும்.
- $\theta$  பரமானத்தினை மதிப்பிடுவதற்கு  $\hat{\theta}$  மதிப்பான் பயன்படுத்தப்படும். மாதிரியின் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து  $\hat{\theta}_1$  மதிப்பீடு பெறப்பட்டுள்ளது. அதன் உதவியுடன்  $\theta$  மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்றது என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

- அச் செயற்பாடு எண்கோடொன்றில் தனிப் பெறுமதியைப் பயன்படுத்தித் தீர்வினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குச் சமமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\Pr[\hat{\theta}_2 \leq \theta \leq \hat{\theta}] = 95\%$$



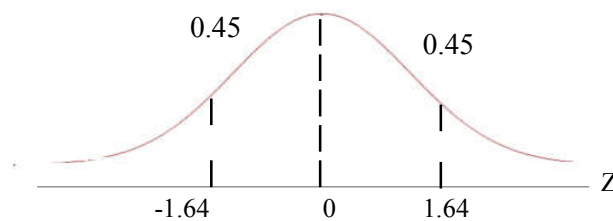
- $\theta$  பரமானத்தினை மதிப்பீடு செய்வதற்கு  $\hat{\theta}_1$  (மதிப்பானின் மாற்றற்றன்) நம்பிக்கை மட்டம், மாதிரியின் மாதிரிப் பருமன், குடிப்பரம்பல் போன்ற சகலதும் பயன்படுத்தப்படும். அப்போது  $\theta$ க்கு பெறுமான வீச்சொன்று கிடைக்கப் பெறும் என்பதை விளக்கவும்.
- அச் செயன்முறை எண்கோட்டில் ஏதாவது புள்ளிகள் இரண்டிற்கிடையிலான பிரதேசத்தில் (வீச்சு) தீர்வினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குச் சமமானது என்பதை மாணவர்களுக்கு விளங்கப்படுத்தவும்.
- மேலேயுள்ள வரைபடத்தின்படி 95% என்பது நம்பிக்கை மட்டம் எனக் கூறப்படும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- $\hat{\theta}_L$ ,  $\hat{\theta}_U$  நம்பிக்கை எல்லை எனப்படும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- $\hat{\theta}_L$ ,  $\hat{\theta}_U$  என்பவையும் அவற்றிற்கிடையில் காணப்படக்கூடிய சகல பெறுமதிகளையும் உள்ளடக்கிய வீச்சானது பரமானத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடை எனப்படும் என்பதை விளங்கப்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

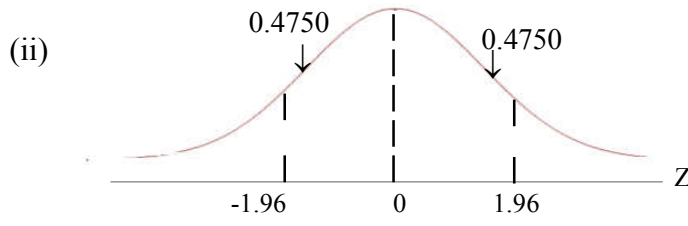
- (1) பின்வரும் ஒவ்வொரு நம்பிக்கை மட்டத்திற்குமான  $Z_{\alpha/2}$  பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - 90% நம்பிக்கை மட்டத்திற்கு
  - 95% நம்பிக்கை மட்டத்திற்கு
  - 99% நம்பிக்கை மட்டத்திற்கு

விடை:

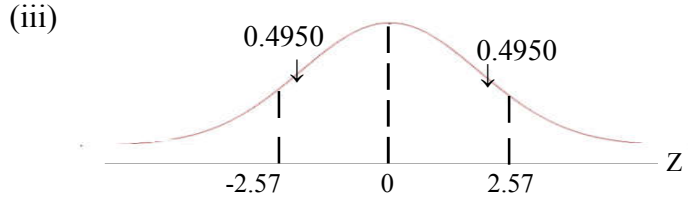
- (1) (i)



$$\frac{0.90}{2} = 0.4500$$



$$\frac{0.95}{2} = 0.4750$$



$$\frac{0.99}{2} = 0.4950$$

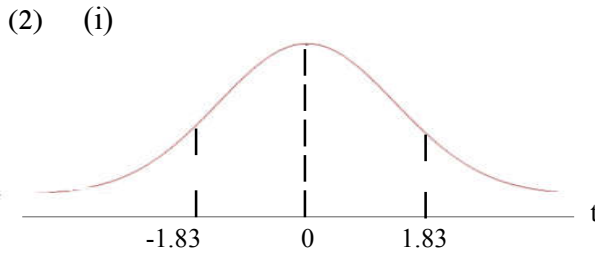
(2) பின்வரும் ஒவ்வொரு நம்பிக்கை மட்டத்திற்கும், மாதிரிப் பருமனுக்குமேற்ப  $t_{\alpha/2}$  அட்டவணைப் பெறுமதியைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(i) 90% நம்பிக்கை மட்டமும்  $n = 10$

(ii) 95% நம்பிக்கை மட்டமும்  $n = 25$

(iii) 99% நம்பிக்கை மட்டமும்  $n = 30$

**விடை:**



$$1.00$$

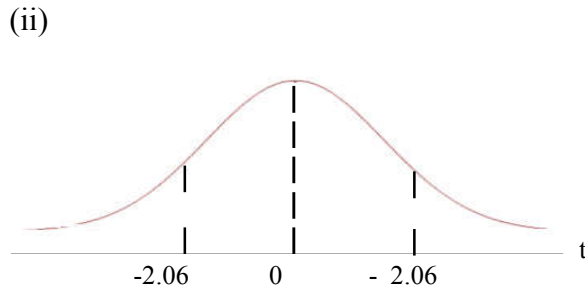
$$\underline{0.90}$$

$$\underline{0.10}$$

$$\alpha/2 = 0.05$$

$$\text{சுயாதீன எண் } n = 0$$

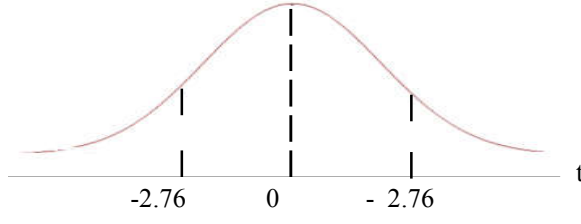
$$10 - 1 = 9$$



$$\alpha/2 = 0.025$$

$$\text{சுயாதீன எண் } 25 - 1 = 24$$

(iii)



$$\begin{aligned} & 1.00 \\ & 0.99 \\ \hline \alpha &= 0.01 \\ \alpha/2 &= 0.005 \end{aligned}$$

சுயாதீன எண் 30-1=29

### செயற்பாடு - 2

தொழிற்சாலையொன்றின் அன்றாட சராசரி வெளியீட்டின் அளவினை மதிப்பீடு செய்வதற்கான தேவை ஏற்பட்டுள்ளது. அதற்காக 25 நாட்களினுள் பெற்ற தரவுகளை ஒன்று சேர்த்து சராசரி வெளியீட்டினை 100 ஆகப் பெற்றுள்ளனர். அன்றாட வெளியீடுகளின் மாற்றற்றின் 36 ஆகுமெனத் தொழிற்சாலை உரிமையாளர் அனுபவத்தின் மூலம் அறிந்து வைத்துள்ளனர். 95% நம்பிக்கை மட்டத்தின் கீழ் அன்றாட சராசரி வெளியீட்டினை மதிப்பீடு செய்தபோது கிடைத்த கூற்றுப் பின்வருமாறு:

$$100 \pm 1.96 \times \frac{6}{5}$$

இதன் உதவியுடன் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- (1) மேலுள்ள கூற்றின் வலதுபக்க பகுதியினைச் சுருக்கி எழுதுக.  
2.352
- (2) 100 - 2.352 இனையும் 100 + 2.352 இனையும் பெற்றுக் கொள்ளவும்.  
97.648 உம் 102.352 உம்
- (3) குடி இடைக்காகப் பெற்றுப் கொள்ளக்கூடிய பெறுமதிகளை உள்ளடக்கிய கூற்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.  
 $P_r(97.648 \leq \mu \leq 102.352) = 95\%$
- (4) மேற்குறிப்பிட்ட கூற்றில் வலதுபக்கத்திற்குக் கிடைத்த 2.352 இனால் என்ன கருதப்படுகின்றது என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.  
அட்டவணைப் பெறுமதி  $\times$  நியம வரு  
இது நிகழத்தக்க வருவாகும்.
- (5) புள்ளி ரீதியான மதிப்பீட்டினை விட ஆயிடை மதிப்பீட்டின் பொருத்தப்பாட்டினை விளக்குக.
  - ஆயிடை மதிப்பீட்டின்போது மதிப்பானின் பெறுமதி (மதிப்பீடு) மாத்திரமன்றி, மாதிரியின் பருமன், குடிப்பரம்பல் நம்பிக்கை ஆயிடை என்பவைகளையும் பயன்படுத்துதல்.
  - ஆயிடையில் பரமானங்கள் உள்ளடங்கியிருப்பதற்கான நம்பிக்கையினை ஆயிடை மதிப்பு தருகின்றது.

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- குடிப் பரமானத்தினை உள்ளடக்கக்கூடிய ஆயிடையொன்று புள்ளி, மதிப்பு, நம்பிக்கை மட்டம், நியம வழு என்பவற்றின் உதவியுடன் அமைக்கப்படும் போது அது நம்பிக்கை ஆயிடை ஆகும்.
- புள்ளி மதிப்பீட்டின்போது பரமானங்களை மதிப்பீடு செய்வதற்காக மதிப்பானின் பெறுமதி மாத்திரமே பயன்படுத்தப்படும். அதாவது தனிப் பெறுமதியொன்றின் மூலம் பரமானங்கள் மதிப்பீடு செய்யப்படும்.
- ஆயிடை மதிப்பீட்டில் பரமானத்தினை உள்ளடக்கிய ஆயிடை பெற்றுக் கொள்வதுடன் மதிப்பானின் பெறுமதிக்கு மேலதிகமாக
  - நிகழ்தகவுப் பரம்பல்
  - நம்பிக்கை மட்டம்
  - மதிப்பானின் நியம வழுபோன்ற சகலவைகளும் கவனத்தில் கொள்ளப்படும்.

#### உதாரணமாக

- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாறல் திறன் தெரிந்துள்ள சந்தர்ப்பமொன்றில் மாதிரியின் உதவியுடன் குடி இடையினை மதிப்பிடுவது பின்வருமாறு:
  - புள்ளி மதிப்பீட்டின்போது
- மாதிரியிலிருந்து பெறப்படுகின்ற மாதிரி இடைப் பெறுமதியின் உதவியுடனே  $\mu$  ஆனது மதிப்பிடப்படுகின்றது.
- ஆயிடை மதிப்பீட்டின்போது
  - மாதிரி இடை
  - $\bar{X}$  இன் நியம வழு  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
  - வழங்கப்படுகின்ற நம்பிக்கை மட்டத்திற்கேற்பக் கணிக்கப்படுகின்ற  $Z_{\alpha/2}$  அட்டவணைப் பெறுமதி
- அதற்கேற்ப நியம வழு  $Z$  அட்டவணைப் பெறுமதியின் மூலம் கிடைக்கின்ற பெறுமதியினை  $\bar{X}$  இன் பெறுமதியுடன் கூட்டுவதன் மூலமும், கழிப்பதன் மூலமும் கிடைக்கின்ற ஆயிடை  $\mu$  பெறுமதிக்கான ஆயிடையாகும்.
- வழங்கப்பட்ட நிகழ்தகவு மட்டத்தின் கீழ் குடிப்பரமானத்தினை உள்ளடக்கும் எனக் கருதப்படுகின்ற பெறுமதிகளின் வீச்சானது நம்பிக்கை ஆயிடை எனப்படும்.
- பரமானம்  $\theta$  ஐ உள்ளடக்கிய ஆயிடையின் கீழ் எல்லையினை  $Y_1$  எனவும் மேல் எல்லை  $Y_2$  எனவும் கருதுக. பரமானம்  $\theta$  ஐ உள்ளடக்கிய ஆயிடையை (பெறுமதிகளின் வீச்சினை) பின்வருமாறு காட்டலாம்.
$$P[Y_1 \leq \theta \leq Y_2] \rightarrow (1-\alpha)100\%$$
- இக்கூற்றில்  $Y_1$ ,  $Y_2$  பெறுமதிகளும் அதற்கிடையில் மத்தியிலுள்ள பெறுமதிகளையும் உள்ளடக்கிய நிகழ்தகவுடன் சேர்ந்த ஆயிடை நம்பிக்கை ஆயிடை எனப்படும்.

- வழங்கப்படுகின்ற நிகழ்தகவு மட்டத்தின் கீழ் குடிப்பரமானங்களுக்கு உரித்துடையதாகும் எனக் கூறப்படுகின்ற பெறுமதி வீச்சின் இரு முனைகளினதும் பெறுமதிகள் நம்பிக்கை எல்லை எனப்படும்.
- மேலே கூறப்பட்ட உதாரணத்தில் நம்பிக்கை ஆயிடையின் இரு முனைகளினதும் பெறுமதிகளான  $Y_1$ ,  $Y_2$  என்பன நம்பிக்கை எல்லையாகும்.
- குடிப்பரமானங்களுக்குரியதெனக் கருதப்படுகின்ற பெறுமதி வீச்சுக்குரிய நம்பிக்கை மட்டமானது நம்பிக்கை மட்டம் எனப்படும். இது 90%, 95%, 99% மட்டங்களைக் கவனத்தில் கொண்டு கணிப்பீடுகள் மேற்கொள்ளப்படும். பொதுவாக நம்பிக்கை மட்டமானது  $(1-\alpha)100\%$  எனக் கூறப்படும்.
- குடி இடையாகிய  $\mu$  இற்காக 95% இல் தரப்பட்ட நம்பிக்கை ஆயிடை பின்வரும் முறையில் காணப்படும் எனக் கருதவும்.
 
$$P_r (50 \leq \mu \leq 55) = 95\%$$
 குடியிலிருந்து பருமன் சமனாக அமைகின்ற சகல மாதிரிகளையும் பெற்றுக் கொண்டு, ஒவ்வொரு தடவையும் 95% மான நம்பிக்கை ஆயிடையொன்று அமைக்கப்படுகின்றது. குடியிடை ( $\mu$ ) 95% மதிப்பிடப்பட்ட ஆயிடையின் குடியிடை  $\mu$  ஐ உள்ளடக்கியிருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படும் என்பதே இதன் கருத்தாகும்.
- நடைமுறையில் நாங்கள் பெற்றுக் கொள்வது ஒரு மாதிரி என்பதனால் நாங்கள் கணிப்பிட்ட வீச்சினுள் பரமானங்கள் அமைந்திருத்தல் நிச்சயமற்ற தன்மையினைக் கொண்டது. இந்த இடரினைத் தீர்க்க நம்பிக்கை ஆயிடை பயன்படுத்தப்படும். நிச்சயமற்ற தன்மை  $\alpha$  ஆல் குறிப்பிடப்படும்.
- குடிப் பரமானங்கள் உள்ளடக்கப்படும் எனக் கருதப்படுகின்ற பெறுமதி வீச்சிற்குரிய நம்பிக்கை மட்டத்தை 0.90, 0.95, 0.99 என்ற வகையில் காட்டும்போது அவை நம்பிக்கைக் குணகம் எனப்படும்.
  - பொதுவாக நம்பிக்கை குணகம்  $(1-\alpha)$  எனக் காட்டப்படும்.
  - நம்பிக்கைக் குணகம் 0.95 ஆக இருக்கும்போது  $\alpha = 0.05$  ஆகவும்
  - நம்பிக்கைக் குணகம் 0.90 ஆக இருக்கும்போது  $\alpha = 0.10$  ஆகவும்
  - நம்பிக்கைக் குணகம் 0.99 ஆக இருக்கும்போது  $\alpha = 0.01$  ஆகவும் ஆகவும் காணப்படும்.
- குடிப் பரமானங்களை ஆயிடை மதிப்பீட்டு முறையில் மதிப்பீடு செய்வதற்குரிய பொதுவான கூற்றாக,
 
$$[மதிப்பீடு] \pm [அட்டவணைப் பெறுமதி] \times [நியம வழு] ஐக் குறிப்பிட முடியும்.$$
- அட்டவணைப் பெறுமதி  $\times$  நியம வழுவின் மூலம் பெறப்படுகின்ற பெறுமதி நிகழ்த்தக்க வழு எனப்படும்.
- புள்ளி மதிப்பீட்டினை விட ஆயிடை மதிப்பீட்டின் பொருத்தப்பாட்டினைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.
  - புள்ளி மதிப்பீட்டினைப் போலன்றி பரமானங்கள் காணப்படக்கூடிய பெறுமதி வீச்சுத் தொடர்பில் நம்பிக்கை மட்டம் உள்ளடங்கி இருத்தல்.
  - பரமானங்களை மதிப்பீடு செய்வதற்காக மதிப்பானின் பெறுமதியை மாத்திரமன்றி குடிப்பரம்பல், நியம வழுவுடையும் பயன்படுத்துதல்.



**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.8:** குடி இடை மதிப்பீட்டிற்காக நம்பிக்கை ஆயிடையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடி இடை ( $\mu$ ) மதிப்பீடு செய்வதற்கான சந்தர்ப்பங்களை உதாரணங்களுடன் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- குடி இடை ( $\mu$ ) மதிப்பீடு செய்வதற்கு நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்பும் முறையினைக் கூற்றொன்றின் மூலம் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- அக்கூற்றினைப் பயன்படுத்தி  $\mu$  இற்கான நம்பிக்கை எல்லையினைக் கணிப்பிடுவார்.
- பரமானங்களுக்காகக் கணிப்பிடப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டங்களின் கருத்தினை விளக்குவார்.
- மாற்றற்றன் அறியப்படாத செவ்வன் குடியொன்றிலிருந்து எடுக்கப்படும் சிறியளவிலான மாதிரிக்கான மாதிரி இடையின் மாதிரிப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டுவார்.
- $t$  பரம்பலின் பண்புகளையும்  $t$  பரம்பலைப் பிரயோகிக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களையும் அறிமுகப்படுத்துவார்.
- $t$  பரம்பலைப் பிரயோகித்து  $\mu$  இற்கான பெறுமான வீச்சினைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- மாற்றற்றன் அறியப்படாத செவ்வன் குடியொன்றிலிருந்து எடுக்கப்படுகின்ற அதிக பருமன் கொண்ட மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டு  $\mu$  இற்கான ஆயிடையை உருவாக்குவார்.
- $\mu$  இற்காகக் கட்டியெழுப்பப்படும் நம்பிக்கை ஆயிடையொன்றின் நம்பகத்தன்மையினையையும் திட்ட நிலையையும் மதிப்பிடுவார்.
- குடிமாற்றற்றன் அறியக்கூடிய செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் இடைக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாத செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் இடைக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றுக்களைக் கரும்பலகையில் குறித்துக் கொள்ளவும்.
  - (1) உலோக ஆணிகளின் நீளங்களின் இடை 4.92cm ஆகும்.
  - (2) உலோக உருண்டையொன்றின் விட்டத்தின் சராசரி 4.32mm ஆகும்.
  - (3) நிறுவனமொன்றின் பணியாளர்களது இடைச் சம்பளம் ரூபா 5 000 ஆகும்.
  - (4) தொழிற்சாலையொன்றின் உற்பத்தி வரிசையொன்றிலிருந்து பெறப்பட்ட வழு உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை 10 ஆகும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடுங்கள்.
  - மேலே முதலாவது கூற்றின் உலோக ஆணிகளின் நீளத்தின் இடையினைக் கணிப்பதற்குச் சகல உலோக ஆணிகளையும் (குடியையும்) சோதனை செய்ய வேண்டும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - இரண்டாவது கூற்றில் உலோக உருண்டைகளின் விட்டத்தின் சராசரியினைத் தேடுவதற்குச் சகல உலோக உருண்டைகளையும் சோதனை செய்ய வேண்டும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- மூன்றாவது கூற்றிலும் கூட பணியாளர்களின் சம்பளங்களைக் கூட்டிப் பணியாளர்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் சராசரிச் சம்பளம் பெறப்பட்டுள்ளது என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- வழுவூடன் கூடிய உருப்புகளின் எண்ணிக்கை 10 என்பதைக் கண்டறிவதற்கு சகல உற்பத்தி அலகுகளையும் சோதனைக்குட்படுத்த வேண்டும் என விளக்கவும்.
- இவ்வாறு குடியிடையினை ( $\mu$ ) மதிப்பீடு செய்யும் சந்தர்ப்பங்களை நடைமுறையில் காண முடியும் என்பதை விளக்கவும்.
- இம்முறைக்கமைய முழுமையான குடியினையையும் சோதனை செய்வது மிகச் சிக்கலானதும் கடினமானதுமாகும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தி இதற்குப் பதிலாக மாதிரித் தகவல்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் குடிப் பரமானங்களை மதிப்பீடு செய்வது செயற்பாட்டு ரீதியாக அதிகம் பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறு குடியிடை ( $\mu$ ) ஐ மதிப்பிடுவதில் மாதிரியொன்றின் மூலம் நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்ப முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- குடியிடை  $\mu$  இற்கான நம்பிக்கை எல்லையை  $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  இன் மூலம் கணிப்பிட முடியும் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- நிறுவனமொன்றின் ஊழியர்கள் 100 பேர்களின் மாதிரியொன்றைச் சோதனை செய்த பொழுது சம்பளங்களின் சராசரி ரூபா 25 000 ஆக இருந்தது. இந்நிறுவனத்தின் சகல ஊழியர்களின் சம்பள மாற்றற்றன் ரூபா 6 400 ஆகும். நிறுவனத்தின் ஊழியர்களின் சம்பளம் செவ்வனாகப் பரம்பியிருப்பின் நிறுவனத்தின் ஊழியர் சம்பளங்களின் சராசரிக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டத்தில் கணிப்பிடுவதற்கான தேவை ஏற்பட்டுள்ளது.
- மேலே தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாணவர்களுக்கு பின்வரும் வினாக்களில் கவனம் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - (i) சம்பளங்களின் மாதிரி இடை எவ்வளவு?
  - (ii) 95% நம்பிக்கை மட்டத்திற்குரிய அட்டவணைப் பெறுமானம் எவ்வளவு?
  - (iii) நியம வழு எவ்வளவு?
  - (iv) நிகழ்த்தக்க வழு எவ்வளவு?
  - (v) 95% நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கணிக்கவும்.
  - (vi) மேலே (v) இல் பெறப்பட்ட விடையினைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

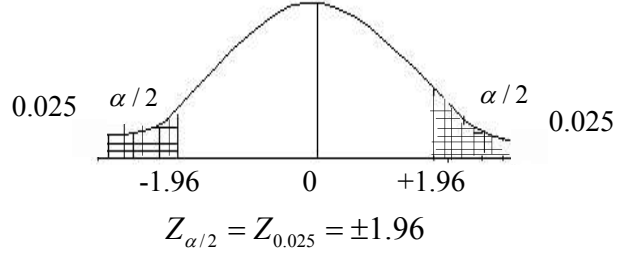
**தீர்வு (செயற்பாடு - 1)**

(i) ரூபா 25 000

(ii)

$$1 - \alpha = 95\%$$

$$\alpha = 1 - 0.95$$



(iii)  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8$

(iv)  $1.96 \times 8 = 15.68$

(v)  $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$25000 \pm 1.96 \times \frac{80}{\sqrt{100}}$$

$$\Pr(24984.32 \leq \mu \leq 25015.68) = 95\%$$

(vi) நிறுவனத்தின் மொத்த ஊழியர்களில் 100 ஊழியர்கள் வீதம் இருக்குமாறு பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சகல மாதிரிகளின் மாதிரி இடையினூடாக ஊழியர்களின் இடை (குடியிடை  $\mu$ ) சம்பளத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடைக் கட்டி யெழுப்பப்படுமாக இருப்பின், அவற்றில் 95% மானவை குடியிடை ( $\mu$ ) உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கின்றது என்பது தெளிவாகின்றது.

- குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாத சந்தர்ப்பங்களிலும் கூட இதற்குப் பதிலாக மாதிரி மாற்றற்றனை சிறந்த மதிப்பீடொன்றாகப் பயன்படுத்த முடியும் என மாணவர்களுக்கு ஞாபகப்படுத்தி குடிமாற்றற்றன் அறியப்படாத செவ்வன் குடியொன்றின் பெரிய பருமனிலான மாதிரியைப் பிரயோகிக்கும் பொழுது இடைக்கான நம்பிக்கை ஆயிடை யினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

**செயற்பாடு - 2**

- பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- மின்குமிழ்களை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட மின்குமிழ்கள் 64 மாதிரியொன்றின் இடை ஆயுட்காலம் 226.6 மணித்தியாலங்களாகவும் நியம விலகல் 193.5 மணித்தியாலங்களும் எனக் கண்டறியப்பட்டது. இம்மாதிரியின் துணை கொண்டு நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலத்திற்கான 99% நம்பிக்கை ஆயிடையினை மதிப்பீடு செய்க.

**தீர்வு (செயற்பாடு - 2)**

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$226.6 \pm 2.57 \times \frac{193.5}{\sqrt{64}}$$

$$226.6 \pm 62.17$$

$$\Pr(164.43 \leq \mu \leq 288.77) = 99\%$$

இதற்கமைய மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலம் 164.43 மணித்தியாலங்களுக்கும் 288.77 மணித்தியாலங்களுக்கும் இடையிலான பெறுமானமொன்றாக இருக்க முடியும் என்பது 99% மான நம்பகத்தன்மையுடன் கூற முடியும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.
- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியாத போது சிறிய மாதிரியொன்றைப் பயன்படுத்தி குடிஇடைக்கான நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கணிப்பீடு செய்யும் பொழுது t பரம்பல் பிரயோகிக்கப்பட வேண்டும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும். அப்போது நம்பிக்கை எல்லை பின்வருமாறு கணிக்கப்பட வேண்டும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

**செயற்பாடு - 3**

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- நிறுவனமொன்று உற்பத்தி செய்யும் மென்மையான 16 கம்பிகளைக் கொண்ட மாதிரியொன்று எடுத்து அவற்றினால் தாங்கக்கூடிய உச்ச நிறை அவதானிக்கப் பட்டது. அவைகளினால் தாங்கக்கூடிய இடை நிறை  $\bar{X} = 27.3kg$  எனவும் அம்மாதிரிகளின் நியம விலகல்  $1.2kg$  எனவும் தெளிவாகியது. இந்நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் மென்மையான கம்பிகளினால் தாங்கக்கூடிய நிறையானது செவ்வனாகப் பரம்பி இருப்பின்  $\mu$  இற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை மதிப்பீட்டினைக் கணிக்கவும்.

**தீர்வு (செயற்பாடு - 3)**

- குடி செவ்வனாகப் பரம்பி இருப்பதனாலும் குடிமாற்றற்றன் தெரியாமையினாலும், மாதிரிப் பருமன் சிறியதாக இருப்பதனாலும் நம்பிக்கை மட்டம் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

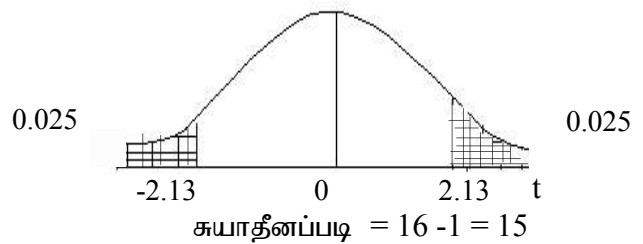
$$\mu = \bar{X} \pm t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$27.3 \pm 2.13 \times \frac{1.2}{\sqrt{16}}$$

$$= 27.3 \pm 0.64$$

$$= 26.66kg - 27.94kg$$

$$\Pr(26.66 \leq \mu \leq 27.94) = 95\%$$



இதற்கமைய இந்நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் இரும்புக் கம்பிகளினால் தாங்கக் கூடிய நிறை 26.66kg க்கும் 27.94kg அல்லது அதற்கு இடையிலான பெறுமான மொன்று எடுக்கப்படும் என்பதற்கு 95% மான நம்பிக்கை காணப்படுகிறது எனக் கூற முடியும்.

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றிலிருந்து எடுக்கப்படும் மாதிரியொன்றின் மாதிரி பருமன் பெரிதாக இருக்குமாக இருப்பின் மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதனால் செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் இடைக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்பும் பொழுதும் குடிமாற்றற்றின் தெரியுமாயின் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

#### செயற்பாடு - 4

- பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து குடிஇடைக்கான நம்பிக்கை மட்டங்களைக் கணிப்பிடுமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பிஸ்கட் உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் பிஸ்கட் பொதிகளின் மாற்றற்றின் 36g எனக் கண்டறியப்பட்டது. எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்ட பிஸ்கட் பொதிகள் 100 ஐக் கொண்ட மாதிரியொன்றின் இடைநிறை 395g ஆக இருந்தது. உற்பத்தி நிறுவனத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பிஸ்கட் பொதிகளின் இடை நிறைக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டத்தினைக் கணிக்கவும்.

#### தீர்வு (செயற்பாடு - 4)

$$\sigma^2 = 36g \quad n = 100 \quad \bar{X} = 395g$$

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$395 \pm 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{100}}$$

$$395 \pm 1.18$$

$$\Pr(393.82g \leq \mu \leq 396.8g) = 95\%$$

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் மாதிரிப் பருமன் பெரிதாக இருப்பின் மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதுடன் இருப்பதோடு குடிமாற்றற்றின் தெரியா திருப்பின் அதற்குப் பதிலாக சிறந்த மதிப்பீடொன்றாக மாதிரி மாற்றற்றினைப் பயன் படுத்த முடியும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இதற்கமையச் செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் இடைக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்பும் பொழுது குடிமாற்றற்றின் தெரியாதிருப்பின் பாரியளவுடைய மாதிரிக் காசுப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

### செயற்பாடு - 5

- பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- குடிநீரை போத்தல்களில் அடைக்கும் நிறுவனமொன்றின் 64 குடிநீர் போத்தல்களைக் கொண்ட மாதிரியொன்றை எடுத்துச் சோதனை செய்த பொழுது போத்தலொன்றில் உள்ளடங்கும் இடை நீரின் அளவு 998 ml ஆகவும் மாற்றற்றின் 25 ml ஆகவும் இருந்தது எனக் கண்டறியப்பட்டது. இதற்கமைய உற்பத்தி நிறுவனத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் போத்தலொன்றில் உள்ளடக்கப்படுகின்ற இடை நீரின் அளவுக்கான 99% மான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்புமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 5)

$$\bar{X} = 998ml \quad S^2 = 25m \quad n = 64$$

$$= \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$998 \pm 2.57 \cdot \frac{5}{\sqrt{64}}$$

$$\Pr(996.39ml \leq \mu \leq 999.61ml) \rightarrow 99\%$$

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றின் தெரிந்துள்ள சந்தர்ப்பத்தின்போதும், தெரியாத சந்தர்ப்பத்தின் போதும் கூட மாதிரிப்பருமன் விசாலமாக இருந்தால் மட்டும் நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கட்டியெழுப்பு முடியும் எனவும் மாதிரிப் பருமன் சிறியதாக அமையுமாக இருப்பின் நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கணிக்க முடியாது எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- நம்பிக்கை மட்டத்திற்கமைய நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் எவ்வாறு மாற்ற மடைகிறது என்பதை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 6

- செயற்பாடு 1 இற்குரிய தகவல்களுக்கமைய நம்பிக்கை மட்டம் 90%, 99% களின்போது நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்பவும். ஒவ்வொரு நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலங்களைக் கணிப்பிடவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 6)

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

90% த்தின்போது

$$25000 \pm 1.64 \cdot \frac{80}{\sqrt{100}}$$

$$\Pr(24986.88 \leq \mu \leq 25013.12) = 90\%$$

$$\text{ஆயிடையின் அகலம்} = \underline{26.24}$$

99% த்தின்போது

$$\begin{aligned} & \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ & 25000 \pm 2.57 \cdot \frac{80}{\sqrt{100}} \\ & 24979.44 - 25020.56 \\ & \Pr(24979.44 \leq \mu \leq 25020.56) = 99\% \end{aligned}$$

ஆயிடையின் அகலம் = 41.12

- இதற்கமைய நம்பிக்கை மட்டம் அதிகரிக்கும் பொழுது நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் அதிகரிக்கின்றது என்பதை மாணவர்களுக்கு உறுதிப்படுத்தவும்.
- இங்கு நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் அதிகரிக்கும் பொழுது ஆயிடை உண்மை இடையிலிருந்து அதிகம் விலகி இருப்பதனால் மதிப்பானைத் திட்டம் குறைவடையும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- மாதிரிப் பருமனில் மாற்றம் செய்வதன் மூலம் நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் வேறுபடும் முறையினை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுப்பதற்காக மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 7**

- செயற்பாடு 1 இற்குரிய தகவல்களுக்கமைய மாதிரிப் பருமனை மட்டும் பின்வருமாறு மாற்றம் செய்து நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்பி நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலத்தைக் கணிக்கவும்.

$$(i) \quad n = 36 \qquad (ii) \quad n = 64$$

**தீர்வு (செயற்பாடு - 7)**

$n = 36$  ஆகும்போது

$$\begin{aligned} & \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ & 25000 \pm 1.96 \times \frac{80}{\sqrt{36}} \\ & = (24973.87 \leq \mu \leq 25026.13) = 95\% \end{aligned}$$

நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் = 52.26

$n = 64$  ஆகும்போது

$$\begin{aligned} & \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ & 25000 \pm 1.96 \cdot \frac{80}{\sqrt{64}} \\ & = (24980.4 \leq \mu \leq 25019.6) = 95\% \end{aligned}$$

நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் = 39.2

- இதற்கமைய மாதிரிப் பருமன் அதிகரிக்கும்போது நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் குறைவடைந்து மதிப்பானின் திட்டம் அதிகரிக்கும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவு படுத்தவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- மாதிரியொன்றின் மூலம் குடிஇடையினை ( $\mu$ ) மதிப்பீடு செய்ய முடியும். இதற்காக நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  என செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ள  $X$  எழுமாற்று மாறியொன்றுடன் கூடிய குடியொன்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பருமன்  $n$  யைக் கொண்ட எழுமாற்று மாறியொன்றினூடாக குடி இடைக்கான ( $\mu$ ) ஏதேனும் நம்பிக்கை மட்டத்திற்குரியதாக நம்பிக்கை ஆயிடையினை பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- $n$  பருமனையுடைய மாதிரியொன்றின் மாதிரி இடையைப் பயன்படுத்தி ஏதாவது நம்பிக்கை மட்டத்திற்கு உட்பட்டதாகக் கணிக்கப்பட்ட நம்பிக்கை ஆயிடையின் மூலம் தெளிவாவது என்னவெனில் அக்குடியிலிருந்து பருமன்  $n$  ஆகுமாறு பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சகல மாதிரிகளின் உதவியுடன் சகல நம்பிக்கை ஆயிடைகளையும் கணித்தால் அந்நம்பிக்கை ஆயிடைக்கான நம்பிக்கை மட்டத்தில் காட்டப்படுகின்ற வீதத்தின் ஆயிடையில் (95%, 99% போன்ற) குடியிடையாகிய  $\mu$  உள்ளடக்கப்படும் என்பதாகும்.

அதற்கேற்ப குடியிடை கட்டியெழுப்பப்பட்ட நம்பிக்கை ஆயிடையினுள் அமைக்க முடியும் என அந்த நம்பிக்கை மட்டத்தின் கீழ் குறிப்பிட முடியும்.

- நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்பும் பொழுது ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் ஏற்றவாறு பயன்படுத்தக்கூடிய சூத்திரங்கள் பின்வருமாறு தரப்படுகிறது.

- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியுமாயின்,

$$(\sigma^2) \begin{cases} n > 30 \\ n < 30 \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} n > 30 \\ n < 30 \end{matrix}} \right\} \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- செவ்வன் குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியாதிருக்கும்பொழுது,

$$(S^2) \begin{cases} n > 30 \rightarrow \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \\ n < 30 \rightarrow \bar{X} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{S}{\sqrt{N}} \end{cases}$$

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியுமாயின்

$$(\sigma^2) \rightarrow n > 30 \rightarrow \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- செவ்வனல்லாத குடியொன்றின் குடிமாற்றற்றன் தெரியாதபொழுது

$$(S^2) \rightarrow n > 30 \rightarrow \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$



- குடிமாற்றற்றிற்ன் தெரிந்த அல்லது தெரியாத செவ்வனல்லாத குடியின் சிறிய மாதிரியின் உதவியுடன் நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கட்டியெழுப்பல் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்தப் படுவதில்லை.
- மாதிரிப்பருமனும் நியமவிலகலும் நிலையாக இருக்கும் பொழுதும் நம்பிக்கை மட்டம் உயர் பெறுமானமொன்றை எடுக்கும் பொழுதும் ஆயிடையின் அகலம் அதிகரிக்கும்.  $mgghOJ \mu$  இற்காகக் கட்டியெழுப்பப்படும் நம்பிக்கை ஆயிடையின் நம்பகத் தன்மை அதிகமாக இருந்தாலும் கூட திட்பமானது குறைவடையும்.
- நம்பிக்கை மட்டத்திற்கும் நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலத்திற்குமிடையில் எதிர்த் தொடர்பு காணப்படும்.
- நம்பிக்கை மட்டத்திற்கும் நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலத்திற்குமிடையில் நேர்த் தொடர்பு காணப்படும்.
- நம்பிக்கை மட்டமும் நியம விலகலும் நிலையானதாக இருக்கும்பொழுது மாதிரிப் பருமன் அதிகரிக்கப்படுமாயின் நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் குறைவடைவதுடன் மாதிரிப் பருமன் குறைக்கப்படும் பொழுது நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலம் அதிகரிக்கும்.
- மாதிரிப் பருமனுக்கும் நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலத்திற்குமிடையில் எதிர் தொடர் பொன்று காணப்படும்.
- மாதிரிப் பருமனுக்கும் மதிப்பானின் திட்பத்திற்குமிடையில் நேரான தொடர்பொன்று காணப்படுகின்றது.
- நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்பும்பொழுது கூடிய நம்பகத்தன்மையையும் உயர் திட்பத்தினையும் கொண்ட ஆயிடையைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு கூடிய நம்பிக்கை மட்டமொன்றையும் அதிகளவு பருமன் கொண்ட மாதிரியினையும் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.9:** குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வித்தியாசத்திற்காக நம்பிக்கை ஆயிடையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடிகள் இரண்டின் இடைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசத்தை மதிப்பீடு செய்வதன் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.
- மாற்றற்றின் அறிந்த செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாட்டிற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாற்றற்றின் அறிந்த செவ்வனல்லாத குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாட்டிற்கான நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கணிப்பிட்டு விபரிப்பார்.
- குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாத ஆயினும் மாற்றற்றின் சமமான சந்தர்ப்பத்தின் போது மாதிரி மாற்றற்றினைப் பயன்படுத்தி (பொது) இணைந்த மாற்றற்றினைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- இணைந்த மாற்றற்றினைப் பயன்படுத்தி செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளுக்கான வேறுபாட்டினை t பரம்பலினூடாக அதன் நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கணிப்பிடுவார்.
- மாற்றற்றின் அறியப்படாத செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாட்டிற்காக t பரம்பலைப் பயன்படுத்தி நம்பிக்கை எல்லையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாற்றற்றின் அறியப்படாத செவ்வனல்லாத குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் ஆயிடைக்காக மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
- பணியாளர்கள் 1500 பேர்கள் இருக்கும் A நிறுவனத்தினதும் 2300 பணியாளர்கள் இருக்கின்ற B நிறுவனத்தினதும் ஊழியர் சம்பளத்திற்கிடையே வேறுபாடு தொடர்பாக தொழில் சங்கமொன்றிற்கு 95% நம்பிக்கையில் மதிப்பீடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டிய தேவை ஏற்பட்டது.
- மேலே குறிப்பிடப்பட்ட கூற்று தொடர்பில் பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - A, B ஆகிய இரு நிறுவனங்களிலும் ஊழியர் சம்பளத்திற்கிடையே வேறுபாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டுமாயின், A நிறுவனத்தின் சகல ஊழியர்களினதும் சம்பளம் B நிறுவனத்தின் சகல ஊழியர்களினதும் சம்பளத்திற்குமிடையிலான வேறுபாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - இது நடைமுறைச் சாத்தியமற்றது என்பதனால் A நிறுவனத்தின் ஊழியர் மாதிரி யொன்றின் சம்பளத்திற்கும் B நிறுவனத்தின் ஊழியர் மாதிரியொன்றின் சம்பளத் திற்குமிடையிலான வேறுபாட்டிற்குமைய மதிப்பீட்டினைத் தயாரிக்க முடியும் எனவும் கூட்டிக் காட்டவும்.
  - இவ்வாறு தயாரிக்கக்கூடிய மதிப்பீட்டினைப் பல்வேறு நம்பிக்கை மட்டத்தினடிப் படையில் தயாரிக்க முடியும் எனவும் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

- மாற்றற்றன் தெரிந்த செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாட்டின் ஆயிடைக்காக மதிப்பீடொன்றைத் தயாரிக்கும் பொழுது மாதிரி இடைகளுக்கிடையி y hd Nt Wghl bwF ek gñi f kl | j j wF uñ Z பெறுமானத்தையும் நியம வழுவையும் குணகத்தையும் சீராக்கல் வேண்டும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் குறிப்பிட்ட சூத்திரத்தைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}$$

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் செயற்பாட்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- $x, y$  எனும் இரு நிறுவனங்களின் ஊழியர் சம்பளங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டைச் சோதனை செய்வதற்காக  $X$  நிறுவனத்தின் 100 ஊழியர்களும்,  $Y$  நிறுவனத்தின் 125 ஊழியர்களையும் கொண்ட மாதிரியொன்று சோதனை செய்யப்பட்டது. மாதிரிக் கமைய  $X, Y$  ஆகிய நிறுவனங்களின் மாதாந்த வருமானங்களின் இடைகள் முறையே ரூபா 55 000மும் ரூபா 45 000 முமாக இருந்தது. குடி செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளதோடு குடிமாற்றற்றன்கள் முறையே 1 000 000, 703 125 ஆகவிருந்தது. இரு நிறுவனங்களினதும் இடைச்சம்பளங்களின் ஆயிடைக்காக 95% த்தில் நம்பிக்கை ஆயிடையினை நிர்மாணித்து விடையினை விளக்கவும்.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 1)

$$= (x - \bar{y}) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma^2 x}{n_x} + \frac{\sigma^2 y}{n_y}}$$

$$= (55000 - 45000) \mp 1.96 \times \sqrt{\frac{1000000}{100} + \frac{703125}{125}}$$

$$= 10000 \pm 245$$

$$\text{Pr} = (9755 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 10245) = 95\%$$

- $x, y$  ஆகிய நிறுவனங்களின் ஊழியர்களின் பருமன் 100 உம், 125 உம் என்றவாறு எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளையும் பெற்றுக் கொண்டு மாதிரி இடைகளின் ஆயிடையினைக் கணிப்பிட்டு, அந்த ஆயிடையினூடாகக் குடியிடையின் ஆயிடைக் கான சகல நம்பிக்கை ஆயிடையும் கணிப்பிடப்படுமாக இருப்பின், அவ்வாயிடையின் 95% த்திலும் ரூபா 9 755, ரூபா 10 245 அல்லது அதற்கிடைப்பட்ட பெறுமதியினைப் பெறும் என்பது இதன் கருத்தாகும்.

## செயற்பாடு - 2

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- A, B ஆகிய இரு நிறுவனங்களிடமிருந்தும் மின்சார உபகரண வகையொன்று மொத்த வியாபாரியொருவரினால் கொள்வனவு செய்யப்பட்டது. ஆயுட் காலங்களின் நியம விலகல் 150 மணித்தியாலங்களும், 125 மணித்தியாலங்களுமாகும். மின்சார உபகரணங்கள் 100 கொண்ட மாதிரியைப் பெற்றுப் பரிசோதனை செய்தபோது அவற்றின் ஆயுட்காலங்கள் முறையே 1500 மணித்தியாலங்களும், 1450 மணித்தியாலங்களுமாகக் கிடைக்கப் பெற்றது. மொத்த வியாபாரிக்கு 99% நம்பிக்கைத் தன்மையுடன் கூடியதாக குடிகளின் ஆயுட்காலங்களின் இடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாட்டை அறிந்து கொள்வதற்கான தேவை ஏற்பட்டது.
  - A, B மின்சார உபகரணங்களின் ஆயுட்கால குடிப்பரம்பல் தெரியுமா?
  - A, B ஆகியவற்றின் மின்சார உபகரணங்களின் ஆயுட்காலத்திற்கிடையிலான வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என்ன?
  - 99% நம்பிக்கை மட்டத்திற்குரிய அட்டவணைப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்க.
  - பின்வரும் சூத்திரத்திற்கமைய குடிகள் இரண்டின் இடை ஆயுள் காலத்திற்கிடையிலான ஆயிடையை மதிப்பீடு செய்க.

$$= \bar{X}_A - \bar{X}_B \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}$$

- உங்களால் பெறப்பட்ட விடையினை மேலும் விபரிக்கவும்.

## தீர்வு (செயற்பாடு - 2)

- குடிப்பரம்பல் தெரியாதுள்ளது.

$$= (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}\right)$$

- மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கு அமைய
- $Z_{\alpha/2} = 2.57$

$$= (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}$$

$$= (1500 - 1450) \mp 2.57 \sqrt{\frac{150^2}{100} + \frac{125^2}{100}}$$

$$= 50 \pm 50.19$$

$$\Pr = (-0.19 \leq \mu_A - \mu_B \leq 100.19) = 99\%$$

- A, B ஆகிய நிறுவனங்களில் மின்சார உபகரணங்கள் 100 வீதம் எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகள் பெறப்பட்டு மாதிரி இடைகளின் ஆயிடையினைக் கணிப்பிட்டு அந்த ஆயிடையின் உதவியுடன் குடியிடையின் ஆயிடை ( $\mu_A - \mu_B$ ) யான சகல நம்பிக்கை ஆயிடையையும் கட்டியெழுப்பப்படுமாயின், அவற்றில் 99% மான -0.19, 100.19 மணித்தியாலங்கள் அல்லது அதற்கிடையிலான பெறுமதியொன்றைப் பெறும்

என்பது இதன் கருத்தாகும். அத்துடன் இந்த ஆயிடையினுள் “0” உள்ளடக்கப் பட்டிருப்பதால் குடியிடையின் ஆயிடையில் வேறுபாடு காணப்படமாட்டாது. அதாவது குடியிடை சமமாக இருக்கலாம்.

### செயற்பாடு - 3

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து பயிற்சியில் ஈடுபடுத்தவும்.
- மாவட்டங்கள் இரண்டிலுள்ள ஐந்து அங்கத்தவர்களைக் கொண்ட குடும்பங்களின் சராசரிச் செலவுகளுக்கிடையிலான வேறுபாடொன்று இருக்கின்றதா என்பதனை அறிந்து கொள்வதற்கான தேவை ஆய்வாளரொருவருக்கு ஏற்பட்டது. செலவுகளின் மாற்றற்றின் தெரியாவிடினும் இரு மாவட்டங்களினதும் மாற்றற்றின் சமமானது எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்பட்டது. செலவுகள் செவ்வனான பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது என்பது அறியப்பட்டிருப்பதுடன் இரு மாவட்டங்களினதும் பருமன் 25 கொண்ட மாதிரிகள் இரண்டு பெறப்பட்டு மாதிரித் தரவுகளினூடாக இடை மாற்றற்றின் கோடாத மதிப்பான் என்பன பின்வருமாறு பெறப்பட்டது.

	1. மாவட்டம்	2. மாவட்டம்
$\bar{X}$	5 200	4 800
$S^2$	500	600

- 95% நம்பிக்கை மட்டத்துடன் இரு மாவட்டங்களினதும் செலவுகளுக்கிடையே நிராகரிப்பு மட்டத்தில் வேறுபாடொன்று உள்ளதா என்பதனைத் தேடியறிய வேண்டியுள்ளது.

- (1) இரு மாவட்டங்களையும் 1 மற்றும் 2 எனக் கருதி செலவுகளின் குடிப் பரம்பலைக் குறித்துக் காட்டுக.
- (2) இரு மாதிரிகளினதும் மாற்றற்றினைப் பயன்படுத்தி இணைந்த மாற்றற்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும். இதற்காகப் பின்வரும் வாய்ப்பாட்டைப் பிரயோகிக்க.

$$S^2 p = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- (3) மேலே பெறப்பட்ட இணைந்த மாற்றற்றினின் வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (4) இரு மாவட்டங்களின் செலவுகளின் இடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டுக.
- (5) பின்வரும் சூத்திரத்திற்கமைய இரு மாவட்டங்களினதும் இடைச் செலவுகளுக்கிடையிலான வேறுபாட்டிற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டி யெழுப்பவும்.

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

- (6) உங்களால் பெறப்பட்ட விடையினை மேலும் விளக்கவும்.

**தீர்வு (செயற்பாடு - 3)**

$$(1) X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$(2) S^2 p = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(25-1) \times 500 + (25-1) \times 600}{25+25-2}$$

$$= \frac{12000 + 14400}{48}$$

$$= \underline{\underline{550}}$$

$$(3) \sqrt{550} = \underline{\underline{23.45}}$$

$$(4) \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \sim t_{n_1 + n_2 - 2}$$

$$(5) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2} Sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$400 \pm 1.96 \times 23.45 \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{25}}$$

$$= 400 \pm 12.87$$

$$P = (387.13 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 412.87) = 95\%$$

1 ஆம் 2 ஆம் மாவட்டங்கள் இரண்டிலும் 25 குடும்பங்கள் வீதம் எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளையும் பெற்று மாதிரி இடைகளின் ஆயிடைகளைக் கணிப்பிட்டுக் ஆயிடைகளை இடை ஆயிடை 387.13, 412.87 அல்லது அவற்றிற்கிடையிலான பெறுமதியினைப் பெறும் என 95% நம்பிக்கையுடன் கூறமுடியும். இந்த ஆயிடைகளை “0” உள்ளடக்கப்படாமையினால் வேறுபாடொன்று காணப்படுவதாக 95% நம்பிக்கையுடன் குறிப்பிட முடியும்.

#### செயற்பாடு - 4

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- மொத்த வியாபாரியொருவர் A, B எனும் உற்பத்தி நிறுவனங்கள் இரண்டிலுமிருந்து ஒரு வகை உற்பத்தியொன்றைக் கொள்வனவு செய்கின்றார். அவ்வற்பத்தி நிறுவனங்கள் இரண்டிலுமிருந்து பருமன் 100 வீதம் கொண்ட மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்ட போது அவ்வற்பத்தியின் இடை நிறை முறையே 110ஐ மும் 98ஐ முமாக இருந்தது. மொத்த வியாபாரிக்கு 95%த்திலான நம்பகத்தன்மையுடன் குடிகளின் நிறையின் இடைகளுக்கிடையேயான வேறுபாட்டை அறிய வேண்டிய தேவை காணப்படுகின்றது.
  - A, B ஆகிய உற்பத்திகளின் நிறையின் குடிப்பரம்பல் அறியப்பட்டுள்ளதா?
  - A, B ஆகிய உற்பத்திகளின் நிறையின் வேறுபாட்டின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் என்ன?
  - இதற்காகப் பயன்படுத்தக்கூடிய துணை எடுகோள்கள் எவை?
  - பின்வரும் சூத்திரத்திற்கமைய குடிகள் இரண்டின் நிறைகளுக்கிடையிலான ஆயிடையை மதிப்பீடு செய்க.

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}$$

- உங்களால் பெறப்பட்ட விடையினை மேலும் விரிவுபடுத்துக.

#### தீர்வு (செயற்பாடு - 4)

- குடிப்பரம்பல் அறியப்படாதுள்ளது.
- $(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}\right)$  - மைய எல்லைத் தேற்றத்தின்படி
- மைய எல்லைத்தேற்றம்

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}$$

$$\begin{aligned} &= (110 - 98) \pm 1.96 \sqrt{\frac{16}{100} + \frac{15.21}{100}} \\ &= 12 \pm 1.96 \times 0.558 \\ &= 12 \pm 1.09 \end{aligned}$$

$$\Pr(10.91 \leq \mu_A - \mu_B \leq 13.09) \equiv 95\%$$

- A, B ஆகிய உற்பத்தி நிறுவனங்களிலிருந்து 100 அலகுகள் வீதம் எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளும் பெறப்பட்டு மாதிரி இடைகளுக்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கணித்த பொழுது 95% ஆயிடைகள்  $\mu_1 - \mu_2$  ஐக் கொண்டிருக்கும் எனவும், 10.91-13.09 ஆயிடைக்குள்  $\mu_1 - \mu_2$  இருக்கும் என 95% நம்பிக்கையுடன் கூறமுடியும் என்பது இதன் கருத்தாகும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடிகள் இரண்டின் இடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாடுகளைப் பெற்றுக் கொள்வது என்பது செயல்முறை ரீதியாகக் கடினமாக இருப்பதனால் அதனை மாதிரி இடைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு மதிப்பீடு செய்வது அவசியமானதாகும்.
- மாற்றற்றின் தெரிந்த செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் ஆயிடைக்காக நம்பிக்கை மட்டத்தைக் கட்டியெழுப்புவதற்குப் பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

- தெரிந்த செவ்வனல்லாத குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் ஆயிடைக்காக நம்பிக்கை எல்லையினைக் கணிப்பிடும் போது மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்த முடியும்.

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

- குடிமாற்றற்றின் தெரியாது எனினும் கூட மாற்றற்றின் சமமான சந்தர்ப்பமொன்றின் போது மாதிரி மாற்றற்றினைப் பயன்படுத்தி இணைந்த மாற்றற்றினைக் கணிப்பிட்டுச் செவ்வன் குடிகள் இரண்டின் இடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாட்டிற்காக நம்பிக்கை மட்டம் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} Sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$S^2 p = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- மாற்றற்றின் அறியப்படாத செவ்வனல்லாத குடிகள் இரண்டின் ஆயிடைக்கான நம்பிக்கை மட்டம் மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வாய்ப்பாட்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிக்கப்படும்.

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$



**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.10:** குடிவிகித மதிப்பீட்டிற்காக நம்பிக்கை ஆயிடையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடிவிகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடை மதிப்பீடு என்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.
- குடிவிகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்புவதன் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.
- செவ்வன் பரம்பலினூடாக குடி விகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கணிப்பிடுவார்.
- குடிவிகிதத்திற்காகக் கணிப்பிடப்பட்ட நம்பிக்கை ஆயிடையினை விளக்குவார்.
- குடிவிகிதம் தொடர்பான நம்பிக்கை ஆயிடையின் உதவி கொண்டு பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- வகுப்பு மாணவர்களை மூன்று குழுக்களாக வகைப்படுத்தி ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் மூன்றில் ஒன்றைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - (1) A எனும் ஜனாதிபதி அபேட்சருக்குப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய வாக்கு வீதங்கள் தொடர்பாக 90% நம்பிக்கையுடனான உறுதியொன்று தேவையாக உள்ளது.
  - (2) சிறுபோக நெல் அறுவடைகளில் பதர் அடைதல் வீதம் தொடர்பாக நெற் கொள்வனவுச் சபைக்கு 95% உறுதியொன்று தேவையாக இருந்தது.
  - (3) தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள்களில் நியமத்திற்கமைவாக பொருட்களின் வீதம் தொடர்பில் 99% உறுதியொன்றை முகாமைத்துவம் எதிர்பார்க்கின்றது.
- மாணவர் குழுக்களிடம் பொதுவாகப் பின்வரும் வினாக்களை முன்வைக்கவும்.
  - (1) உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்றுள்ள சந்தர்ப்பம் எக்குடிப் பரமானம் தொடர்பான பிரச்சினையொன்றாக இருக்கின்றது.
  - (2) அப்பரமானத்திற்கான கோடலற்ற மதிப்பான் எது?
  - (3) அக்கோடாத மதிப்பானைப் பயன்படுத்தி உரிய குடிப் பரமானத்திற்கான கோடாத மதிப்பீட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு நீங்கள் பின்பற்றும் படிமுறைகளைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுக.
  - (4) நியம குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி குறித்த மதிப்பானின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியம வழுவை எழுதி வெளிப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு குழுக்களினாலும் முன்வைக்கப்படும் விடயங்களைக் கவனத்திற் கொண்டு பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுத்தக்கூடியதாக கலந்துரையாடலை நெறிப்படுத்துங்கள்.
  - இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களின் போது குடி விகிதத்திற்கான மாதிரி அலகின் துணை கொண்டு நம்பிக்கை ஆயிடையினை உருவாக்குவது அவசியமானது.
  - குடி விகிதத்திற்காக ஆயிடையினை உருவாக்குவதற்குப் புள்ளி ரீதியான மதிப்பானாக மாதிரி விகிதங்களைப் (P) பயன்படுத்தி மதிப்பானைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியமாகும்.

- மாதிரி விகிதத்திற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் நியம வழ  $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$  வாகும்.
- கோடாத மதிப்பான், மதிப்பு தேவைப்படும் நம்பிக்கை மட்டம், மதிப்பானின் நியம வழ என்பவற்றைப் பிரயோகித்து குடிவிகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையை உருவாக்க முடியும்.
- ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் வழங்கப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களுக்கமையப் பெறப்பட்ட மாதிரிச் சோதனையின் மூலம் பின்வரும் தரவுகள் பெறப்பட்டுள்ளது என்பதை குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
  - (1) ஜனாதிபதித் தேர்தலின் வாக்காளர்களில் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட 10 000 கொண்ட மாதிரியில் 5400 பேர் A அபேட்சகருக்கு வாக்களிக்கின்றார் என்பது தெளிவாகியது.
  - (2) சிறுபோக நெல் அறுவடைகளில் எழுமாற்றாக 5000 kg மாதிரியொன்றில் 50 kg அளவு பதருள்ளது எனக் காண முடிந்தது.
  - (3) தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்கள் 200 ஐக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றில் 10 நியமத்திற்கமையாதுள்ளது என அறிந்து கொள்ள முடிந்தது.
- பின்வரும் ஆலோசனைகளைக் குழுக்களுக்குப் பொதுவாகப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - (i) உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற சந்தர்ப்பத்திற்கமைய மாதிரித் தகவல்களைக் கருத்திற் கொண்டு குடிவிகிதத்திற்கான கோடாத மதிப்பான்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (ii) மதிப்பானின் நியம வழவைக் கணிப்பிடவும்.
  - (iii) மதிப்பானை உறுதிப்படுத்தக்கூடிய நம்பிக்கை மட்டத்திற்குரிய நியமச் செவ்வன் பெறுமானம் Z யைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (iv) Z பெறுமானத்தை நியம வழவால் பெருக்கி நிகழ்த்தக்க வழவைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (v) கோடாத மதிப்பிலிருந்து வழ எல்லையைக் குறைத்து கீழ் நம்பிக்கை மட்டத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (vi) கோடாத மதிப்பானுடன் வழ எல்லையினைக் கூட்டி உயர் நம்பிக்கை மட்டத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (vii) நம்பிக்கை ஆயிடையினை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
  - (viii) உங்களது நம்பிக்கை எல்லை தொடர்பாக விபரிக்கவும்.

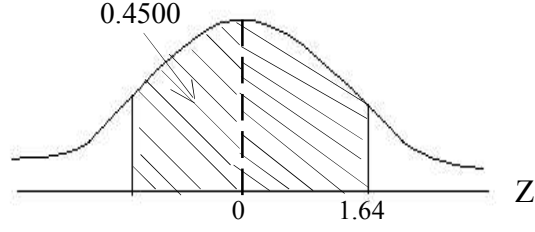
**தீர்வு:**

- (1) (i) குடிவிகிதம்  $\pi$  இற்கான கோடலான மதிப்பானொன்றாக மாதிரி விகிதம் P யைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\frac{5400}{10000} = 0.54$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} &= \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \text{ for } \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{0.54 \times 0.46}{10000}} \\ &= \underline{\underline{0.005}} \end{aligned}$$

(iii)



$$(iv) Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= 1.64 \times 0.005$$

$$= \underline{\underline{0.0082}}$$

$$(v) 0.54 - 0.0082 = 0.5318$$

$$(vi) 0.54 + 0.0082$$

$$= \underline{\underline{0.5482}}$$

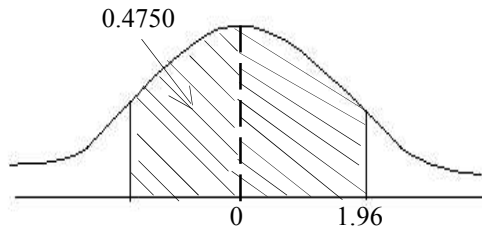
$$(vii) \Pr(0.5318 \leq \pi \leq 0.5482) = 90\%$$

(viii) ஆன ஆயிடைகள் II ஐக் கொண்டிருக்கும். இதனை வேறு வகையில் கூறின் குடிவிகிதம் II ஆனது 0.5318 க்கும் 0.5482 க்கும் இடையில் இருக்கும் என 90% நம்பிக்கையுடன் கூற முடியும்.

$$(2) (i) P = \frac{50}{5000} = 0.01$$

$$(ii) \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0.01 \times 0.99}{5000}} = 0.0014$$

(iii)



$$(iv) \quad Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$1.96 \times 0.0014 = 0.0027$$

$$(v) \quad 0.01 - 0.0027$$

$$= \underline{\underline{0.0073}}$$

$$(vi) \quad 0.01 - 0.027$$

$$= \underline{\underline{0.0127}}$$

$$(vii) \quad 0.0073 + 0.0127$$

$$\Pr(0.0073 \leq \pi \leq 0.0127) \rightarrow 95\%$$

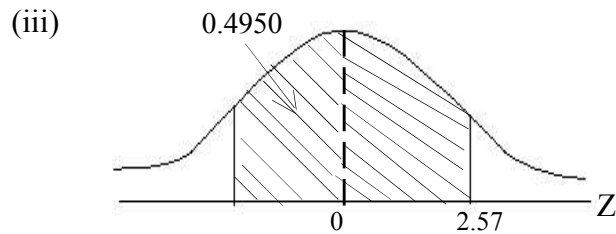
(viii) 95% மான ஆயிடைகள் குடிவீதத்தினைக் கொண்டிருக்கும்.  
அல்லது  
குடிவிகிதம்  $\pi$  ஆனது 0.73க்கும் 1.27 க்குமிடையில் இருக்கும் என 95%  
நம்பிக்கையுடன் கூற முடியும்.

$$(3) (i) \quad \frac{10}{200} = 0.05$$

$$(ii) \quad \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{200}}$$

$$= \underline{\underline{0.015}}$$



$$(iv) \quad Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= 2.57 \times 0.015$$

$$= \underline{\underline{0.039}}$$

$$(v) \quad 0.05 - 0.039 \\ = \underline{\underline{0.011}}$$

$$(vi) \quad 0.05 + 0.039 = 0.089$$

$$(vii) \quad \Pr(0.011 \leq \pi \leq 0.089) = 99\%$$

(viii) தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள்களில் நியமத்திற்கமைவாக இல்லாதிருக்கும் வீதம் 1.1% அல்லது பெறுமானம் 8.9% அல்லது அதற்கு இடையிலான பெறுமானமொன்றாக இருக்கமுடியும் என 99%மான நம்பகத்தன்மையுடன் குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- வழங்கப்பட்டிருக்கும் நம்பிக்கை மட்டத்தினடிப்படையில் மாதிரித் தரவுகளினூடாக குடி விகிதம் உள்ளடக்கக்கூடிய பெறுமான வீச்சொன்றை மதிப்பிடுவதற்குரிய குடிவிகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டியெழுப்புதல் எனப்படும்.

- குடிவிகிதம்  $\pi$  இற்கான கோடலான மதிப்பான் மாதிரிவிகிதம்  $P$  ஆகும்.

- மாதிரிவிகிதத்தின் நியம வழி  $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$  ஆக இருப்பினும்  $\pi$  த்தின் சார்பாக

மாதிரி விகிதம்  $P$  யின் மூலம் மதிப்பிடப்படுவதனால் அனுமான நியம வழி  $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

இன் மூலம் கிடைக்கப் பெறும்.

- குடி விகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையின் விசாலமானது மாதிரியினூடாகப் பெற்றுக் கொள்ளப்படுவதனால் மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரிப் பரம்பல் செவ்வன் பரம்பலுக்கு அண்மிப்பதாக இருப்பதனால் நம்பிக்கை ஆயிடையினை மதிப்பிடுவதற்கு நியம செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- குடி விகிதத்திற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$p \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

**தேர்ச்சி 7.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர அனுமானங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 7.11:** குடிகள் இரண்டின் விகிதங்களின் வேறுபாட்டினை மதிப்பீடு செய்வதற்காக நம்பிக்கை ஆயிடையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையின் தேவைப் பாட்டினைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் நம்பிக்கை ஆயிடையினைக் கட்டி யெழுப்புவார்.
- குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டின் நம்பிக்கை ஆயிடையினைப் பயன்படுத்திச் செயற்பாட்டு ரீதியான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடுங்கள்.
  - நகர்ப்புற மற்றும் கிராமப்புறங்களில் பாடசாலை செல்லும் வயதுடைய என்னும் பாடசாலை செல்லாத பிள்ளைகளின் விகிதங்களுக்கிடையே வேறுபாடொன்று இருக்கின்றதா என்பதனை அறிந்து கொள்வதற்கு ஆய்வாளரொருவருக்குத் தேவை ஏற்பட்டது.
  - நீங்கள் ஆய்வாளரொருவர் எனக் கருதி இச்செயற்பாட்டில் ஈடுபடும் பொழுது பின்பற்றப்பட வேண்டிய செயல் முறைகளை விளக்கவும்.
- முதலாவதாக நகர்ப்புற மற்றும் கிராமப்புறப் பிரதேசங்களிலிருந்து பாடசாலை செல்லும் வயதுடைய பிள்ளைகளை உள்ளடக்கிய மாதிரிகள் இரண்டை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்ய வேண்டும் என்பதை உறுதிப்படுத்துங்கள்.
- மாதிரியைத் தெரிவு செய்யும் பொழுது பருமன் 100 அல்லது அதைவிடக் கூடிய மாதிரியைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும் என ஆலோசனை வழங்குங்கள்.
- மாதிரிகள் இரண்டில் வெவ்வேறாக பாடசாலை செல்ல வேண்டிய வயதையுடைய ஆயினும் பாடசாலை செல்லாத பிள்ளைகளின் விகிதத்தைக் கண்டறிதல் வேண்டும் என்பதை உறுதிப்படுத்துங்கள்.
- மாதிரிகள் இரண்டின் விகிதங்களுக்கிடையே காணப்படும் வேறுபாட்டைத் தேட வேண்டும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டுங்கள்.
- பொருத்தமான நம்பிக்கை மட்டத்தினடிப்படையில் பின்வரும் கூற்றுக்கமைய நம்பிக்கை ஆயிடையைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும் என உறுதிப்படுத்துங்கள்.

[மதிப்பு] ± [அட்டவணைப் பெறுமதி] [நியம வழு]

$$p_1 - p_2 \pm Z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

- குடிகள் இரண்டின் விகிதங்கள் இரண்டிற்கிடையே காணப்படும் வேறுபாட்டைக் கண்டறிவதற்குத் தேவையான வேறு சந்தர்ப்பங்களை இயன்றளவில் வெளிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கி கேட்கப்படும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதில் ஈடுபடுத்தவும்.
- ஆண் வாக்காளர்கள் 400 பேர்களில் 264 பேர்களும், பெண் வாக்காளர்கள் 300 பேர்களில் 180 பேர்களுள் எவரேனும் அபேட்சகரொருவருக்குப் பக்கச் சார்பாக உள்ளனர் என ஆய்வுகளின் மூலம் தெளிவாகியது. அபேட்சகருக்குப் பக்கச் சார்பான ஆண் பெண்களின் விகிதங்களின் வித்தியாசத்திற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை யினைக் கட்டியெழுப்புவதற்கான தேவை ஏற்பட்டது. இதற்காகப் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(i) அபேட்சகருக்கான பக்கச் சார்புடைய ஆண்களின் வீதம் எவ்வளவு?

$$\text{விடை:- } \frac{264}{400} = \underline{\underline{0.66}}$$

(ii) அபேட்சகருக்குப் பக்கச் சார்பான பெண்களின் விகிதம் எவ்வளவு?

$$\text{விடை:- } \frac{180}{300} = \underline{\underline{0.60}}$$

(iii) ஆண் பெண்களின் விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடு எவ்வளவு?

$$\text{விடை:- } 0.66 - 0.60 = \underline{\underline{0.06}}$$

(iv) ஆண்களை M எனவும் பெண்களை F எனவும் அடையாளமிடப்பட்டுப் பின்வரும் வாய்ப்பாட்டிற்கமைய மாற்றற்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\text{Var}(P_m - P_f) = \frac{P_m(1-P_m)}{n_m} + \frac{P_f(1-P_f)}{n_f}$$

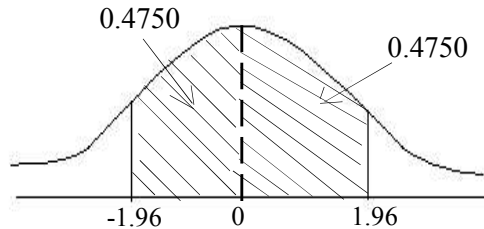
$$= \frac{0.66 \times 0.34}{400} + \frac{0.6 \times 0.4}{300}$$

$$= 0.000561 + 0.0008$$

$$= \underline{\underline{0.001361}}$$

(v) 95% நம்பிக்கை மட்டத்திற்கான  $Z_{\alpha/2}$  பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\text{விடை:- } 2 \frac{0.95}{0.4750}$$



$$Z_{\alpha/2} = \underline{\underline{1.96}}$$

(vi) பின்வரும் வாய்ப்பாட்டில் நீங்கள் பெற்ற விடையினைப் பிரதியீடு செய்யவும்.

$$\begin{aligned} \text{விடை:- } P_M - P_F \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_M(1-P_M)}{n_M} + \frac{P_F(1-P_F)}{n_F}} \\ = 0.06 \pm 1.96 \times \sqrt{0.001361} \\ = 0.06 \pm 0.072 \\ = \underline{\underline{-0.012 - 0.132}} \end{aligned}$$

(vii) இதற்கமைய அபேட்சகருக்குப் பக்கச் சார்புடைய ஆண், பெண் வாக்காளர்களின் விகிதங்களுக்கிடையே வேறுபாடு தொடர்பாக உங்களது முடிவினைக் குறிப்பிடுக.

விடை:- அபேட்சகருக்குப் பக்கச் சார்புடைய சகல ஆண், பெண் வாக்காளர்களின் விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடு -1.2% அல்லது 13.2% அல்லது அவற்றிற்கிடையே காணப்படுகின்றது என 95% நம்பகத் தன்மையுடன் குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.

- மேற்காட்டிய குடிகள் இரண்டிலுமிருந்து 400 ஆண்கள் வீதம் எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளும் மற்றும் பெண்கள் 300 பேர்கள் வீதம் எடுக்கக்கூடிய சகல மாதிரிகளுக்கு மிடையிலான வகுப்பாயிடையினை எடுத்து நோக்கும் பொழுது அவ்வகுப்பாயிடைகளில் 95% அல்லது -1.2% அல்லது 13.2% அல்லது இற்கிடையே காணப்படுகின்றது எனக் கூற முடியும்.

## செயற்பாடு - 2

- பின்வரும் பிரச்சினையை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- A இயந்திரத்தின் மூலம் உற்பத்தி செய்யும் ஆணிகளில் 200 ஐக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றையும், B இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் ஆணிகளில் 200 ஐக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றையும் சோதனை செய்த பொழுது வழுவடன்கூடிய ஆணிகள் முறையே 15 உம் 7மாகக் கிடைக்கப் பெற்றது. இத்தரவுகளுக்கமைய இயந்திரங்கள் இரண்டினதும் உற்பத்திகளில் வேறுபாடொன்று உள்ளது என உறுதியாகக் கூற முடியுமா? 90% நம்பிக்கை மட்டத்தினைக் கருத்திற் கொள்ளவும்.

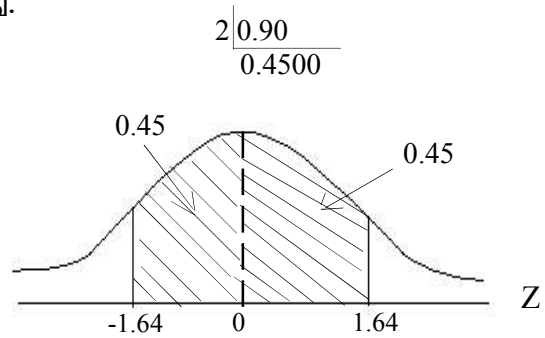
விடை:-

$\pi_A - \pi_B$  மதிப்பிடப்பட வேண்டியுள்ளது.

$$P_A = \frac{15}{200} = 0.075$$

$$P_B = \frac{7}{200} = 0.035$$

நம்பிக்கை மட்டம் 90%





$$\begin{aligned}
P_A - P_B \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_A(1-P_A)}{n_A} + \frac{P_B(1-P_B)}{n_B}} \\
= 0.04 \pm 1.64 \times \sqrt{\frac{0.075 \times 0.925}{200} + \frac{0.035 \times 0.965}{200}} \\
= 0.04 \pm 1.64 \sqrt{0.00052} \\
= 0.04 \pm 1.64 \times 0.023 \\
= 0.04 \pm 0.038 \\
= 0.002 - 0.078 \\
P = (0.002 \leq \pi_A - \pi_B \leq 0.078) \rightarrow 90\% \\
P = (0.002 \leq \pi_A - \pi_B \leq 0.078) = 0.9
\end{aligned}$$

இரு இயந்திரங்களின் உற்பத்திகளில் குறிப்பிட்டளவு வேறுபாடொன்று காணப்படுகின்றது என்பதற்கு 90% நம்பகத்தன்மை காணப்படுகின்றது.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- பரமானங்கள் (விகிதங்கள்)  $\pi_1$  மற்றும்  $\pi_2$  உடன் கூடிய சாராத குடிகள் இரண்டினால் பெற்றுக் கொள்ளப்படும்  $n_1$  மற்றும்  $n_2$  எழுமாற்று மாதிரியினூடாக  $P_1, P_2$  மதிப்பான்களின் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொண்டு அப்பெறுமானங்களினூடாக குடிவிகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டை  $\pi_1 - \pi_2$  மதிப்பீடு செய்வதற்குத் தேவையான சந்தர்ப்பங்கள் உண்டு.

உதாரணமாக:-

- மொத்த வியாபாரிக்கு A, B ஆகிய உற்பத்திகளின் வழி விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டினை அறிந்து கொள்வதற்கான தேவை ஏற்படல்.
- வைத்தியரொருவருக்கு நோயொன்றிற்காக இருக்கின்ற சிகிச்சை முறைகள் இரண்டின் மூலம் நோய் சுகமடைவதற்கான விகிதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடொன்று உள்ளதா என்பதனை அறிவதற்கான தேவை ஏற்படல்.
- தொலைக்காட்சி வேலைத் திட்டமொன்றிற்குப் பிள்ளைகளும் முதியோர்களும் காட்டும் விருப்பத்தின் விகிதத்திற்கிடையிலான வேறுபாடு காணப்படுகின்றதா என்பதனை அறிந்து கொள்ள வேண்டி ஏற்படல்.
- விகிதங்கள்  $\pi_1, \pi_2$  எனும் குடியுடன் இணைந்த மாதிரி விகிதங்களின் மாதிரிப் பரம்பல் ஈடுறுப்புப் பரம்பலில் காணப்படுவதனால் குடிகள் இரண்டிலுமிருந்து பெற்றுக் கொள்ளப்படும் மாதிரிகளின் பருமன் 100 அல்லது அதை விடக் கூடியதாக எடுப்பதன் மூலம் மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் வகுப்பாயிடையின் மாதிரியெடுப்பு அண்மித்த வகையில் செவ்வனாகப் பரம்பும் எனக் கருத முடியும்.
- இதற்கமைய குடிகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- A, B என குடிகள் இரண்டினையும் அடையாளப்படுத்தும் பொழுது,  
 $\pi_A - \pi_B$  க்கான  $(1-\alpha)100\%$  நம்பிக்கை ஆயிடையைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$P_1 - P_2 \pm Z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.1:** புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையையும் அதனுடன் தொடர்புடைய எண்ணக்கருவையும் அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- கருதுகோளை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையை விளக்குவார்.
- புள்ளி விபரக் கருதுகோள் சோதனையின் தேவைப்பாட்டினைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- கருதுகோள் சோதனையின்போது பயன்படுத்தப்படும் சூனியக் கருதுகோளினையும் மாற்றுக் கருதுகோளினையும் அறிமுகப்படுத்துவார்.
- எளிய கருதுகோளுக்கும் கூட்டுக் கருதுகோளுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- முதலாம் வகை வழுவையும் இரண்டாம் வகை வழுவையும் விளக்குவார்.
- நம்பிக்கை மட்டம் எனும் கருதுகோள் சோதனையின் பருமனை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- கருதுகோள் பரிசோதனையொன்றின் வலுவினை விளக்கி அதன் கணிப்பீட்டு முறையினை விளக்குவார்.
- சோதனைப் புள்ளிவிபரத்தினை அறிமுகப்படுத்தி அதன் கணிப்பீட்டு முறையினை விளக்குவார்.
- ஒரு வாற்சோதனையையும் இருவாற் சோதனையையும் விளக்குவார்.
- இடது வால், வலது வால் சோதனையை விளக்குவார்.
- நிராகரிப்புப் பெறுமதியை அறிமுகப்படுத்தி நிராகரிப்புப் பிரதேசம் ஏற்றுக் கொள் பிரதேசம் என்பவற்றை வேறுபடுத்தும் முறையினை விளக்குவார்.
- P பெறுமதியினையையும் நம்பிக்கை மட்டத்தையும் விளக்குவார்.
- கருதுகோள் சோதனையின் படிமுறைகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- மாணவர்களுடன் பின்வரும் கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
  - “வெதுப்பகமொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பாண் ஒன்றின் நிறை 450 g ஆகும் என வெதுப்பக உரிமையாளர் குறிப்பிடுகின்றார்”. இக்கூற்றின் உண்மைத் தன்மையை அறிந்து கொள்வதற்கான தேவை நுகர்வோர் அதிகார சபைக்கு ஏற்பட்டது எனக் கருதுவோம்.
  - மேற்கூறப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தில் கவனம் செலுத்தும்பொழுது பானொன்றின் நிறை 450 g என்பதைக் கருதுகோளாகக் கொண்டு உற்பத்தி செய்யப்படும் பாண்களின் மாதிரியொன்றை எடுத்து இதனுடாக 450 g உள்ளது எனும் கருதுகோள் உண்மையானதா? அல்லது பொய்யானதா? என்பதனை அறிந்து கொள்ள முடியும் எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - இங்கு வெதுப்பகத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பாண்களின் இடை நிறையானது குடிப்பரமானமொன்றாகும் எனவும், அக்குடிப் பரமானம் சார்பாகக் கட்டியெழுப்பப்படும் கருதுகோளானது புள்ளிவிபரக் கருதுகோளொன்றாகும் எனவும் அக்கருதுகோளின் உண்மைத்தன்மையை மாதிரியொன்றின் தகவல்கள் மூலம் பரிசோதனை செய்து பார்க்கும் தர்க்க ரீதியான செயல்முறையே புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் பரிசோதனை எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- கருதுகோள் பரிசோதனையொன்றை மேற்கொள்வதற்காகத் தற்காலிகமாக உண்மையானது என ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கருதுகோளானது சூனியக் கருதுகோள் எனவும் அக்கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுமாயின் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கருதுகோளானது மாற்றுக் கருதுகோள் எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும். சூனியக் கருதுகோள்  $H_0$  வின் மூலமும் மாற்றுக் கருதுகோளை  $H_1$  இன் மூலமும் அடையாளப்படுத்தப்படும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- கருதுகோள் பரிசோதனையின்போது கருதுகோள்களைக் கட்டியெழுப்புவதற்காக மாணவர்களுக்குப் பின்வரும் ஆலோசனைகளை வழங்கவும்.
  - முதலாவதாக வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கமைய குடிப் பரமானத்திற்குச் சமமாக அமையும் பெறுமானத்தைச் சுட்டிக் காட்டி சூனியக் கருதுகோளைக்  $H_0$  கட்டியெழுப்பவும்.
  - இரண்டாவது படிமுறையாக பிரச்சினையை மீண்டும் வாசித்துக் கட்டியெழுப்பப்பட்ட சூனியக் கருதுகோளுக்கு எதிராக கட்டியெழுப்பக்கூடிய வேறு கருதுகோள்கள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்தவும்.
  - சூனியக் கருதுகோள் உண்மையானதாக இருப்பின் மாற்றுக் கருதுகோள் பொய்யாக அமையுமாறு  $H_1$  ஐக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - சூனியக் கருதுகோள் பொய்யானதாக இருப்பின் மாற்றுக் கருதுகோள் உண்மையானதாகும் முறையில்  $H_1$  ஐக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - வழங்கப்படுகின்ற ஏனைய தகவல்களைக் கவனமாக வாசித்து பொருத்தமான வற்றை உட்படுத்தி சூனியக் கருதுகோளுக்கு எதிராக இன்னுமொரு கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - அவ்வாறு இரண்டாவதாக கட்டியெழுப்பப்பட்ட கருதுகோள் மாற்றுக் கருதுகோள் எனப் ( $H_1$ ) பெயரிடுக.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கி ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் பொருந்தக்கூடிய சூனியக் கருதுகோள்களையும் மாற்றுக் கருதுகோள்களையும் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (1) தொழிற்சாலையொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் மின்குமிழொன்றின் இடை ஆயுட்காலமானது ஆகக் குறைந்தது 2500 மணித்தியாலமாக இருக்கும் என உற்பத்தியாளர் கூறுகின்றார்.
  - (2) குறிப்பிட்ட மருந்தொன்றில் ஒரு வகை இரசாயனப் பொருளொன்று உள்ளடங்க வேண்டிய அளவின் இடை 0.005 mg ஆகும்.
  - (3) வெதுப்பக உரிமையாளரொருவர் தனது வெதுப்பகத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பாண்களின் இடை நிறையாகக் குறைந்தது 450 g ஆக இருக்கும் எனக் குறிப்பிடுகின்றார்.
  - (4) உலர் மின்கல உற்பத்தி நிறுவனமொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் உலர் மின்கலமொன்றின் ஆயுட்காலமாகக் குறைந்தது 5 வருடங்களாகும் எனக் கம்பனி கூறுகின்றது.

- (5) ஆணியுடன் (Nut) நட்பை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனம் நட்பின் விட்டம் 5 mm ஆகும் என நிறுவனம் கூறுகின்றது.
- (6) 100 ml கொள்ளக்கூடிய ஊட்டச் சக்தி கொண்ட பானப் போத்தலொன்றில் இருக்க வேண்டிய இரசாயனச் சேர்க்கையொன்றின் சராசரி அளவு 5 ml ஐ தாண்டாது எனக் கம்பனி குறிப்பிடுகின்றது.
- (7) சிறுவர் கதிரைகளை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்று தமது நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் கதிரைகளின் உச்ச உயரம் 45 cm ஆனதாக இருக்கும் என நிறுவனம் கூறுகின்றது.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 1)

(1)  $H_0 : \mu = 2500$  (உண்மை)

$H_1 : \mu < 2500$  (பொய்)

- மேற்காட்டிய கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்பும்போது  $H_0$  கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு வழங்கப்பட்டிருக்கும் இடையான 2500 மணித்தியாலயம் பயன்படுத்தப்படும்.
- இரண்டாவது ஏதேனும் சந்தர்ப்பமொன்றின்போது இடை ஆயுட்காலம் 2500 மணித்தியாலயத்திற்குச் சமப்படுமாயின் உற்பத்தியாளனின் கூற்று உண்மையானதா பொய்யானதா என்பது தர்க்க ரீதியாக அவதானம் செலுத்தப்படும்.
- $H_0$  உண்மையான கருதுகோளொன்றாக இனங்காணப்பட்டதன் பின்னர்  $H_1$  பொய்யானதாகுமாறு கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும். அதாவது இடை ஆயுட்காலம் 2500 மணித்தியாலங்களை விடக் குறைவானதாக இருக்கும் பொழுதே உற்பத்தியாளரின் கூற்றுப் பொய்யானதாக இருக்கும். அதனால்  $H_1 : \mu < 2500$  என இருக்க வேண்டும்.

(2)  $H_0 : \mu = 0.005$

$H_1 : \mu \neq 0.005$

(3)  $H_0 : \mu = 450$

$H_1 : \mu < 450$

(4)  $H_0 : \mu = 5$

$H_1 : \mu < 5$

(5)  $H_0 : \mu = 5mm$

$H_1 : \mu \neq 5mm$

(6)  $H_0 : \mu = 5ml$

$H_1 : \mu > 5ml$

(7)  $H_0 : \mu = 45cm$

$H_1 : \mu > 45cm$

- பொதுவாக  $H_0$  கருதுகோளானது தற்காலிகமாக உண்மையானது எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்பட்டு கருதுகோள் கட்டியெழுப்பப்பட்டாலும் கூடச் சில சந்தர்ப்பங்களின்போது கட்டியெழுப்பப்பட்ட  $H_0$  கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களும் காணப்படுகின்றது என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுப்பதற்காக பின்வரும் செயற்பாடுகளில் அவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 2

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான கருதுகோள்களைக் கட்டியெழுப்புமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (1) மின்குமிழ் உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் மின்குமிழ் ஒன்றின் சராசரி ஆயுட்காலம் 26000 மணித்தியாலங்களாகக் காணப்பட்டது. புதிய நுட்பத்தை அறிமுகப்படுத்தியதன் பின்னர் நிறுவனம் உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ் ஒன்றின் ஆயுட்காலம் அதிகரிக்கும் என உற்பத்தி நிறுவனம் கூறுகின்றது.
  - (2) பால்மா உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் பால்மாவில் 100g இல் உள்ளடங்கியுள்ள கொழுப்பின் இடை 5g ஆகக் காணப்பட்டது. புதிய தொழில் நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தியதன் காரணமாக பால்மாவில் உள்ளடக்கப்படும் கொழுப்பின் அளவு குறைவடைந்தது என உற்பத்திக் காரணி கூறுகின்றது.
  - (3) ஒரு விவசாயக் கிராமமொன்றின் கடந்த பல வருடங்களாக சிறுபோகத்தில் ஒரு ஹெக்டயரில் கிடைக்கப் பெறுகின்ற அறுவடையின் இடை 3200 kg எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. கடந்த வருடத்தில் சிறுபோகத்தில் புதிய விதை நெல் வகையும், நவீன பயிர்ச்செய்கை முறைகள் சிலவும் பயன்படுத்தப்பட்டன. இந்நிலையில் அக்கிராமத்தில் விவசாயி ஒருவருக்கு ஹெக்டயர் ஒன்றிற்கு கிடைக்கப் பெற்ற அறுவடையின் நம்பிக்கை மட்டம் உண்மையாகவே மாற்ற மடைந்துள்ளதா என்பதைப் பரிசோதிக்க வேண்டியுள்ளது.

### தீர்வு (செயற்பாடு - 2)

- (1) சூனியக் கருதுகோள்  $H_0 : \mu = 26000$   
மாற்றுக் கருதுகோள்  $H_1 : \mu > 26000$
  - (2) சூனியக் கருதுகோள்  $H_0 : \mu = 12g$   
மாற்றுக் கருதுகோள்  $H_1 : \mu < 12g$
  - (3) சூனியக் கருதுகோள்  $H_0 : \mu = 3200 kg$   
மாற்றுக் கருதுகோள்  $H_1 : \mu \neq 3200 kg$
- மேலே (1), (2) போன்ற பிரச்சினைகளுக்குரிய கருதுகோளுக்கான விபரத்தினுள் சமிக்ஞையொன்று காணப்படுவதனால் அதன் திசை விளங்குகின்றது என மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - எனினும் (3)வது பிரச்சினைக்குரிய பயிர்ச்செய்கை தொடர்பில் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்ட புதிய முறை விளைச்சலை அதிகரிப்பதற்கு துணை புரிந்துள்ளதா அல்லது விளைச்சலைக் குறைப்பதற்கு உதவி செய்துள்ளதா என்பது தெளிவற்றதாக உள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். அதற்கேற்ப அப்பிரச்சினைக்குரிய மாற்றுக் கருதுகோள்  $\neq$  புள்ளியினைப் பயன்படுத்தி கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது என்பதை மேலும் கவனம் செலுத்தச் செய்யவும்.

### செயற்பாடு - 3

- எளிய கருதுகோள், கூட்டுக் கருதுகோள் என்பவற்றை விளக்குவதற்கு பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் இரண்டை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
  - (1) A தொழிற்சாலை உற்பத்தி செய்யும் ஒரு வகையான இறப்பர் ஓடக்கூடிய சில்லுகளின் (டயர்) இடை தூர அளவு ஏற்க்குறைய 2500 km அளவாகும் என நம்பிக்கை கொள்கின்றது. தூரத்தின் நியம விலகல் 100 km எனவும் தூரமானது செவ்வன் பரம்பலொன்றில் உள்ளதாக அறியப்பட்டது. உற்பத்தி செய்யப்படும் இறப்பர் சில்லுகளில் 50ஐ எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து உற்பத்தியாளரின் கூற்றின் உண்மைத் தன்மை உறுதிப்படுத்தப்படல் வேண்டும்.
  - (2) B தொழிற்சாலையால் உற்பத்தி செய்யப்படும் இறப்பர் சில்லுகளின் இடைத்தூர அளவு 2500 km அளவில் காணப்படும் என நம்பிக்கை கொள்ளப்படுகின்றது. தூரத்தின் மாற்றற்றன் தெரியாது என்பதுடன் பரம்பலின் தன்மையும் தெரியாது. உற்பத்தி செய்யப்படும் இறப்பர் சில்லுகளில் 50ஐ எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து உற்பத்தியாளரின் கூற்றின் உண்மைத் தன்மையை உறுதி செய்ய வேண்டியுள்ளது.
    1. இவ்விரு சந்தர்ப்பங்களிலும் காணப்படும் வேறுபாடுகளை இயன்றளவில் வெளிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.
    2. இரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் வெவ்வேறாக சூனியக் கருதுகோளையும் மாற்றுக் கருதுகோளையும் எழுதிக் காட்டுங்கள்.
- இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் காணப்படும் வேறுபாடுகளைப் பின்வருமாறு கலந்துரையாடவும்.
  - A தொழிற்சாலையின் இறப்பர் சில்லுகளினால் பயணிக்கக்கூடிய தூரத்தின் மாற்றற்றன் அறியப்பட்டிருப்பதுடன் B க்கான அம்மாற்றற்றன் அறியப்படாதுள்ளது.

A தொழிற்சாலையின் இறப்பர் சில்லினால் பிரயாணிக்கக்கூடிய தூரத்தின் பரம்பல் அறியப்பட்டாலும் கூட B க்கான அப்பரம்பல் அறியப்படாதுள்ளது.
- இரு சந்தர்ப்பங்களுக்குமான கருதுகோள் பின்வருமாறு இருக்க வேண்டும்.
  - (i)  $H_0 : \mu = 2500\text{km}$   
 $H_1 : \mu < 2500\text{km}$
  - (ii)  $H_0 : \mu = 2500\text{km}$   
 $H_1 : \mu < 2500\text{km}$
- A தொழிற்சாலையின் டயர் பிரயாணிக்கும் தூரத்தின் குடி தொடர்பான தகவல்கள் (பரம்பல், மாற்றற்றன்) அறியப்பட்டிருப்பதனால்  $H_0 : \mu = 2500\text{km}$  ஆனது எளிய கருதுகோளொன்றாகும் என உறுதிப்படுத்தவும்.
- B தொழிற்சாலையின் டயர் பயணிக்கும் தூரத்தின் குடி தொடர்பான தகவல்கள் (பரம்பல், மாற்றற்றன்) அறியப்படாதிருப்பதனால்  $H_0 : \mu = 2500\text{km}$  ஆனது கூட்டுக் கருதுகோளொன்றாகும் என விளக்கவும்.

#### செயற்பாடு - 4

- கருதுகோள் பரிசோதனை தொடர்பான அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை அறிமுகப் படுத்துவதற்கு பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்குக் காட்சிப்படுத்தவும்.

குடிக்கமைய மாதிரிக்கமைய	H <sub>0</sub> உண்மையானது	H <sub>0</sub> பொய்யானது
H <sub>0</sub> நிராகரிக்கப்படும்	X	√
H <sub>0</sub> ஏற்றுக் கொள்ளப்படும்	√	X

- மேற்காட்டிய அட்டவணைக்கமைய கருதுகோள் பரிசோதனையொன்றின் போது இடம் பெறக்கூடிய வழி வகைகள் இரண்டைக் குறிப்பிடவும்.
  - குடிக்கேற்ப H<sub>0</sub> உண்மையாக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்தில் மாதிரித் தகவல்களினடிப்படையில் H<sub>0</sub> நிராகரிக்கப்படுமாக இருப்பின் அது வழுவொன்றாகும். அது முதலாம் வகை வழி என்றழைக்கப்படும்.
  - குடிக்கேற்ப H<sub>0</sub> பொய்யாக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்தில் மாதிரித் தகவல்களினடிப்படையில் H<sub>0</sub> நிராகரிக்கப்படவில்லை எனின் அது வழுவொன்றாகும். அது இரண்டாம் வகை வழி என்றழைக்கப்படும்.
- H<sub>0</sub> உண்மையாக இருக்கும் பொழுது H<sub>0</sub> நிராகரிப்பதற்கிருக்கும் நிகழ்தகவு அதாவது முதலாம் வகை வழுவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $\alpha$  மூலம் காட்டப்படும் எனவும், அது பரிசோதனையின் பருமன், நம்பிக்கை மட்டம் போன்ற பெயர்களினால் அழைக்கப்படும் எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- H<sub>0</sub> பொய்யாக இருக்கும் பொழுது H<sub>0</sub> வை நிராகரிக்காது இருப்பதற்குள்ள நிகழ்தகவு  $\beta$  யின் மூலம் காட்டப்படும் என விளக்கவும். (2வது வகை வழி நிகழக்கூடிய நிகழ்தகவு)
- கருதுகோள் சோதனையொன்றின் போதும் இவ்வழக்கள் இரண்டில் முதலாவது வகை வழுவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ( $\alpha$ ) வை குறிப்பிட்ட நிலையான மட்டத்தில் வைத்துக் கொண்டு இரண்டாம் வகை வழி இடம் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவை இயன்றளவு குறையும் வகையில் ( $\beta$ ) கருதுகோள் பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படும் என விளக்கவும்.  $\alpha$  ஆனது 0.01, 0.05 போன்ற மட்டங்களில் பயன்படுத்தப்படும் எனத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.
- இரண்டாவது வகை வழி ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு ( $\beta$ ) இழிவடையும் பொழுது இரண்டாவது வகை வழி ஏற்படாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ( $1-\beta$ ) உயர்வடைந்து செல்கின்றது எனவும் அது சோதனை வலு (power) என அழைக்கப்படும் என விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 5

- கருதுகோள் பரிசோதனையுடன் தொடர்பான இன்னும் சில முக்கிய பதங்களை அறிமுகம் செய்வதற்கு பரிசோதனைப் புள்ளிவிபரவியல் ஒரு வால்ப் பரிசோதனை இரு வால்ப் பரிசோதனை இடது வால் பரிசோதனை, வலது வால் பரிசோதனை, அவதிப் பெறுமானம், அவதிப் பிரதேசம், ஏற்றுக்கொள் பிரதேசம்,  $p$  பெறுமானம் என்பவற்றை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- மின்குமிழ்கள் உற்பத்தியாளரொருவர் தனது நிறுவனத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் மின்குமிழ்களின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2500 மணித்தியாலங்கள் எனக் கூறுகின்றார். ஆயுட்காலம் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது என அறியப்பட்டுள்ளது. ஆயுட்காலங்களின் நியம விலகல் 600 மணித்தியாலங்கள் என அனுபவத்தின் மூலம் அறியப்பட்டுள்ளது. மின்குமிழ்கள் 25 ஐக் கொண்ட மாதிரியொன்றை எழுமாற்றாகப் பரிசோதனை செய்த பொழுது இடை ஆயுட்காலம் 2200 மணித்தியாலங்கள் எனக் கிடைக்கப் பெற்றது. உற்பத்தியாளரின் கூற்று உண்மையானதா என்பதை  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் பரிசோதனை செய்ய வேண்டியுள்ளது.

(1) ஆயுட்காலங்களின் பரம்பலைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

ஆயுட்காலம்  $X$  எனக் கருதப்படுமாயின்  $X \sim N(2500, 600^2)$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

(2) மாதிரி இடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுங்கள். மாதிரி இடை  $\bar{X}$

$\bar{X} \sim N(2500, \frac{600^2}{25})$  என்று சுட்டிக் காட்டவும்.

(3) மாற்றுக் கருதுகோளையும் சூனியக் கருதுகோளையும் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும். மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபட்டு,

$$H_0 : \mu = 2500$$

$$H_1 : \mu < 2500 \text{ எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.}$$

(4) மாற்றுக் கருதுகோளைப் பரிசோதனை செய்வதற்கு மாதிரியினதும் குடியினதும் தகவல்களைப் பயன்படுத்திப் புள்ளியொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$  எனவும்

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ என்பதனால்}$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

கருதுகோள் சோதனையில் ஆனது சோதனைப் புள்ளி விபரமாகக் கருதப்படும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.



வழங்கப்பட்ட சந்தர்ப்பத்திற்கமையப் பரிசோதனைப்புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும் எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.

$$Z = \frac{2200 - 2500}{\frac{600}{5}}$$

$$= \frac{-300}{120}$$

$$= \underline{\underline{-2.5}}$$

$$\mu = 2500$$

$$\bar{x} = 2200$$

$$\sigma = 600$$

$$n = 25$$

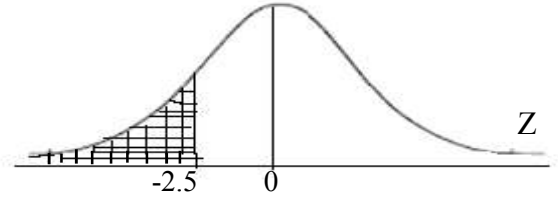
(5) சோதனைப் புள்ளிவிபரத்தின் பெறுமதியைப் பயன்படுத்தி  $\Pr(\bar{x} < 2200)$  இனைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- பின்வருமாறு வரைபடம் மூலம் நிகழ்தகவுக்குரிய பிரதேசத்தை நிறந் தீட்டிக் காட்டவும்.

$$\Pr(\bar{x} < 2200) = \Pr(Z < -2.5)$$

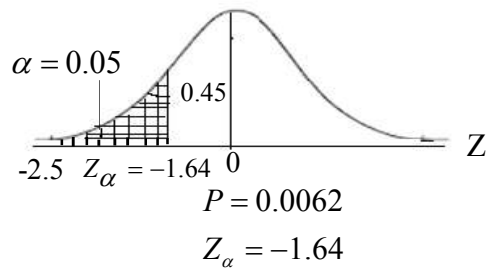
$$= 0.5000 - 0.4938$$

$$= 0.0062 \text{ ஆகும்.}$$



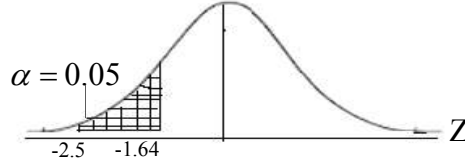
இந்நிகழ்தகவுப் பெறுமானமானது கருதுகோள் சோதனையின்போது P பெறுமானம் என அழைக்கப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்குக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும். சோதனைப் புள்ளிக்கமைய சூனியக் கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்காக இருக்கும் குறைந்த பட்ச நிகழ்தகவு மட்டமானது P பெறுமானம் என அழைக்கப்படும் என விளக்கவும்.

(6) மேலே கணிப்பிடப்பட்ட P பெறுமானத்தையும்  $\alpha = 0.05$  பெறுமானத்துடன் ஒப்பிடவும்.



$$P < \alpha \text{ ஆகும்.}$$

- (7) கீழே காட்டப்பட்டிருக்கும் வரைபடத்தில் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்தின்  $\alpha = 0.05$  இற்குரிய  $Z$  பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.



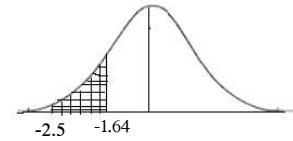
$\alpha = 0.05$  இற்குரிய  $z$  பெறுமதி

- நியம செவ்வன் அட்டவணைக்கமைய  $Z = -1.64$  ஆகும் கருதுகோள் சோதனையின் போது வழங்கப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டத்திற்கமையக் கணிப்பிடப்பட்ட பெறுமானத்தை மாறுநிலைப் பெறுமதி அல்லது அவதிப் பெறுமானம் என அழைக்கப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மேலே காட்டப்பட்ட வரைபடத்தில் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசமானது அவதி (நிராகரிப்பு)ப் பிரதேசம் எனவும் நிழற்றப்படாத பிரதேசமானது ஏற்றுக் கொள் பிரதேசம் எனவும் அழைக்கப்படும் என விளக்கவும்.
- இதற்கமைய கருதுகோள் பரிசோதனையின்போது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலை நிராகரிப்புப் பிரதேசம், ஏற்றுக் கொள் பிரதேசம் என இரு பகுதிகளாக வேறுபடுத்த முடியும் என விளக்கவும்.
- $H_0$  நிராகரிப்பதற்குரிய பெறுமானங்கள் அவதிப் பிரதேசத்திலே உள்ளடக்கப்படுகின்றது.  $H_0$  நிராகரிக்காது இருப்பதற்குரிய பெறுமானங்கள் ஏற்றுக் கொள் பிரதேசத்திலே உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும்.

- (8) கருதுகோள் சோதனையொன்றின் போது இறுதித் தீர்மானத்தை இரு முறைகளில் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என உறுதிப்படுத்தவும்.

1.  $P$  பெறுமானத்தையும்  $\alpha$  ஐயும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்
2. அவதிப் பெறுமானத்தையும் சோதனைப் புள்ளியையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்

- (9) மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களுக்கு அமைவாக சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தையும் அவதிப் பெறுமானத்தையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம் கருதுகோள் சோதனைக்குரிய தீர்மானத்தை எழுதிக் காட்டல்
- சோதனைப்புள்ளி விபரப் பெறுமானம் = -2.5  
அவதிப் பெறுமானம் = -1.64



அவதிப் பிரதேசத்திலே - 2.5 உள்ளே அமைவதனால்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தின்போது  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- (10) மேலே வழங்கப்பட்ட சந்தர்ப்பத்திற்கமைய  $P$  பெறுமானத்தையும்  $\alpha$  (நம்பிக்கை மட்டம்) தையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம் கருதுகோள் சோதனைக்கமைய எடுக்கக் கூடிய தீர்மானத்தை எழுதிக் காட்டவும்.

$$P = 0.0062$$

$$\alpha = 0.05$$

$P < \alpha$  ஆக இருப்பதனால்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தின்போது  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும். இதற்கமைய உற்பத்தியாளரின் கூற்று பொய்யானது என 95% ( $\alpha = 0.05$ ) நம்பகத்தன்மையுடன் குறிப்பிட முடியும்.

- (11) மேலே வழங்கப்பட்ட சந்தர்ப்பத்திற்கமையக் கருதுகோள் செயல்முறையின் போது பின்பற்றப்பட்ட செயல்முறையைச் சுருக்கமாகச் சுட்டிக் காட்டவும்.

மின்குமிழ்களின் ஆயுட்காலம் தொடர்பான பிரச்சினையின்போது பின்பற்றிய செயல்முறையைப் பின்வருமாறு கலந்துரையாடவும்.

(i)  $H_0 : \mu = 2500$

$H_1 : \mu < 2500$  எனக் கருதுகோள் உருவாக்கப்படல்.

(ii) 
$$Z = \frac{2200 - 2500}{\frac{600}{5}}$$

= -2.5 எனச் சோதனைப்புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதியைக் கணித்தல்.

- (iii) சோதனைப்புள்ளி விபரத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவதிப் பிரதேசத் திற்குரிய P பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

$P = 0.006 \approx 0.01$

- (iv) வழங்கப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டத்திற்கமைய அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

$\alpha = 0.05$  இற்கமைய அவதிப் பெறுமானம் -1.64 ஆகும்.

- (v) தீர்மானம் மற்றும் முடிவினைக் கூறல். இது இரு முறைகளில் இடம் பெற்றுள்ளது.

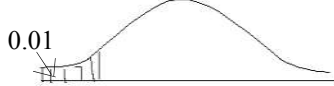
(i) P பெறுமானத்தையும்  $\alpha$  யையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்

(ii) சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதியையும் அவதிப் பெறுமதியையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்

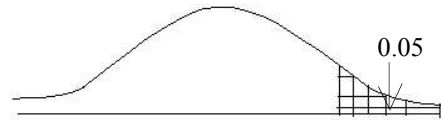
#### செயற்பாடு - 6

- பின்வரும் வரைபடங்களைப் பெற்றுக் கொடுத்து அவற்றினூடாக கேட்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு விடையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

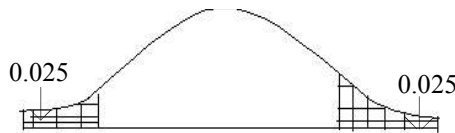
(i)



(ii)



(iii)



மேற்குறிப்பிடப்பட்ட ஒவ்வொரு வரைபடம் தொடர்பான சந்தர்ப்பத்திற்கமைய,

- (1) முதலாவது வகை வழுவாக அமைவதற்கான நிகழ்தகவினை எழுதவும்.
- (2) அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (3) கருதுகோள் சோதனையானது ஒருவால் சோதனையொன்றா இருவால் சோதனையொன்றா என்பதனைக் குறிப்பிட்டு, ஒருவால் சோதனையொன்றாக இருப்பின் இடது வால் சோதனையொன்றா வலது வால் சோதனையொன்றா என்பதனைக் குறிப்பிடவும்.
- (4) கருதுகோள் சோதனையின்போது தீர்மானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய இரு முறைகளை விபரிக்கவும்.

**விடை:**

- (1) (i)  $\alpha = 0.01$   
(ii)  $\alpha = 0.05$   
(iii)  $\frac{\alpha}{2} = 0.025$   
 $\alpha = 0.05$
- (2) (i)  $Z = -2.33$   
(ii)  $Z = 1.65$   
(iii)  $Z = \pm 1.96$
- (3) (i) ஒருவால் சோதனையொன்றாகும்.  
இடது வால் சோதனையொன்றாகும்.  
(ii) ஒருவால் சோதனையொன்றாகும்.  
வலது வால் சோதனையொன்றாகும்.  
(iii) இருவால் சோதனையொன்றாகும்.
- (4) (i) P யையும்  $\alpha$  பெறுமானத்தையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்  
(ii) சோதனைப் புள்ளியையும் அவதிப் பெறுமானத்தையும் ஒப்பிடுவதன் மூலம்

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடிப் பரமானம் தொடர்பாகத் தற்காலிகமாக உண்மையானது எனக் கருதிக் கட்டி யெழுப்பப்படும் தர்க்கரீதியான புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் எனும் பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும். இதனைக் கூற்றொன்றின் மூலம் அல்லது குறியீட்டின் மூலம் சுட்டிக் காட்ட முடியும்.
- குறிப்பிட்ட குடியிலிருந்து எழுமாற்றாக மாதிரியொன்றைப் பெற்று மாதிரித் தகவல் களுக்கமைய புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் உண்மையானதா பொய்யானதா என்பதைச் சோதனை செய்தல் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனை எனும் பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும்.
- ஆய்விற்கான குடி,
  - முடிவற்றதாக இருக்கும்போது அல்லது
  - சோதனையின்போது அலகொன்று சேதமுறுகின்றபோது அல்லது
  - ஆய்விற்காகத் தேவையான அளவில் வளங்கள் (காலம், உழைப்பு, பணம்) இல்லாதபோது

குறிப்பிட்ட குடியிலிருந்து பெற்ற மாதிரித் தகவல்களினூடாகக் குடிப் பரமானத்தை மதிப்பீடு செய்ய வேண்டி ஏற்படும். அவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தின்போது பயன்படுத்தக் கூடிய விஞ்ஞான ரீதியான நுட்ப முறையொன்றே புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் முறையாகும்.

- அறியப்படாத பரமானங்களுக்காக கருதுகோளாகக் கொள்ளப்பட்ட (அனுமானமாகக் கொள்ளப்பட்ட) பெறுமானம் சூனியக் கருதுகோள் என அழைக்கப்படும். இது  $H_0$  என அடையாளமிடப்படும்.
- சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுமாயின் அதற்கு மாற்றீடாக ஏற்றுக் கொள்வதற்காக இருக்கும் கருதுகோள் மாற்றுக் கருதுகோள் என்றழைக்கப்படும். இது பொதுவாக  $H_1$  மூலம் அடையாளமிடப்படும்.
- மாதிரித் தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிராகரிக்கப்படல் அல்லது நிராகரிக்கப்படாதிருப்பது சூனியக் கருதுகோளாகும். மாதிரித் தகவல்கள் மூலம்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படுவதற்கு முற்படுமாயின் அப்பொழுது மாற்றுக் கருதுகோள் ஏற்றுக் கொள்ளப்படும். இதற்கமைய தீர்மானமானது எவ்வேளையிலும் சூனியக் கருதுகோள் தொடர்பானதாகவே இருக்கும் என்பது தெளிவாகின்றது.  
உதாரணம்:  
நிறுவனமொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் மின்குமிழ் வகையொன்றின் இடை ஆயுட்காலம் 1500 மணித்தியாலங்களாகும் என வெளிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இதன் உண்மை நிலையைப் பரிசோதனை செய்யும் பொழுது பின்வருமாறு கருது கோளினைக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.  
 $H_0 : \mu = 1500$   
 $H_1 : \mu < 1500$
- ஒரு செவ்வன் குடியின் மாற்றற்றின்  $\sigma^2 = 25$  எனத் தெரிந்திருப்பின் குடியிடை  $\mu = 50$  என்ற கருதுகோள் எளிய கருதுகோள் ஆகும்.
- சூனியக் கருதுகோள் ( $H_0$ ) உண்மையாக இருக்கும் போது குடி தொடர்பான சகல தகவல்களும் வெளிப்படுத்தப்படாவிடின் அது கூட்டுக் கருதுகோளாகும்.  
உதாரணம்:  
ஏதாவது குடியொன்றின் குடிமாறல் தெரியாத சந்தர்ப்பமொன்றில்  $\mu = 50$  என்பதைப் பரீட்சித்தல். அப்போது  $H_0 : \mu = 50$  கூட்டுக் கருதுகோளாகும்.
- கூட்டுக் கருதுகோளுக்காக அனேகமாகப் பரமானங்களுக்கு அமைவான பெறுமானம் வீச்சினூடாகவே சூனியக் கருதுகோள் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது.  
உதாரணம்:  
 $H_0 : \mu < 50, H_0 : \mu > 50$  அல்லது  
 $H_0 : \mu \neq 50$  எனும் வகையிலாகும்.
- குடிப்பரமானம் தொடர்பாக மாதிரியினூடாகக் கருதுகோள் சோதனை மேற்கொள்ளும் பொழுது இரு வழி வகைகள் இடம்பெற முடியும்.  
(i) **முதலாம் வகை வழி**  
குடித் தகவல்களுக்கமைய சூனியக் கருதுகோள் ( $H_0$ ) உண்மையான சந்தர்ப்ப மொன்றின்போது மாதிரித் தகவல்களினூடாக நிராகரிக்கப்படல்.  
அவ்வாறு ஏற்படுவதற்காக இருக்கும் நிகழ்தகவினைச் சோதனையின் பருமன், நம்பிக்கை மட்டம் எனும் பெயர்களினால் அழைக்கப்படும்.  
 $\Pr [H_0 \text{ நிராகரித்தல் } H_0 \text{ உண்மையானபோது}] = \alpha$

(ii) இரண்டாம் வகை வழு

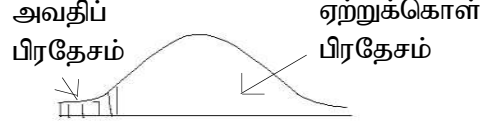
குடித் தகவல்களுக்கமைய சூனியக் கருதுகோள் பொய்யான சந்தர்ப்பத்தில் மாதிரித் தகவல்களினூடாக  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருப்பின் அது இரண்டாவது வகை வழுவாகும். இவ்வாறு ஏற்படுவதற்காக இருக்கின்ற நிகழ்தகவு  $\beta$  மூலம் சுட்டிக் காட்டப்படும்.

$$\Pr(H_0 \text{ நிராகரிக்காது இருத்தல் } H_0 \text{ பொய்யானபோது}) = \beta$$

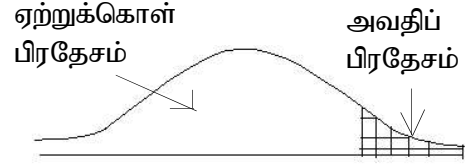
- கருதுகோள் சோதனையொன்றின்போது இவ்வழு வகை இரண்டின் முதலாம் வகை வழு ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு ( $\alpha$ ) ஆயின் குறித்த மட்டத்தில் வைக்கப்பட்டு இரண்டாம் வகை வழு ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு இயலுமான அளவில் இழிவு அடையும் வகையில் சோதனை மேற்கொள்ளப்படும்.
- பொதுவாக  $\alpha$  இன் பெறுமானம் 01, 0.01, 0.05 போன்ற மட்டங்களில் பேணப்படும்.
- சூனியக் கருதுகோளை ஏற்றுக் கொள்வதா இல்லையா என்பதைத் தீர்மானிப்பதற்கு அவதிப் பெறுமானத்துடன் ஒப்பிடும் பொருட்டு மாதிரி அவதானங்களைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ளப்படும் புள்ளி விபரப் பரிசோதனைப் புள்ளி விபரமாகும்.
- வழங்கப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டமொன்றின் கீழ் அவதிப் பிரதேசத்தையும் ஏற்றுக் கொள் பிரதேசத்தையும் வேறுபடுத்தக்கூடிய எல்லைப் பெறுமானமே அவதிப் பெறுமானம் எனும் பெயர் கொண்டழைக்கப்படும்.
- அவதிப் பெறுமானத்தைத் தீர்மானிப்பதற்காக,
  - மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல்
  - சோதனையின் பருமன்
  - அவதிப் பிரதேசம் என்பவற்றை அறிந்திருத்தல் வேண்டும்.
- தீர்மானமொன்றை எடுப்பதற்கு அது பெற்றுக் கொள்ளப்படுவது எவ்வளவீட்டு மூலமொன்றின் அடிப்படையில் என்பதனை முதலாவதாகத் தெளிவுபடுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும்.
- மாதிரியொன்றினூடாகக் கிடைக்கப் பெறும் தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு கருதுகோள் சோதனை மேற்கொள்ளப்படுவதனால் குறித்த பகுதியின் தொழிற்பாட்டிற்கு எடுக்கக்கூடிய இடைவெளியின் துணை அளவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு இரு பகுதிகளாக வகைப்படுத்தப்படும். இதில் ஒரு பிரதேசத்தில்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும் அதேவேளை அடுத்த பிரதேசத்தின் போது  $H_0$  நிராகரிக்கப்படமாட்டாது.
- சூனியக் கருதுகோள்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருப்பதற்குரியதான இருக்கும் மாதிரி உறுப்புக்களுடன் கூடிய தொழிற்பாட்டின் பெறுமானங்களை உள்ளடக்கிய பிரதேசத்தைக் கருதுகோள் பரிசோதனையின்போது அவதிப் பிரதேசம் என அழைக்கப்படும்.
- 0.01, 0.05, 0.10 போன்ற ஒரு சிறிய மாதிரி மட்டத்தில் ( $\alpha$ ) வகை 1 வலு நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு அளவில் அவதிப் பிரதேசம் தீர்மானிக்கப்படும்.

- மாற்றுக் கருதுகோளின் தன்மைக்கு அமைய அவதிப் பிரதேசம் அமைக்கப்படுகின்ற திசை தீர்மானிக்கப்படும்.  
உதாரணமாக:-

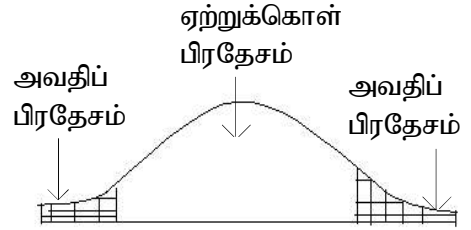
(i)  $H_0 : \mu = \theta$   
 $H_1 : \mu < \theta$  ஆக இருக்கும்பொழுது



(ii)  $H_0 : \mu = \theta$   
 $H_1 : \mu > \theta$  ஆக இருக்கும்பொழுது

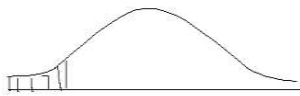


(iii)  $H_0 : \mu = \theta$   
 $H_1 : \mu \neq \theta$  ஆக இருக்கும்பொழுது

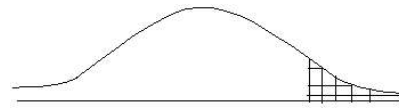


- மாற்றுக் கருதுகோளில் காட்டப்படுகின்ற பெறுமானங்கள் சூனியக் கருதுகோளினால் வழங்கப்படும் பெறுமானத்தின் ஒரு பகுதியில் நிலைத்திருப்பின் அதனுடன் தொடர்புடைய கருதுகோள் சோதனை ஒரு வால் சோதனையாகும். ஒரு வால் சோதனையானது இடது வால் சோதனை, வலது வால் சோதனை என இரு பகுதிகளாக வேறுபடுத்தப்படும்.
- மாற்றுக் கருதுகோளினால் காட்டப்படும் பெறுமானங்கள் சூனியக் கருதுகோளின் பெறுமானத்தை விடக் குறைவாக இருப்பின் இடது வால் பரிசோதனை எனவும் மாற்றுக் கருதுகோளினால் வழங்கப்படும் பெறுமானங்கள் சூனியக் கருதுகோளின் பெறுமானத்தை விடக் கூடியதாக இருப்பின் அது வலது வால் பரிசோதனை எனவும் அழைக்கப்படும்.

இடது வால் பரிசோதனை



வலது வால் பரிசோதனை



- மாற்றுக் கருதுகோளினால் காட்டப்படும் பெறுமானங்கள் சூனியக் கருதுகோளினால் வழங்கப்படும் பெறுமானத்தின் இரு பக்கங்களிலும் நிலைத்திருப்பின் அதனுடன் தொடர்புடைய கருதுகோள் சோதனையை இருவால் சோதனை என்றழைக்கப்படும்.

இருவால் சோதனை



- சோதனைப் புள்ளிப் பெறுமானத்திற்கமைய சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிப்பதற்கு இருக்கும் இழிவு நிகழ்வு மட்டம்  $P$  பெறுமானம் என்றழைக்கப்படும்.
- $P$  பெறுமானமானது நம்பிக்கை மட்டத்தை விடக் கூடுதலாக இருப்பின் சூனியக் கருதுகோள்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.
- கருதுகோள் சோதனையின்போது பின்வரும் படிமுறைகள் பின்பற்றப்படல் வேண்டும்.
  - (i) வழங்கப்பட்டிருக்கும் குடித் தகவல்களுக்கமைய சூனியக் கருதுகோளையும் மாற்றுக் கருதுகோளையும் நிறுவுதல். ( $H_0$  உம்  $H_1$  உம்)
  - (ii) குறித்த குடியிலிருந்து எழுமாற்றாக மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்து மாதிரித் தகவல்கள் மற்றும் குடித் தகவல்களுக்கமைய சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தையும் பெற்றுக் கொள்ளலும் அதனுடாக  $P$  யின் பெறுமானத்தையும் கணிப்பிடல்.
  - (iii) வழங்கப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டத்திற்கமைய அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
  - (iv) அவதிப் பெறுமானங்கள், சோதனைப் புள்ளியின் பெறுமானங்கள் என்பவற்றை ஒப்பிட்டு அல்லது  $P$  யின் பெறுமதியினையும் நம்பிக்கை மட்டத்தையும் தீர்மானத்தை வெளிப்படுத்துவதும் முடிவுகளுக்கு வருதலும்.



**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.2:** குடியொன்றின் இடைக்கான கருதுகோள் பரிசோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- செவ்வன் குடியொன்றின் இடைக்கான கருதுகோள் பரிசோதனையை விளக்குவார்.
- இதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டிய பரிசோதனைப் புள்ளிவிபரத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.
- மாற்றற்றின் தெரிந்த செவ்வன் குடியொன்றின் இடை தொடர்பான கருதுகோள் பரிசோதனைக்கான நியம செவ்வன் பரிசோதனையை மேற்கொள்வார்.
- மாற்றற்றின் தெரியாத செவ்வன் குடியொன்றின் இடையுடன் இணைத்த கருதுகோள் பரிசோதனையை மேற்கொள்ளும்போது பரிசோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிப்பிடுகையில் குடியின் நியம விலகலுக்குப் ( $\sigma$ ) பதிலாக மாதிரி நியம விலகலைப் (S) பதிலீடு செய்வார்.
- மாற்றற்றின் தெரியாத செவ்வன் குடியொன்றின் இடை தொடர்பாக கருதுகோள் பரிசோதனையின் சிறிய மாதிரியொன்றினூடாக மேற்கொள்ளும்போது  $t$  பரம்பலைப் பயன்படுத்துவார்.
- செவ்வனல்லாத எந்தவொரு குடியினதும் இடைக்கான மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கருதுகோள் பரிசோதனையை மேற்கொள்வார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் மூன்று சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
  1. இப்பிரதேசத்தின் தரம் 13 ஐச் சேர்ந்த பாடசாலை மாணவனொருவனின் உயரத்தின் இடையானது 162 சென்ரிமீற்றர் எனப் பாடசாலை மாணவனொருவன் கூறுகின்றார்.
  2. புதிய விளம்பர வேலைத்திட்டம் காரணமாகக் கம்பனியொன்றின் நாளாந்தச் சராசரி விற்பனையானது முன்னர் காணப்பட்ட நாளாந்த சராசரி விற்பனையாகிய 210 அலகுகளை விடக் கூடியுள்ளதாக முகாமையாளர் கருதுகிறார்.
  3. சோடாக் குடிபானப் போத்தலொன்றில் அடங்கியுள்ள குடிபானத்தின் அளவானது அதன் சுட்டுத்துண்டில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள 200 மில்லி லீற்றரை விடக் குறைவானது என வாடிக்கையாளர்கள் குற்றம் சாட்டுகின்றனர்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
  - மேற்குறிப்பிட்ட மூன்று சந்தர்ப்பங்களிலும் குடியொன்றின் இடை தொடர்பிலான கருத்துக்கள் வெளியிடப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களாகும்.
  - முன்வைக்கப்பட்டுள்ள இக்கருத்துக்களின் உண்மை, பொய்யினை மாதிரித் தரவுகளினூடாக வழங்கப்பட்டுள்ள சாட்சிகளின் அடிப்படையிலேயே தீர்மானிக்க முடியும்.
  - இதற்குப் பொருத்தமான நம்பிக்கை மட்டமொன்றைப் பயன்படுத்திக் கருதுகோள் பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படல் வேண்டும்.
  - குடி இடை ( $\mu$ ) தொடர்பான கருதுகோளினைப் பரிசோதிப்பதற்கு  $\bar{x}$  மதிப்பானுக் கான பெறுமதியொன்று பெறப்படவேண்டும் என்பதுடன் அதற்காக மாதிரித் தரவுகள் தேவைப்படும்.

- அது மாத்திரமன்றி  $(\bar{X})$  மதிப்பானுக்கான நியம வழுவினையும்,  $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$  கணித்தல் வேண்டும்.

- குடியிடைக்கான கருதுகோளினைப் பரிசோதிப்பதற்கு மாதிரி இடையின் மாதிரி யெடுப்புப் பரம்பலை  $(\bar{X})$  இல் பரம்பல்) ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட பிரதேசம் மற்றும் அவதிப் பிரதேசம் என இரு பகுதிகளாகப் பிரித்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும். அதற்கு வழங்கப்பட்டுள்ள நம்பிக்கை மட்டமானது உதவியாக அமையும்.

- மாதிரி இடைக்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலினை நியம செவ்வன் பரம்பலுக்கு மாற்றி அவதிப் பெறுமதியினை பொருளுண்மை (Z) உதவியுடன் அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெறுவது மிக இலகுவானதாக அமையும்.

- $\left(Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$  என்ற பரிசோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிப்பிட்டுக் கொள்வ

தற்குக் கிடைக்கப் பெற்றுள்ள மாதிரி இடையிலிருந்து சூனியக் கருதுகோளி னூடாகக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள இடையினைக் கழித்து மாதிரி இடையின் நியம வழுவினால் வகுத்தல் வேண்டும்.

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட கலந்துரையாடலின் பின்னர் முன்னர் குறிப்பிடப்பட்ட இலக்கம் 1 இன் கீழ் வழங்கப்பட்டுள்ள கருதுகோளினைப் பரிசோதிக்கும் முறையினைப் படிப்படியாக மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கியவாறு பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

- இப்பிரதேசத்தின் தரம் 13ஐச் சேர்ந்த மாணவர்களின் சராசரி உயரம் (X) செவ்வன் பரம்பலொன்றில் காணப்படுவதுடன், நியம விலகல் 5 சென்ரிமீற்றர் எனக் கருதவும். கருதுகோளினைப் பரிசோதிப்பதற்கு சூனியக் கருதுகோளினையும் மாற்றுக் கருது கோளினையும் கட்டியெழுப்புமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

விடை:  $H_0; \mu = 162cm$

$H_1; \mu \neq 162cm$

(கருதுகோள் பரிசோதனையின் முதலாவது படிமுறை இதுவாகும் என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.)

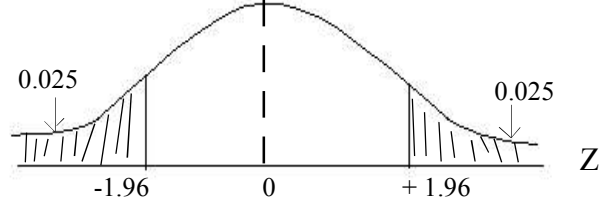
- இலக்குக் குடியாகிய பிரதேசத்தின் தரம் 13 மாணவர்களின் உயரத்தினை பிரதிநிதிப்படுத்தும் மாதிரி இடை உங்களது வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் எனக் கருதி உங்களது வகுப்பின் எளிய எழுமாற்றாக 9 மாணவர்களைத் தெரிவு செய்து மாதிரி இடை  $\bar{X}$  இனைக் கணிக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- 5% நம்பிக்கை மட்டத்தினைப் பயன்படுத்தி கருதுகோளினைப் பரிசோதிப்பதற்காக அவதிப் பெறுமதியினை (CV) Z பரம்பலின் உதவியுடன் கணிப்பிடுமாறு மாணவர் களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

(இரு வால் சோதனை என்பதனால்  $\frac{\alpha}{2}$  தேவையானது என்பதை மாணவர்களுக்கு உறுதிப்படுத்தவும்.

$$\text{விடை: } \frac{\alpha}{2} = 0.05$$

$$Z_{0.025} = 1.96$$



- $H_0$  ஏற்றுக்கொள்ளல் அல்லது நிராகரித்தலுக்காக தீர்மான நியதியினைக் குறிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

விடை: சோதனைப்புள்ளி விபரம் பெறுமதி  $\pm 1.96$  என்ற ஆயிடைக்குள் காணப்படுமாயின்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாது.

- மாதிரித் தரவுகளைப் பயன்படுத்தி மாதிரி இடை  $\bar{X}$  இற்கான சோதனைப்புள்ளி விபரம் (TS) Z பரம்பலின் துணையுடன் கணிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- மாணவர்களினால் கணிப்பிடப்பட்ட மாதிரி இடை 160 ஆயின் அதனைப் பின்வருமாறு கணிக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{160 - 162}{\frac{5}{\sqrt{9}}} = \underline{\underline{-1.2}}$$

- சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதி, அவதிப் பெறுமதி என்பவற்றை ஒப்பிட்டு தீர்மானத்தை வெளியிடுவதற்கு மாணவர்களுக்கு சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.

விடை: சோதனைப்புள்ளி விபரம் (1.2) ஏற்றுக்கொள்ளும் பிரதேசத்தில் அமைவதனால் ( $\pm 1.96$  இடையில்)  $H_0$  : நிராகரிக்கப்படமாட்டாது.

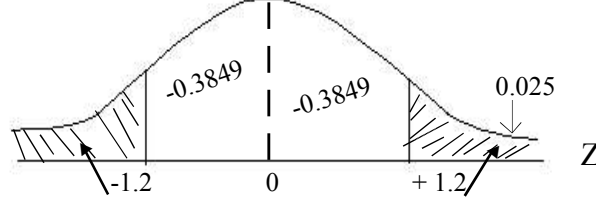
- பாடசாலை மாணவரினால் கூறப்பட்ட கூற்றினை (கருதுகோள்) விபரிக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

விடை: குறித்த பகுதியின் தரம் 13 மாணவனொருவனின் உயரத்தின் இடையானது 162 cm என மாணவன் கூறிய கூற்றினை 5% நம்பிக்கை மட்டத்தில் ஏற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவையான சாட்சிகளை மாதிரித் தரவுகள் வழங்குகின்றன.

- P யின் பெறுமதியினைக் கணித்துக் கொள்வதன் மூலமும் குடியிடைக்கான கருதுகோள் பரிசோதனையை மேற்கொள்ள முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெரிவிக்கவும். சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பயன்படுத்தி P யின் பெறுமதியினைக் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- பரிசோதனைப் P யின் பெறுமதியினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

விடை: சோதனைப்புள்ளி  $TS = \pm 1.2$  என்பதனால்,  $TS = -1.2$



$$P(V) = (0.5000 - 0.3849) \times 2 = 0.2302$$

- P ப் பெறுமதி முறைக்கேற்ப தீர்மான நியதி என்றால் என்ன என்பதை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.

விடை:  $P(V) > \alpha$  என்பதனால்  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படும்.

## செயற்பாடு - 2

- புதிய விளம்பர வேலைத்திட்டத்தின் பின்னர் கம்பனியின் நாளாந்தச் சராசரி விற்பனை முன்னர் காணப்பட்ட நாளாந்த விற்பனையாகிய 210 விற்பனை அலகினைத் தாண்டி யுள்ளதாக முகாமையாளர் கூறுகின்றார்.
  - 36 நாட்களின் மாதிரியொன்றினைப் பரிசோதனை செய்தபோது நாளொன்றிற்கான இடை விற்பனை 225 அலகுகளும் நியம விலகல் 40 அலகுகளுமாகக் காணப்பட்டது.
  - 1% நம்பிக்கை மட்டத்தில் பரிசோதனையை மேற்கொண்ட முகாமையாளரின் கருத்தினை ஏற்றுக் கொள்ள முடியுமா என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பரிசோதனைப் P யின் பெறுமதியைக் கணிக்கவும்.

## செயற்பாடு - 2 - விடை

$$H_0; \mu = 210$$

$$H_1; \mu > 210$$

அவதிப் பெறுமதி  $(CV); Z_{\alpha=0.01} = 2.33$

$$\text{சோதனைப் புள்ளி விபரம்} \quad (TS); Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{225 - 210}{\frac{40}{\sqrt{36}}} = 2.25$$

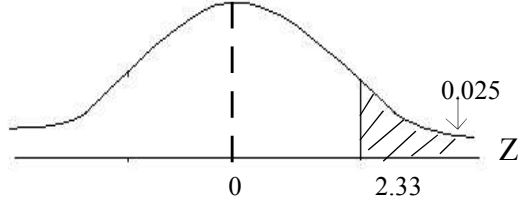
தீர்மானம்:-  $TS < CV$  என்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படவில்லை.

விபரித்தல்:- முகாமையாளரின் கருத்து 1% பொருளுண்மை மட்டத்தின் அடிப்படையில் ஏற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவையானளவு சாட்சியினை மாதிரித் தரவுகளின் மூலம் வழங்குகின்றது.

$$P = P[Z > TS] = P[Z > 2.33]$$

P யின் பெறுமதியினைக் கணித்தல்.

$$0.5000 - 0.4878 = 0.0122$$



P யின் பெறுமதி (0.012), அவதிப் பெறுமதி (0.01) ஐ விட அதிகமாக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படவில்லை.

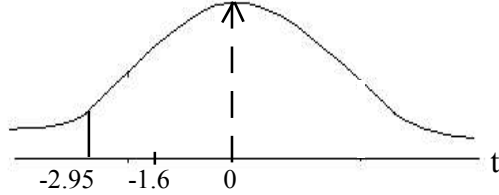
### செயற்பாடு - 3

- சோடா குடிபானப் போத்தலொன்றிலுள்ள குடிபானத்தின் அளவு அதன் சுட்டுத்துண்டில் 200 மில்லிலீற்றர் எனக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. எனினும் உரிய குடிபான அளவு அதில் இல்லை என நுகர்வோர் குற்றம் சாட்டுகின்றனர்.
- 16 போத்தல்களின் மாதிரியொன்றினைப் பரிசோதித்தபோது இடை ( $\bar{X}$ ) 199 மில்லிலீற்றர் எனவும் நியம விலகல் 2.5 மில்லிலீற்றர் எனவும் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.
- $\alpha = 0.05$  நம்பிக்கை மட்டத்தினூடாக நுகர்வோரின் குற்றச்சாட்டினை ஏற்றுக் கொள்ள முடியுமா?
- சோடா குளிர்பானப் போத்தலொன்றின் அளவு செவ்வன் பரம்பலொன்றில் பின்பற்றப்பட்டுள்ளது எனக் கருதவும்.

### செயற்பாடு - 2 - விடை

$$H_0; \mu = 200$$

$$H_1; \mu < 200$$



அவதிப் பெறுமதி  $(CV); t_{\alpha=0.05, df=16-1} = \underline{\underline{-2.95}}$

பரிசோதனைப் புள்ளி  $(TS); t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{199 - 200}{\frac{2.5}{\sqrt{16}}} = \underline{\underline{-1.6}}$

$$t = -1.6 > CV = -2.95$$

தீர்மானம்:-  $T / < / CV$  ஆக இருப்பதனால்  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகின்றது.

விபரித்தல்:- சோடா குளிர்பானப் போத்தலொன்றிலுள்ள குடிபானத்தின் அளவு 200 மில்லிலீற்றர் விடக் குறைவானது என நுகர்வோர் முன்வைக்கும் குற்றச்சாட்டினை  $\alpha = 0.05$  அளவின்படி ஏற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவை யானளவு சாட்சிகள் மாதிரித் தரவுகள் மூலம் வழங்கப்படவில்லை.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடியொன்றின் தெரியாத இடை தொடர்பாகக் காணப்படுகின்ற எண்ணமொன்று குடியிடை தொடர்பான கருதுகோளாகும்.
- மாற்றற்றின் தெரிந்த செவ்வன் குடியொன்றின் இடையுடன் தொடர்புடைய கருதுகோள் பரிசோதனை நியம செவ்வன் பரம்பலொன்றின் உதவியுடன் மேற்கொள்ளப்படல் வேண்டும்.
- அதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டிய சோதனைப் புள்ளி விபரமாக அமைவது,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- மாற்றற்றின் தெரியாத குடியொன்றின் இடை தொடர்பான கருதுகோள் சோதனையில் மாதிரிப் பருமன் அதிகமாக உள்ளபோது ( $n \geq 30$ ) நியம செவ்வன் பரம்பலினூடாகப் பரிசோதிக்கப்படல் வேண்டும்.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

- அதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டிய சோதனைப் புள்ளிவிபரமாக அமைவது ஆகும்.

- மாற்றற்றின் தெரியாத செவ்வன் குடியொன்றின் இடை தொடர்பான கருதுகோள் சோதனை சிறிய மாதிரிப் பருமனூடாக மேற்கொள்வதற்கு  $t$  பரம்பலின் உதவியுடன் பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படல் வேண்டும்.
- அதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டிய சோதனைப் புள்ளி விபரமாக அமைவது

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

இங்கு  $\left( \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \right) = t \sim t_{n-1}$  ஆகும்.

$n-1$  என்பது பரம்பலின் சுயாதீனப் படிப் பெறுமதியாகும்.

- குடியிடை தொடர்பான கருதுகோள் பரிசோதனையானது  $P$  பெறுமதியினைப் ( $P$ -value) பயன்படுத்தியும் மேற்கொள்ள முடியும்.
- $P$  பெறுமதி என்பது பரிசோதனை புள்ளி விபரத்துடன் தொடர்பான சூனியக் கருதுகோளினை நிராகரிப்பதற்குக் காணப்படுகின்ற ஆகக் குறைந்த நிகழ்தகவு மட்டமாகும்.
- பரிசோதனையின் பொருளுண்மை மட்டத்தை விட  $P$  யின் பெறுமதி அதிகமாயின் சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படமாட்டாது.

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.3:** குடி இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாட்டிற்காக கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடி இடைகள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான கருதுகோள் சோதனையைக் கட்டி யெழுப்புவார்.
- பொருத்தமான சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பயன்படுத்திக் கட்டியெழுப்பப்பட்ட கருதுகோளுக்கான சான்றினை சோதனை செய்வார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்குப் பொருந்தக்கூடியவாறு அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வார். (செவ்வன் பரம்பலொன்றை அல்லது  $t$  பரம்பலைப் பயன்படுத்தி)
- சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தையும் அவதிப் பெறுமானத்தையும் அல்லது  $P$  பெறுமானத்தையும் ஒப்பிட்டுத் தீர்மானமெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றுக்களில் மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - தரம் 13 இல் கற்கும் ஆண்பிள்ளையொருவரினதும் பெண்பிள்ளையொருவரினதும் சராசரி உயரத்தில் பொருளுண்மை மட்டத்தில் வேறுபாடொன்றில்லை.
  - A, B எனும் இரு பால்மா வகைகளில் A வகைக்கு B வகையை விடக் கூடிய நுகர்வாளர் கேள்வி காணப்படுகின்றது.
  - X, Y எனும் இரு கம்பனிகளில் உற்பத்தி செய்யப்படும் குளிர்பானப் போத்தல்களில் உள்ளடக்கியுள்ள தேறிய பொருள்களில் அவதானம் செலுத்தும் பொழுது X கம்பனியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் குளிர்பானப் போத்தலொன்றின் தேறிய பொருள்களின் அளவானது Y கம்பனியின் பொருள்களை விடக் குறைவாகும் என்ற கருத்தொன்று கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது.
  - 13 ஆம் தரத்தில் கல்வி கற்கும் பெண்பிள்ளையொன்றின் உயரம் மற்றும் ஆண்பிள்ளையின் உயரத்திற்கும் இடையிலான நம்பிக்கை வேறுபாடொன்றில்லை என வெளிப்படுத்தப்பட்டிருந்தமையினால் பின்வருமாறு கருதுகோளைக் கட்டி யெழுப்ப முடியுமெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

சூனியக் கருதுகோள் -  $H_0; \mu_1 = \mu_2$

மாற்றுக் கருதுகோள் -  $H_1; \mu_1 \neq \mu_2$

- A, B எனும் இரு பெயர் கொண்ட இரு வகைகளுள் பால்மா B வகையை விட A வகைப் பால்மாவிற்கு கூடுதலான கேள்வி நுகர்வோரிடம் காணப்படுகின்றது. எனவே பின்வரும் முறையில் கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

சூனியக் கருதுகோள் -  $H_0; \mu_1 = \mu_2$

மாற்றுக் கருதுகோள் -  $H_1; \mu_1 > \mu_2$

- X கம்பனியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் குளிர்பானப் போத்தலொன்றில் உள்ளடங்கும் தேறிய திரவத்தின் அளவு Y கம்பனியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் அதேபோன்ற பானப் போத்தலொன்றில் உள்ளடங்கும் தேறிய திரவப் பெறுமானத்தை விடக் குறைவானது எனும் கருத்தொன்று காணப்படுவதனால் பின்வருமாறு கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்ப முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

சூனியக் கருதுகோள் -  $H_0; \mu_x = \mu_y$

மாற்றுக் கருதுகோள் -  $H_1; \mu_x < \mu_y$

- குடிகள் இரண்டின் இடைகள் சமமானதா அல்லது நம்பிக்கையில் வேறுபாடொன்று காணப்படுகின்றதா என்பதனைச் சோதனை செய்வதற்காக உரிய குடிகள் இரண்டும் செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளதாக இருப்பின் அல்லது அவ்வாறில்லாத பொழுது அல்லது அறியப்படாத பொழுது குடிகள் இரண்டிலிருந்தும் தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரிகளின் பருமன் விசாலமானதாக இருப்பின் ( $n_1 \geq 30$  உம்  $n_2 \geq 30$ ) செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்திச் சோதனைப்புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தை பின்வருமாறு கணிக்க முடியும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

**குடிமாற்றற்றின் தெரிந்துள்ள பொழுது,**

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

**குடிமாற்றற்றின் அறியப்படாத பொழுது,**

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து அதனைக் கருதுகோள் சோதனையின் மூலம் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வயது 18 ஐக் கொண்ட ஆண்களினதும் பெண்களினதும் உயர நியம விலகல் முறையே  $\sigma_1 = 10cm$  உம்  $\sigma_2 = 12cm$  கொண்டதாக செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது எனக் கருதிக் கொள்ளவும். இவ்வயதுள்ள ஆண்களின் இடை உயரம், பெண்களின் இடை உயரத்தை விட அதிகமாக உள்ளதா எனச் சோதனை செய்வதற்கு அவசியமாக உள்ளது. ஆண்களில் 50 பேர்களையும் பெண்களில் 40 பேர்களையும் கொண்டதாக இருக்குமாறு மாதிரிகள் இரண்டைப் பரிசீலனை செய்தபோது ஆண்களின் இடை உயரம்  $162.8 cm$  எனவும் பெண்களின் இடை உயரம்  $159.4 cm$  எனவும் அறியப்பட்டது. இவ்வயதில் ஆண்கள், பெண்களின் உயரத்தில் பொருளுள்ள வேறுபாடொன்று இல்லை எனும் கருதுகோள்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும்.



**தீர்வு:**

அவதிப் பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தி,

$$H_0; \mu_1 = \mu_2$$

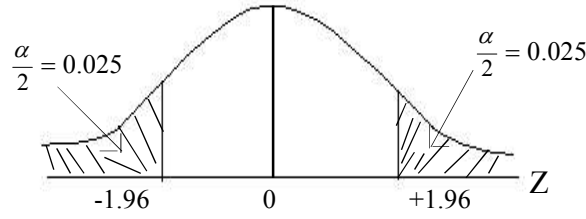
$$H_1; \mu_1 \neq \mu_2$$

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

$$n_1 = 50, \quad n_2 = 40 \quad \bar{X}_1 = 162.8 \text{ cm}, \quad \bar{X}_2 = 159.4 \text{ cm}, \quad \sigma_1 = 10 \text{ cm}, \quad \sigma_2 = 12 \text{ cm}$$



சோதனைக்கான புள்ளி விபரப் பெறுமானம்

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{162.8 - 159.4}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{12^2}{40}}}$$

$$Z = \frac{3.4}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{12^2}{40}}}$$

$$Z = \underline{\underline{1.436}}$$

அவதிப் பெறுமானம்

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 0.025 = 1.96$$

**தீர்மானம்:** சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானம் ஏற்றுக் கொள் பிரதேசத்தில் காணப் படுவதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

**முடிவு:** வயது 18ஐக் கொண்ட ஆண் பெண்களினது சராசரி உயரத்தின் நம்பிக்கை மட்டத்தில் வேறுபாடு காணப்படுகின்றது என்பதனை ஏற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவையான அளவில் புள்ளிவிபர ரீதியான சான்றுகள்  $\alpha = 0.05$  ஆவது மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

P பெறுமதி அணுகுமுறை

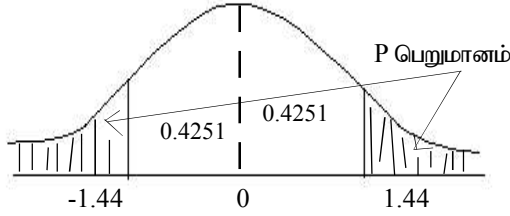
$$H_0; \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1; \mu_1 \neq \mu_2$$

சோதனைப்புள்ளி விபரப் பெறுமதி

$$Z = 1.436$$

$$Z \cong 1.44$$



$$P \text{ பெறுமானம்} = 1 - 2(0.4251)$$

$$= 1 - 0.8502$$

$$= \underline{\underline{0.1498}}$$

அல்லது

$$P(Z > 1.44) = 0.5 - 0.4251 = 0.0749$$

$$P\text{-value} = Z[0.0749] = 0.1498$$

**தீர்மானம்:**  $P = 0.1498 > \alpha = 0.05$  ஆக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

**முடிவு:** 18 வயதைக் கொண்ட ஆண், பெண்களினது சராசரி உயரத்தின் பொருண்மை மட்டத்தில் வேறுபாடுள்ளது என ஏற்றுக் கொள்வதற்கான தேவையான அளவு புள்ளிவிபர ரீதியான சான்று  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்துத் தீர்ப்பதற்குத் தேவையான ஆலோசனைகளை வழங்கவும்.

பால்மா உற்பத்தி செய்யும் கம்பனியொன்று இரு இயந்திரங்களின் மூலம் பால்மாக்கான பொதி செய்கின்றது. A இயந்திரத்தினால் பொதியிடப்பட்ட பால்மாப் பொதிகள் 100 உம் B இயந்திரத்தினால் பொதியிடப்பட்ட பால்மாப் பொதிகள் 50 ஐயும் மாதிரிகளாகக் கொண்டு பின்வரும் அளவீடுகள் கணிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

$$\bar{X}_A = 440g, \quad \bar{X}_B = 394g \quad \sigma_A = 20g, \quad \sigma_B = 50g$$

B இயந்திரத்தினை விட A இயந்திரத்தில் பால்மா கூடுதலாக நிரப்பப்படுகின்றதா என்பதனை  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும்.

**தீர்வு:**

$$H_0; \mu_A = \mu_B$$

$$H_1; \mu_A > \mu_B$$

$n_1 = 100$  உம்  $n_2 = 50$  ஆக இருப்பதனால் மைய எல்லைத் தேற்றத்திற்கமைய,

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \sim N\left(\mu_A - \mu_B, \frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}\right)$$

$\sigma_A^2$  இற்காக  $S_A^2$  இனையும்  $\sigma_B^2$  இற்காக  $S_B^2$  இனையும் மதிப்பானாகப் பயன்படுத்த முடியுமாக இருப்பதனால்,

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

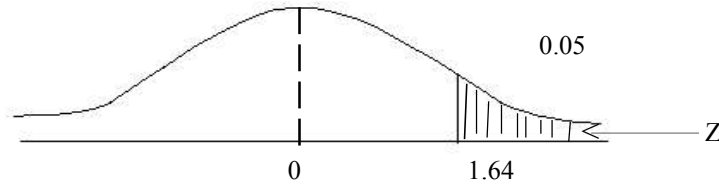
$$Z = \frac{410 - 396}{\sqrt{\frac{20^2}{100} + \frac{50^2}{50}}}$$

$$Z = \frac{46}{\sqrt{4 + 50}} = \frac{14}{\sqrt{54}}$$

$$Z = \underline{\underline{1.91}}$$

அவதிப் பெறுமானம் = 1.64

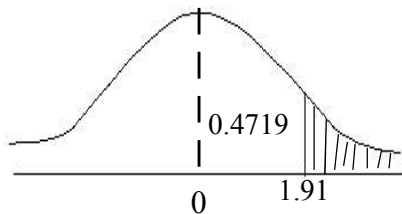
சோதனைப் புள்ளி விபரம் = 1.91



**தீர்வு:** சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானம் அவதிப் பிரதேசத்தில் காணப்படுவதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும்.

**முடிவு:** B இயந்திரத்தை விட A இயந்திரத்தினால் நிரப்பப்படும் பால்மாப் பொதிகளின் தேறிய நிறை அதிகம் என்பதற்கான தேவையான அளவு சான்றுகள்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் காணப்படுகின்றது.

P ப் பெறுமதி அணுகுமுறை



**தீர்மானம்:**  $P = 0.0281 < \alpha = 0.05$   
என்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும்.

**முடிவு:**  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும்.

$$P\text{-value} = 0.5 - 0.4719$$

$$= \underline{\underline{0.0281}}$$

- பின்வரும் பிரச்சினையை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து அதனைத் தீர்ப்பதற்குத் தேவையான ஆலோசனையை வழங்கவும்.

ஒரு வகைக் கம்பனியொன்று ஆகாய விமானங்களின் பயன்பாட்டிற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் இரு வகையான உலர் மின்கலங்கள் உற்பத்தி செய்கின்றது. ஒரு வகையிலிருந்து மின்கலங்கள் நான்கும் (04) மற்றைய வகையிலிருந்து மின்கலங்கள் 05 எனும் வகையில் மாதிரிகள் இரண்டின் பரிசோதனை செய்ததன் மூலம் பெற்ற தரவுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் அளவீடுகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

$$\bar{X}_1 = \text{மணித்தியாலம் } 18\ 750 \quad S_1 = 500 \text{ மணித்தியாலம்}$$

$$\bar{X}_2 = \text{மணித்தியாலம் } 18\ 480 \quad S_2 = 800 \text{ மணித்தியாலம்}$$

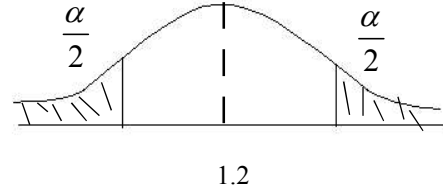
இவ் பெட்டரி வகைகள் இரண்டின் இடை ஆயுள் காலத்திற்கிடையிலான பொருளுண்மை மட்டத்தில் வேறுபாடு உள்ளதா என்பதனை  $\alpha = 0.02$  மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும்.

**தீர்வு:**  $H_0; \mu_A = \mu_B$

$$H_1; \mu_A \neq \mu_B$$

$$t_{n_1+n_2-2} : \frac{\alpha}{2} = t_{4+5-2} : \frac{0.02}{2}$$

$$Cr = t_7 : 0.01 = 2.998 \cong \underline{\underline{3.0}}$$



- இங்கு சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானம் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{SP \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$$

Sp என்பது மாதிரி மாற்றிறன்கள் இரண்டின் சேர்க்கப்பட்ட நியம விலகலாகும்.

$$Sp = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

ஒவ்வொரு குடியிலிருந்தும் எடுக்கப்படுகின்ற மாதிரிகள் சிறிதாக  $n_1 < 30, n_2 < 30$  இருந்து குடியின் மாற்றிறன் தெரியாதிருப்பின், செவ்வன் பரம்பல் பொருத்தமானதாக இருக்கும். மாறாக t பரம்பல்  $n_1 + n_2 - 1$  சுயாதீனப் படியுடன் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு முன்னர் கூட்டு மாற்றற்றினைக் கணிப்பிடுவோம்.

$$\begin{aligned}
 Sp^2 &= \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \\
 &= \frac{(4-1)500^2 + (5-1)800^2}{4+5-2} \\
 &= \frac{(3 \times 500)^2 + (4 \times 800)^2}{7} \\
 &= \frac{750000 + 2560000}{7}
 \end{aligned}$$

$$Sp^2 = 472857.14$$

$$\begin{aligned}
 Sp &= \sqrt{472857.14} \\
 &= 687.646 \\
 &= \underline{\underline{687.65}}
 \end{aligned}$$

சோதனைப் புள்ளி விபரம்

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{Sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1 + n_2 - 2}$$

$$t = \frac{18750 - 18480}{687.65 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}}$$

$$t = \frac{270}{687.65 \sqrt{\frac{9}{20}}}$$

$$t = \frac{270}{687.65 \times 0.671}$$

$$t = \frac{270}{461.41} = 0.585$$

$$t = \underline{\underline{0.585}}$$

**தீர்மானம்:**  $\alpha = 0.02$  இன் அடிப்படையில் t பரம்பலின் அட்டவணைப் பெறுமானமான 2.9998ஐ விட சோதனைப்புள்ளிப் பெறுமானம்  $t = 0.585$  சிறியதாக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

**முடிவு:** இப் பெட்டரி வகைகள் இரண்டின் ஆயுள்காலத்தின் நம்பிக்கை மட்டத்தில் வேறுபாடு உள்ளதா என்பதனை ஏற்றுக் கொள்வதற்கான போதியளவு புள்ளி விபரச் சாட்சி  $\alpha = 0.02$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

**பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடிகள் இரண்டின் இடைகளின் வேறுபாடு தொடர்பில் கட்டியெழுப்பப்பட்ட சிற்சில கருத்துக்களின் உறுதிப்பாட்டினைச் சோதனை செய்வதற்கான சந்தர்ப்பங்களை நடைமுறையில் சந்திக்க வேண்டி ஏற்படுகின்றது.
- குடிகள் இரண்டின் இடைகள் தொடர்பாக முன்வைக்கப்பட்டிருக்கும் பிரச்சினைகளுக்கு ஏற்றவாறு எப்பொழுதும் சூனியக் கருதுகோள்  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  எனக் கட்டியெழுப்பப்படும்.

( $H_0$  :- குடிகள் இரண்டின் இடைகளுக்கிடையிலான பொருளுண்மையில் வேறுபாடொன்று இல்லை.)

- மாற்றுக் கருதுகோள் பிரச்சினைக்கும் மாதிரித் தரவுகளுக்கும் ஏற்றதாகப் பின்வரும் ஏதாவது முறையொன்றிற்கமையக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{அல்லது}$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{அல்லது}$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

- குடிகள் இரண்டும் செவ்வனாகப் பரம்பியிருப்பின், குடிகள் இரண்டினதும் மாற்றற்றன் அதாவது  $\sigma_1^2$  உம்  $\sigma_2^2$  உம் தெரிந்திருப்பின் கருதுகோள் சோதனைக்காகச் செவ்வன் பரம்பலினூடாகச் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

- குடிகள் இரண்டினதும் தன்மை தெரியாதிருப்பின் அல்லது குடிமாற்றற்றிறன் தெரியாதிருப்பின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமாக இருக்கும் பொழுது ( $n_1 \geq 30$  உம்  $n_2 \geq 30$ ) மைய எல்லைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திச் செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதோடு சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பின்வருமாறு கணிக்க முடியும்.

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

- குடிகள் இரண்டும் செவ்வனாகப் பரம்பி இருந்து குடிமாற்றற்றிறன் அறியாதிருப்பின் சிறிய மாதிரியின் உதவியுடன் மேற்கொள்ளப்படும் கருதுகோள் சோதனைகளில் t பரம்பலைப் பயன்படுத்தி சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டி இருப்பதுடன் அதற்குரிய சூத்திரம் பின்வருமாறு:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{Sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1 + n_2 - 2}$$

Sp என்பது கூட்டு நியம விலகலாகும்.

$$Sp = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

கவனிக்கவும்:- இங்கு  $\sigma_1^2 = \sigma^2$  என்பதை எடுகோளாகக் கொள்வோம்.

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.4:** குடிவிகிதத்திற்கான கருதுகோள் பரிசோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடிவிகிதத்திற்காகக் கருதுகோள் பரிசோதனையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- பொருளுண்மை மட்டத்தின் அடிப்படையில் செவ்வன் பரம்பலின் உதவியுடன் அவதிப் பெறுமதியினைப் (நிராகரிப்பு பெறுமதி) பெற்றுக் கொள்வார்.
- மாதிரித் தரவுகளினூடாகப் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதியினைக் கணிப்பிடுவார்.
- சோதனைப் புள்ளி விபரத்தையும் அவதிப் பெறுமானத்தையும் ஒப்பிட்டு தீர்மானம் எடுப்பார்.
- குடிவிகிதம் தொடர்பில் தீர்மானத்திற்கு வருவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கி, கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.
  - இலங்கையில் நாளாந்த இடம் பெறுகின்ற பிள்ளைகளின் பிறப்பில் எவ்வளவு சதவீதம் பெண்பிள்ளைகளாவர் என நீங்கள் எண்ணுகின்றீர்கள்?
  - இலங்கைப் பாடசாலைகளில் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்களில் ஆண் ஆசிரியர்கள் எவ்வளவு சதவீதம் என நீங்கள் எண்ணுகின்றீர்கள்?
  - எமது நாட்டில் க.பொ.த. (உயர்தரம்) சித்தியடைபவர்களில் எத்தனை சதவீதத்தினர் பல்கலைக்கழகக் கல்விக்கான (இந்நாட்டு பல்கலைக்கழகங்களில்) அனுமதியினைப் பெறுகின்றனர்?
- இம் மூன்று சந்தர்ப்பங்களும் குடிவிகிதத்தில் தொடர்புபட்டுள்ளது என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு குடிவிகிதம் தொடர்பிலும் சட்டரீதியான மற்றும் சட்டரீதியற்ற கூற்றுக்கள் காணப்படுகின்றன என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- குடிவிகிதத்துடன் இணைந்த கருதுகோள் சோதனையொன்றைக் கட்டியெழுப்பப் படுகின்ற கருதுகோள்களின் உண்மை, பொய்த் தன்மைகளைப் பரிசோதிப்பதன் மூலம் சிறந்த தீர்மானத்திற்கு வருதல் பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- குடிவிகிதத்துடன் இணைந்த கருதுகோள் சோதனையை மேற்கொள்ளும்போதும் மேலே அத்தியாயங்களில் குடியிடையுடன் தொடர்புடைய கருதுகோள் சோதனையின்போது பின்பற்றிய படிமுறைகளே பின்பற்றப்படுகின்றது என்பதைத் தெளிவுப்படுத்தவும்.
- குடிவிகிதத்தின்  $\pi$  விற்கு செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்தி மேற்கொள்ளப்படுகின்ற கருதுகோள் பரிசோதனை விபரத்தின் சோதனைப் புள்ளி பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிட்டுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$



- பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.

இலங்கையில் ஒரு நாளைக்குப் பிறக்கும் குழந்தைகளில் 0.55 விகிதம் பெண் பிள்ளைகள் என்ற கருத்து தற்போது காணப்படுகின்றது. இதன் உண்மைத் தன்மையினைப் பரீட்சிப்பதற்கு எழுமாற்றாக 400 பிள்ளைகளின் பிறப்பானது மாதிரியொன்றாக தெரிவு செய்யப்பட்டதுடன் அதில் பெண்பிள்ளைகள் 216 பேர் இருந்தனர் எனவும் அறியப்பட்டது. இக்கருத்து உண்மையற்றதா என்பதை 5% நம்பிக்கை மட்டத்தில் பரீட்சிக்கவும்.

**தீர்வு:**

கருதுகோள் : சூனியக் கருதுகோள்

$$H_0 : \pi = 0.55$$

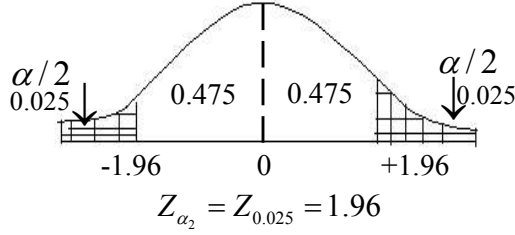
$$H_1 : \pi \neq 0.55$$

$$n = 400 \quad X = 216$$

$$\therefore P = \frac{216}{400} = 0.54$$

$$P \sim N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$$

அவதிப்புள்ளியினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.



சோதனைப்புள்ளி விபரம்

$$Z = \frac{P - \pi}{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{0.54 - 0.55}{\sqrt{\frac{0.55 \times 0.45}{400}}}$$

$$Z = \frac{-0.01}{\sqrt{\frac{0.2475}{400}}}$$

$$Z = \frac{-0.01 \times 20}{\sqrt{0.2475}}$$

$$Z = \frac{-0.20}{0.4975}$$

$$Z = \underline{\underline{-0.402}}$$

**தீர்மானம்:**

$Z = 0.402$  என்பது ஏற்றுக் கொள்ளும் பிரதேசத்தில் காணப்படுவதனால் சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிக்கமாட்டாது.

**முடிவு:**

ஒரு நாளைக்கு நிகழ்கின்ற குழந்தைகளின் பிறப்பில் பெண்பிள்ளைகளின் வீதம் 0.55ஐ விட வேறுபட்டது என்பதை ஏற்றுக் கொள்வதற்குப் போதுமான புள்ளிவிபர ரீதியான  $n$  ல்  $r$  ல்  $s$  ;  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாகப் பிரித்துப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 1**

- தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற மின்குமிழ்களில் 1000 மணித்தியாலங்கள் எரிவதற்குள் பழுதடைகின்ற மின்குமிழ்களின் வீதம் 0.10ஐ விட வித்தியாசப்படவில்லை என உரிய நிறுவனம் கூறுகின்றது. இந்த உண்மை நிலையினைப் பரீட்சிப்பதற்காக 144 மின்குமிழ்களின் மாதிரியொன்றினை எடுத்துப் பரீட்சித்த போது 22 மின்குமிழ்கள் 1000 மணித்தியாலங்கள் கழிய முன்னர் பழுதடைந்தமை தெரிய வந்தது. இக்கம்பனியின் கருத்து உண்மைக்கு புறம்பானதா என்பதை,

- (1) 5% நம்பிக்கை மட்டத்திலும்
- (2) 2% நம்பிக்கை மட்டத்திலும்
- (3) 1% நம்பிக்கை மட்டத்திலும்

பரீட்சிக்கவும்.

**தீர்வு:**

(i)  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில்

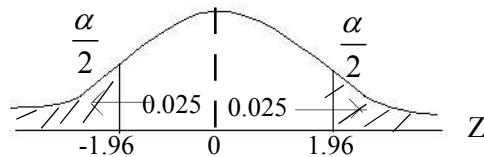
$$P = \frac{22}{144} = 0.153 \quad n = 144 \text{ என்பதனால்,}$$

$$P \sim N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right) \text{ என்பதனால்}$$

சூனியக் கருதுகோள்:  $H_0 : \pi = 0.1$

மாற்றுக் கருதுகோள்:  $H_1 : \pi \neq 0.1$

அவதிப் பிரதேசம்:



சோதனைப் புள்ளி:

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

$$Z = \frac{0.153 - 0.1}{\sqrt{\frac{0.1 \times 0.9}{144}}} = \frac{0.053 \times 12}{0.3}$$

$$Z = \underline{\underline{2.12}}$$

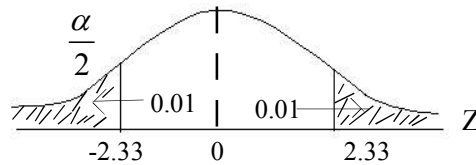
**தீர்மானம்:**

சோதனைப்புள்ளியின் பெறுமதி அவதிப்பிரதேசத்தில் அமைந்துள்ளதால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும்.

**முடிவு:**

1000 மணித்தியாலங்கள் எரிய முன்னர் பழுதடைகின்ற மின்குமிழ்களின் விகிதம் 0.1ஐ விட வித்தியாசமானது என்பதை ஏற்றுக் கொள்வதற்குப் போதுமானளவு புள்ளிவிபர ரீதியான சாட்சிகள்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் காணப்படுகின்றது.

(ii)  $\alpha = 0.02$  மட்டத்தில் அவதிப் பெறுமதி



குனியக் கருதுகோள் மற்றும் மாற்றுக் கருதுகோள் என்பவை வேறுபடாமை காரணமாக பரிசோதனைப் புள்ளி விபரம் அதே பெறுமதியாக இருப்பதனால் பரிசோதனை முடிவினைப் பின்வருமாறு முன்வைக்கலாம்.

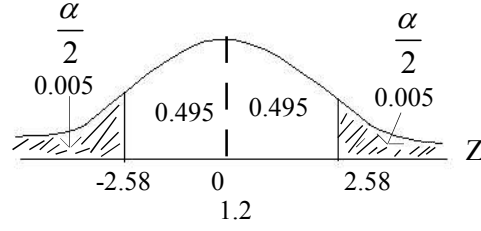
**தீர்மானம்:**

பரீட்சைப் புள்ளியின் பெறுமதி 2.12 ஏற்றுக்கொள்ளும் பிரதேசத்தில் காணப்படுவதனால்  $H_0$  நிராகரிக்காது.

**முடிவு:**

1000 மணித்தியாலங்கள் எரிய முன்னர் பழுதடைகின்ற மின்குமிழ்களின் விகிதம் 0.1ஐ விட வித்தியாசமானது என்பதை ஏற்றுக் கொள்வதற்குப் போதுமானளவு சாட்சி  $\alpha = 0.02$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

(iii)  $\alpha = 0.01$  மட்டத்தில் அவதிப் பெறுமதி



இச்சந்தர்ப்பத்திலும் உரிய கருதுகோள் அமைவிடம் மற்றும் பரிசோதனைப் புள்ளியின் கணிப்பீடு அவ்வாறே இடம்பெறுவதனால் தீர்வினையும் முடிவினையும் பின்வருமாறு முன்வைக்கலாம்.

**தீர்மானம்:**

சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதி ஏற்றுக் கொள்ளும் பிரதேசத்தில் அமைந்திருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்காது.

**முடிவு:**

1000 மணித்தியாலங்கள் எரிய முன்னர் பழுதடைகின்ற மின்குமிழ்களின் விகிதம் 0.1ஐ விட வேறுபட்டது என்பதை ஏற்றுக் கொள்வதற்கு தேவையான புள்ளிவிபர ரீதியான சாட்சி  $\alpha = 0.01$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஏதாவது குடியொன்றில் அடங்கியுள்ள ஏதாவது துணைப் பண்புகளுடனான அலகுகளின் விகிதம் தெரியாதபோது அது தொடர்பில் சட்டரீதியான சட்டரீதியற்ற முறையில் பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களில் பல்வேறு கருத்துக்கள் கூறப்படும்.
- குடிப்பரம்பல் செவ்வனாகவுள்ள போது மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலானது செவ்வனாகப் பரம்பியிருக்கும்.
- குடியானது செவ்வனாகப் பரம்பிச் செல்லாவிடின் மாதிரிப் பருமன் விசாலமானதாகும் போது ( $n \geq 100$ ) மாதிரி விகிதத்தின் மாதிரிப் பரம்பலின் மைய எல்லை தேற்றத்திற்கேற்ப கிட்டிய செவ்வன் பரம்பலில் இருக்கும் என்பது எடுகோளாகக் கொள்ளப்படும்.
- அதற்கேற்ப குடிவிகிதத்துடன் இணைந்ததாகச் செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்தி மேற்கொள்ளப்படுகின்ற கருதுகோள் பரிசோதனைக்கான சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.5:** குடி விகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- குடி விகிதங்கள் இரண்டின் ஆயிடைக்கான கருதுகோளையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- பொருளுண்மை மட்டத்தின் அடிப்படையில் செவ்வன் பரம்பலினூடாக அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- மாதிரித் தரவுகளினூடாகச் சோதனைப்புள்ளி விபரத்தின் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- தீர்மான நியதிகளை வெளிப்படுத்துவார்.
- கருதுகோள் தொடர்பில் தீர்மானமெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சுவரொட்டிகளை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்திக் கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.

A வங்கியின் ஊழியர்களில் 12%த்தினர் பயிலுனர்களாவர்

B வங்கியின் ஊழியர்களில் 8%த்தினர் பயிலுனர்களாவர்

A வங்கியின் அடகுப் பொருள்களில் 6%மானவைகள் மீட்கப் படவில்லை.

B வங்கியின் அடகுப் பொருள்களில் 5%மானவைகள் மீட்கப் படவில்லை.

- குடித்தொகையொன்றின் எவையேனும் துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் வீதமானது மற்றோர் குடியில் அதே துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் வீதத்துடன் ஒப்பிட்டுத் தீர்மானமெடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களை நடைமுறையில் எமக்குச் சந்திக்க வேண்டி ஏற்படுகின்றது என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இரு குடிகளின் துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் வீதங்களுக்கிடையே எவையேனும் வேறுபாடுகள் தொடர்பாக முன்வைக்கப்பட்டிருக்கும் கருதுகோள்களின் உண்மைத்தன்மையினை அறிந்து கொள்வது பொருத்தமானது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இரு குடிகளும் செவ்வனாகப் பரம்பி இருப்பின் அல்லது மாதிரிப் பருமன் பெரிதாக இருப்பின் ( $n_1 \geq 100$  உம்  $n_2 \geq 100$ ) அக்குடி தொடர்பில் துணைப் பண்புக்குரிய விகிதங்களுக்கிடையே வேறுபாடு தொடர்பாக முன்வைக்கப்பட்டிருக்கும் கருதுகோள்களின் உண்மைத்தன்மையைச் சோதனை செய்வதற்கு இடை  $\pi - \pi_2$  உம்

மாற்றற்றின்  $\left( \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2} \right)$  ஆகிய செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்த

முடியும் எனக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

- அண்மைக் காலத்தில் சந்தையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ள உடன் உணவு வகைகளை நுகர்வு செய்யும் மனையாளிகளின் விகிதங்கள் சமமானதா என்பதனைச் சோதனை செய்வதற்காகக் கொழும்பு மாவட்டத்திலும் மாத்தளை மாவட்டத்திலும் எடுக்கப்பட்ட இரு மாதிரிகள் பரிசோதனைக்குட்படுத்தப்பட்டு அதன் விளைவாகப் பின்வரும் பெறுபேறுகள் வெளிப்படுத்தப்பட்டன.

மாவட்டம்	மாதிரிப் பருமன்	உணவு வகைகளை நுகர்வு செய்யும் மனையாளிகளின் எண்ணிக்கை
கொழும்பு	500	240
மாத்தளை	1500	600

மாத்தளை மாவட்டத்தை விடக் கொழும்பு மாவட்டத்திலேயே இவ்வுடன் உணவு வகைகளுக்குக் கூடிய கேள்வி காணப்படுகின்றது என்பதனை  $\alpha = 0.05$  பொருளுண்மை மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும்.

**தீர்வு:**

கருதுகோள்:  $H_0 : \pi = \pi_2$

$H_1 : \pi_1 > \pi_2$

கவனிக்கவும்: கொழும்பு மாவட்டத்தில் குறித்த உணவு வகைகளைப் பயன்படுத்தும் மனையாளிகளின் வீதம்  $\pi_1$  எனவும், மாத்தளை மாவட்டத்தில் அவ்விகிதம்  $\pi_2$  எனவும் கருதுவோம்.

**சராசரி குடிவிகிதத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.**

$H_0 : \pi_1 = \pi_2$  எனும் கருதுகோளின் கீழ்,

$$\bar{P} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{P} = \frac{240 + 600}{500 + 1500}$$

$$\bar{P} = \frac{840}{2000}$$

$$\bar{P} = \underline{\underline{0.42}}$$

$$\bar{q} = 1 - \bar{p}$$

$$= 1 - 0.42$$

$$= \underline{\underline{0.58}}$$

$\pi_1 = \pi_2$  என்ற எடுகோளின் கீழ்  $P_1 - P_2$  இனது நியம வழுவினைப் பின்வருமாறு கணிப்பிடுவர்.

$$SE(P_1 - P_2) = \sqrt{\bar{p} \bar{q} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

சோதனைப்புள்ளி விபரம்:

$$Z = \frac{(P_1 - P_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\bar{p} \bar{q} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$Z = \frac{(0.48 - 0.4) - 0}{\sqrt{0.42 \times 0.58 \left( \frac{1}{500} + \frac{1}{1500} \right)}}$$

$$Z = \frac{0.08}{\sqrt{0.2436 \left( \frac{3+1}{1500} \right)}}$$

$$Z = \frac{0.08}{\sqrt{0.2436 \times 0.0027}}$$

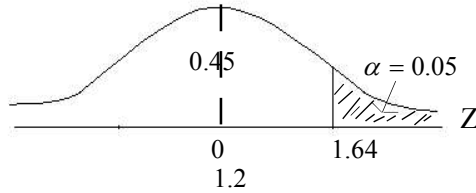
$$Z = \frac{0.08}{0.256}$$

$$Z = \underline{\underline{3.125}}$$

**குறிப்பு:**  $H_0 = \pi_1 = \pi_2$  என்பது சந்தேகமாக இருப்பின் நியம வழி பின்வருமாறு கணிக்கப்படல் வேண்டும்.

$$SE(P_1 - P_2) = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

**அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக்கொள்ளல்.**



**தீர்மானம்:** சோதனைப்புள்ளியின் பெறுமானம் அவதிப் பிரதேசத்தில் இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும்.

**முடிவு:** குறிப்பிட்ட உணவு வகைகளை நுகரும் கொழும்பு மாவட்ட மனையாளிகளின் விகிதத்தை விட அதிகமாகவிருப்பதற்கு  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் புள்ளிவிபர ரீதியான சான்றுகள் காணப்படுகின்றது.

- வகுப்பு மாணவர்களை மூன்று குழுக்களாக வகைப்படுத்தி பின்வரும் பிரச்சினைகளை முன்வைத்து அவ் ஒவ்வொரு குழுக்களையும் தனித்தனியாக சோதனையில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

(i)  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

$H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$

(ii)  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

$H_1 : \pi_1 < \pi_2$

(iii)  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

$H_1 : \pi_1 > \pi_2$

- விவசாய ஆய்வு நிலையமொன்று இனக் கலவைக்குட்படுத்திய இருவகை மிளகாய்களின் பெறுபேற்றின் உண்மைத் தன்மையைப் பரிசோதனை செய்யும் நோக்கத்தில் இரு வகை மிளகாய்களிலிருந்தும் தெரிவு செய்த விதைகள் 100 வீதம் கொண்ட மாதிரிகள் இரண்டின் சமதன்மையான பௌதீக நிலைமைகளின் கீழ் நாற்று மேடைகளில் இடப்பட்டது. மூன்று தினங்களின் பின்னர் பரிசீலனை செய்த பொழுது முதலாவது நாற்றுமேடையில் 92 கன்றுகளும், இரண்டாவது நாற்று மேடையில் 91 கன்றுகளையும் காணக்கூடியதாக இருந்தது.

- இம்மிளகாய் வகைகள் இரண்டின் விளைவின் உண்மைத் தன்மையில் நம்பிக்கையில் வேறுபாடு இருக்கின்றதா என்பதனை  $\alpha = 0.05$  பொருளுண்மை மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும். (அவதிப் பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தியும் P பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தியும்)

### தீர்வு: 01

கருதுகோள்:  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

$H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$

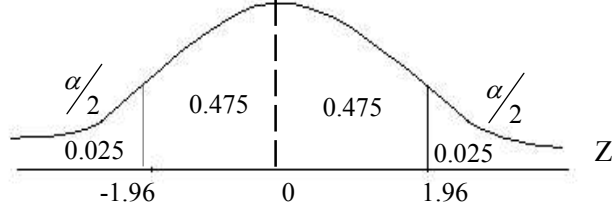
அவதானிப்புத் தரவு:  $n_1 = 100$      $n_2 = 100$

$X_1 = 92$      $X_2 = 91$

$$P_1 - P_2 \sim N\left(\pi_1 - \pi_2, \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}\right)$$



அவதிப் பெறுமானம்:



$$\bar{P} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{92 + 91}{100 + 100} = \frac{183}{200} \\ &= 0.915\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{q} &= 1 - 0.915 \\ &= \underline{\underline{0.085}}\end{aligned}$$

சோதனைப்புள்ளி விபரம்:

$$Z = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{\bar{P} \bar{q} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{(0.92 - 0.91)}{\sqrt{0.915 \times 0.085 \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right)}}$$

$$Z = \frac{0.01}{\sqrt{0.077775 \times 0.02}}$$

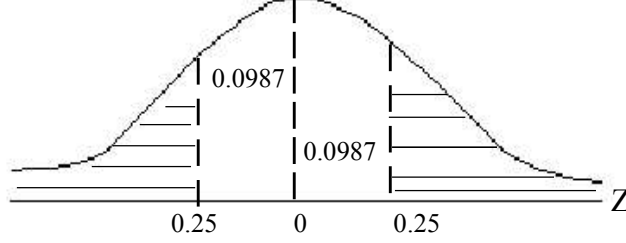
$$Z = \underline{\underline{0.2535}}$$

அவதானிப்பு: சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதி அவதிப் பெறுமதியை விடக் குறைவாக இருப்பதனால் சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

முடிவு: மிகையான வகைகள் இரண்டின் விளைவின் உண்மைத்தன்மையின் நம்பிக்கையில் வேற்றுமை காணப்படுகின்றது என்பதனை ஏற்றுக் கொள்வதற்கான புள்ளிவிபர ரீதியான சான்றுகள் போதியளவில்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

**P பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தி :**

சோதனைப் புள்ளி விபரப்படி  $H_0$  நிராகரிப்பதற்கான அதிகுறைந்த நிகழ்தகவு



$$\begin{aligned} \text{P பெறுமானம்} &= 1 - (2 \times 0.0987) \\ &= 1 - 0.1974 \\ &= \underline{\underline{0.8026}} \end{aligned}$$

தீர்மானம்: P பெறுமானம்  $0 = 0.8026 >$  அவதிப் பெறுமானம்  $\alpha = 0.05$  ஆக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

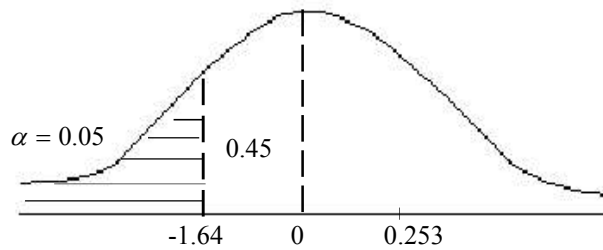
முடிவு: வேறுபாடு காணப்படுகின்றது என்பதற்கான புள்ளிவிபர ரீதியான சான்றுகள் 0.05 பொருளுண்மை மட்டத்தில் காணப்படவில்லை.

**தீர்வு: II**

கருதுகோள்:  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$  ஆகவும்,

$H_1 : \pi_1 < \pi_2$  எனவும் எடுத்து நோக்கும்பொழுது

அவதிப் பெறுமானம்:



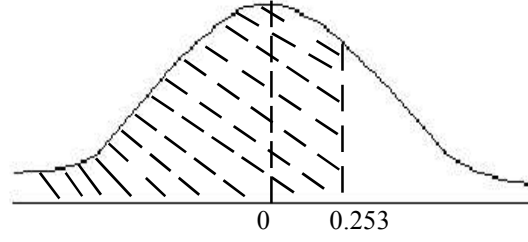
$$\begin{aligned} \text{TS} &< \text{CV} \\ 0.253 &< (-1.64) \end{aligned}$$

சோதனைப்புள்ளி  $Z = 0.253$  ஆக இருப்பதனால்,

தீர்மானம் -  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

முடிவு - மேலேயுள்ள முடிவாகவே காணப்படும்.

P பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தினால்,



$$\begin{aligned} P \text{ பெறுமானம்} &= 0.5 + 0.0987 \\ &= \underline{\underline{0.5987}} \end{aligned}$$

அவதானிப்பு: P பெறுமானம் > அவதிப் பெறுமானம்  $\alpha$  ஆக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

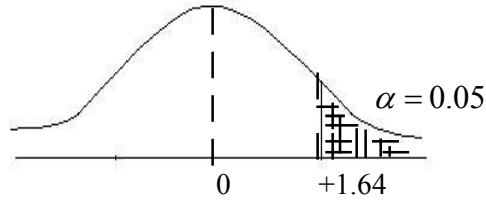
முடிவு: மேற்கூறப்பட்ட முடிவேயாகும்.

### தீர்வு: III

கருதுகோள்:  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$  மற்றும்

$H_1 : \pi_1 > \pi_2$  ஆகவும் இருப்பதனால்,

அவதிப் பெறுமானம்

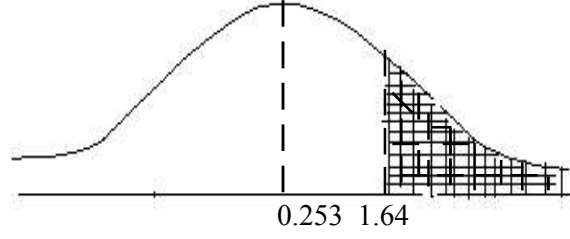


சோதனைப்புள்ளி  $Z = 0.253$  என்பதனால்,

தீர்மானம்:  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

முடிவு: மேற்கூறப்பட்ட முடிவே இதற்கும் பொருந்தும்.

P பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தும்போது,



$$P \text{ பெறுமானம்} = 0.5 - 0.0987$$

$$= 0.4013$$

தீர்மானம்: P பெறுமானம் > அவதிப் பெறுமானம்  $\alpha$  ஆக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படாதிருக்கும்.

முடிவு: மேற்கூறப்பட்ட முடிவே இதற்கும் பொருந்தும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- குடிகள் இரண்டின் எவையேனும் துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் சமவிகிதங்களின் வேறுபாடுகளை ஒப்பிட்டுத் தீர்மானம் எடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களை நடைமுறையில் சந்திக்க வேண்டி ஏற்படுகிறது.
- குடியொன்றிலிருந்து வழங்கப்பட்ட துணைப்பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் சமவிகிதத்தை மற்றொரு குடியொன்றில் அப்பண்புகளுடன் கூடியதாக அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதத்திற்குச் சமமானதா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்ய வேண்டியுள்ளது. இது குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான கருதுகோள் சோதனை என்றழைக்கப்படும்.
- குடிகள் இரண்டும் செவ்வனாகப் பரம்பி உள்ளது என வழங்கப்பட்டுள்ளபோது அல்லது மாதிரிப் பருமன் தேவையானவு பருமனில் விசாலமாக இருக்கும் பொழுது ( $n_1 \geq 100$  உம்  $n_2 \geq 100$ ) செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்தி  $\pi_1 \neq \pi_2$  இற்கு எதிராக அல்லது  $\pi_1 > \pi_2$  எதிராக அல்லது  $\pi_1 < \pi_2$  இற்கு எதிராக  $\pi_1 = \pi_2$  கருதுகோளைச் சோதனை செய்ய முடியும்.
- அப்போது மாதிரி விகிதம் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் பின்வருமாறு செவ்வனாகப் பரம்பிக் காணப்படும்.

$$P_1 - P_2 \sim N\left(\pi_1 - \pi_2, \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}\right)$$

- குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான கருதுகோள் சோதனைக்குத் தேவையான சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$Z = \frac{(P_1 - P_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\bar{p} \bar{q} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim N(0,1)$$

- இங்கு  $\bar{p}$  என்பது மாதிரி இரண்டின் இடை விகிதத்தைக் குறிக்கும்.

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} \text{ ஆகும்.}$$

$X_1 \rightarrow$  முதலாவது குடியிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளும் மாதிரியில் உள்ளடங்கும் குறித்த துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

$X_2 \rightarrow$  இரண்டாவது குடியிலிருந்து எடுக்கப்படும் மாதிரியில் உள்ளடங்கும் குறித்த துணைப் பண்புகளுடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

- $\bar{q} = (1 - \bar{p})$  ஆகும்.
- P பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தியும் குடிவிகிதங்கள் இரண்டின் வேறுபாட்டிற்கான கருதுகோள் சோதனையை மேற்கொள்ள முடியும்.
- இடதுவால் சோதனையின் P பெறுமதியானது புள்ளி விபரத்தின் இடது பக்கத்தில் செவ்வன் வளையியின் கீழுள்ள பரப்பிற்கு சமமாகவும், வலதுவால் சோதனையின் P பெறுமதியானது புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதிக்கு வலது பக்கமாகவும் செவ்வன் வளையியின் கீழுள்ள பரப்புக்கு சமமாகவும் இருக்கும். அதேவேளை இருவால் சோதனையின் P பெறுமதியானது புள்ளி விபரத்தின் எதிர்க்கணிய, நேர்க்கணியப் பெறுமதிக்கு முறையே இடது பக்கமாகவும் வலது பக்கமாகவுமுள்ள செவ்வன் வளையியின் கீழுள்ள பரப்பினைக் குறிக்கும்.

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.6:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்கு கைவர்க்கப் பரிசோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

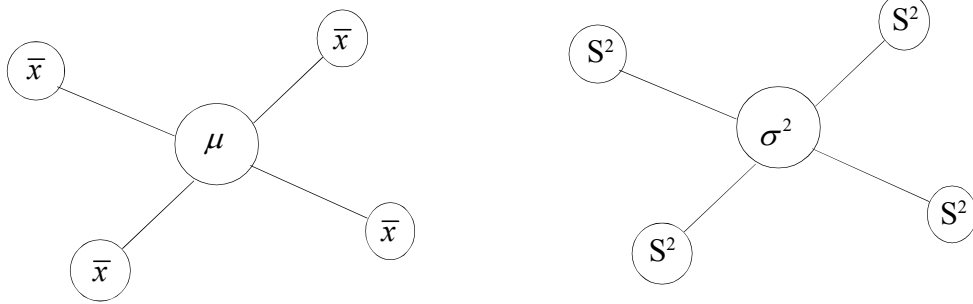
**பாடவேளைகள்:** 16

**கற்றற் பேறுகள்:**

- கைவர்க்கச் சோதனையை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- கைவர்க்கப் பரம்பலின் பண்புகளை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- கைவர்க்க சோதனையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களைப் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- அவதானிப்புப் பரம்பலொன்றின் ஓரினத் தன்மையினை சோதனை செய்வார்.
- இரண்டு மாறிகளின் சாராத தன்மை தொடர்பிலான கைவர்க்கச் சோதனையை மேற்கொள்வார்.
- நேர்வுக் குணகத்தை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நேர்வுக் குணகத்தைக் கணிப்பார்.
- அவதானிக்கப்படுகின்ற தரவுகளுக்கு ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றைப் பொருத்துவார்.
- ஒரு ஈருறுப்புப் பரம்பலின் பொருந்தக்கூடிய வாய்ப்பினை மதிப்பிடுவதற்கு கைவர்க்க முறையினைப் பயன்படுத்துவார்.
- அவதானிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு பொய்சோன் பரம்பலொன்றைப் பொருத்துவார்.
- புவசோன் பரம்பலின் பொருந்தச் செய்யும் வாய்ப்பினை மதிப்பிடுவதற்கு கைவர்க்கப் பரிசோதனையை மேற்கொள்வார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் படங்களைக் கரும்பலகையில் வரைந்த பின் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.



- பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களிடம் வினவவும்.
- செவ்வன் குடியொன்றின் பருமன் சமமாக அமையும் வகையில் பெற்றுக் கொண்ட மாதிரிகளின் மாதிரியிடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் தன்மை எவ்வாறு காணப்படும்?
- மாறல்கள் தெரிந்த செவ்வன் குடியொன்றிலிருந்து பெற்றுக் கொண்ட மாதிரிகளின் மாதிரி மாற்றற்றன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பலின் வடிவம் எவ்வாறு காணப்படும்?

- மாற்றற்றிற்ன் தெரிந்த செவ்வன் குடியொன்றில் பெற்றுக் கொண்ட மாதிரிகளின் மாதிரியிடைகளின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பினாலும் மாதிரி மாற்றற்றிற்ன் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் செவ்வனாகப் பரம்பும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மாதிரி மாறல்களின் மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் கைவர்க்கப் ( $X^2$ ) பரம்பலொன்றில் அமைக்கப்படும் என்பதைக் கூறவும்.
- கைவர்க்கப் பரம்பலொன்றில் காணப்படுகின்ற பண்புகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
  - $X^2$  யில் மறைப் பெறுமதி இல்லை. ( $X^2$  இன் பெறுமதி மறைப் பெறுமதி எடுப்பதில்லை.)
  - $X^2$  நேர் ஓராயப் பரம்பலொன்றாகும்.
  - $X^2$  பரம்பலொன்றிற்குரிய அட்டவணையொன்றின் மூலம் சுயாதீனப் படிப் பெறுமதி ( $df$ ) யும்  $\alpha$  பெறுமதிக்கேற்ப வட்டத்தின் வலதுபக்க வாலின்  $X^2$  பெறுமதியைப் பெற்றுக் கொள்வர்.
- அவதானிப்புத் தரவுகள் மற்றும் உத்தேச தரவுகள் என்பவற்றுக்கிடையிலான மாறிகள் தொடர்பில் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களின்போது  $X^2$  பரம்பல் பயன்படுத்தப்படுகின்றது என்பதை விளக்கவும்.
- கைவர்க்கப் பரம்பல் பயன்படுத்தப்படுகின்ற பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
  - ஓத்த தன்மை தொடர்பில் தீர்மானமெடுப்பதற்கு
  - சாராத தன்மை தொடர்பில் தீர்மானமெடுப்பதற்கு
  - பரம்பலின் பொருந்துகை தொடர்பில் தீர்மானமெடுப்பதற்கு
- கைவர்க்கப் பரிசோதனையை மேற்கொள்கின்ற படிமுறையினைப் பின்வருமாறு மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
  - பிரச்சினைக்குரிய கருதுகோள்களைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - கைவர்க்கப் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிக்கவும்.
  - $X^2$  இன் அட்டவணைப் பெறுமதியைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - அட்டவணைப் பெறுமதியினையும் சோதனைப் புள்ளி விபரப் பெறுமதியினையும் ஒப்பிட்டுத் தீர்மானத்தைப் பெற்றுப் கொள்ளவும்.
  - முடிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும்.
- கைவர்க்கச் சோதனைப் புள்ளி விபரமானது பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

இங்கு  $O_i$  என்பது அவதானிப்புத் தரவாகும் என்பதுடன்  $E_i$  என்பது உத்தேச தரவு என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தி அதனைத் தீர்க்கவும்.
- கம்பனியொன்றின் 5 கிளைகளின் விற்பனையானது ஒரே மாதிரியாகப் பரம்பியுள்ளதா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்கு எடுக்கப்பட்ட தரவுகள் பின்வருமாறு:

கிளை	விற்பனை அலகுகள் (ரூபா 000)
A	40
B	60
C	47
D	40
E	63

மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு 5 கிளைகளினதும் விற்பனை அலகுகளின் பரம்பியுள்ளதா என்பதைக் கருதுகோளின் மேல் உருவாக்கப்பட்டு கருதுகோளினைப் பின்வருமாறு கட்டியெழுப்புவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$\alpha = 0.01$  மட்டத்திலும்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்திலும் பரீட்சிக்கவும்.

### தீர்வு: (செயற்பாடு - 1)

- விற்பனையானது ஒரே மாதிரிப் பரம்பியுள்ளதா என்பதை குனியக் கருதுகோளின் மேல் உருவாக்கப்பட்டு கருதுகோளினைப் பின்வருமாறு கட்டியெழுப்புவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$H_0$  : 5 கிளைகளினதும் விற்பனை ஒரே மாதிரி சீராகப் பரம்பலடையும்.

$H_1$  : 5 கிளைகளினதும் விற்பனை ஒரே மாதிரிப் பரம்பலடையாது.

- சோதனைப் புள்ளியினைக் கணிக்கவும்.

$$X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$O_i$	$E_i$	$(O_i - E_i)$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
40	50	-10	100	2.00
60	50	+10	100	2.00
47	50	-3	9	0.18
40	50	-10	100	2.00
63	50	+13	169	3.38
				9.56

- 5 கிளைகளினதும் மொத்த விற்பனை, 250000 அலகுகள் என்பதனால் கிளைகளுக்கிடையிலான விற்பனை ஒரே மாதிரியாகக் காணப்பட்டிருப்பின் ஒரு கிளை

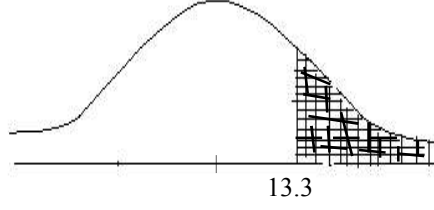
யின் விற்பனை  $\left( \frac{250000}{5} = 50000 \right)$  உத்தேச புள்ளியாகப் பயன்படுத்தப்படும்.



- $X^2$  அட்டவணைப் பெறுமதி, சுயாதீன இலக்கம் (K-1) மற்றும்  $\alpha = 0.01$  என்றவாறு பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$X^2 = 13.3$$

$$X_{4,0.01}^2 = 13.3$$



**தீர்வு:** சோதனைப்புள்ளி ஏற்றுக்கொள் பிரதேசத்தில் காணப்படுவதனால்  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படும்.

**முடிவு:** அதாவது 5 கிளைகளினதும் விற்பனையானது சம அளவு கொண்டதாகப் பரம்பியுள்ளது என்பதனை  $\alpha = 0.01$  மட்டத்தின்போது ஏற்றுக் கொள்ளக் கூடிய அளவில் சான்றுகள் காணப்படுகின்றது.

- மேற்காட்டிய சோதனைப் புள்ளிவிபரத்தினை  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் பரிசோதனைக்குட்படுத்துவதில் கவனத்தைச் செலுத்துவோம். அப்போது அட்டவணைப் பெறுமதி பின்வருமாறு காணப்படும்.

$$X_{0.05, 4}^2 = 9.49$$

- இதன்போது சோதனைப்புள்ளிவிபரமானது அவதிப் பிரதேசத்தினுள் உருவாக்கப்படும். இதற்கமைய  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும். அதாவது 5 கிளைகளினதும் விற்பனையின் நம்பிக்கையில் வேறுபாடொன்று காணப்படுகின்றது என்பதனை ஏற்றுக் கொள்வதற்குப் போதியளவிலான சான்றுகள்  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தின்போது காணப்படுகின்றது என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- $\alpha = 0.05$  இல் நிராகரிக்கப்பட்ட கருதுகோள் ஒன்று,  $\alpha = 0.01$  மட்டத்தில் ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடியதாக இருக்கின்றதென்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- சாராதவை தொடர்பில் கைவர்க்கப் பரிசோதனையொன்றை மேற்கொள்ளும்போதும் மேலே கலந்துரையாடப்பட்ட படிமுறைகளையே பின்பற்றுதல் வேண்டும் என்பதை மாணவர்களுக்கு வலியுறுத்தவும்.
- கருதுகோள்களைக் கட்டியெழுப்பும்போது மாறிகள் இரண்டும் சாராதவை எனும் சூனியக் கருதுகோளின் அடிப்படையில் நிறுவி, கருதுகோளைக் கட்டியெழுப்புதல் வேண்டும் என்பதை விளக்கவும்.

- கைவர்க்கச் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிப்பிடும்போது,  $X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்த முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- $E_i$  கணிப்பிடும் முறையானது பின்வருமாறு அமைய வேண்டும் என்பதை மாணவர்களுக்கு தெளிவுபடுத்தவும்.

$$\text{உத்தேசப் பெறுமதி } E_i = \frac{\text{நிரைகளின் கூட்டுத்தொகை} \times \text{நிரல்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மொத்தக் கூட்டுத்தொகை}}$$

- $X^2$  அட்டவணைப் பெறுமதியைப் பெற்றுக் கொள்ளும்போது பொருண்மை மட்டமும் சுயாதீன இலக்கமும் பயன்படுத்தப்படும் சுயாதீனப் படி இலக்கம் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

(வரிசைகளின் எண்ணிக்கை - 1) (நிரல்களின் எண்ணிக்கை - 1)

$$(r-1)(C-1) \quad r = \text{வரிசைகளின் எண்ணிக்கை}$$

$$c = \text{நிரல்களின் எண்ணிக்கை}$$

## செயற்பாடு - 2

- நேர்வுக் குணக அட்டவணையொன்றில் சாராதவை தொடர்பிலான கைவர்க்கச் சோதனையை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் பிரச்சினைகளின் மீது மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.

புதிதாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட சவர்க்கார வகையொன்றைக் கொள்வனவு செய்த 200 நுகர்வோர்களைக் கொண்ட மாதிரியொன்றின் வயது, பால் என்பவற்றிற்கமைய பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

வயது வருடங்கள்	பால் வேறுபாடு		மொத்தம்
	பெண்	ஆண்	
25ற்கு குறைந்த	60	40	100
25ற்கு மேல்	70	30	100
மொத்தம்	130	70	200

இச்சவர்க்கார வகையினைக் கொள்வனவு செய்தவர்களின் பால் மற்றும் வயது என்பன சாராதவையா என 0.05 பொருண்மை மட்டத்தில் சோதனை செய்யவும்.

- மேலே காட்டப்பட்ட அட்டவணையானது நேர்வு அட்டவணை எனவும், அது மாறிகள் இரண்டிற்கோ அல்லது சிலவற்றிற்கேற்ப வகைப்படுத்தப்பட்ட அவதானிப்புத் தொகுதி யொன்றை உள்ளடக்கியதொன்று எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட பிரச்சினைகளையும் சாராதவை தொடர்பாக இடம்பெற்ற பரிசோதனை யொன்று எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

## தீர்வு: (செயற்பாடு - 2)

கருதுகோள்:

$H_0$  : சவர்க்காரங்களைக் கொள்வனவு செய்த நுகர்வோர்கள் பால், வயது ஒன்றிற்கொன்று சாராதவை.

$H_1$  : சவர்க்காரம் கொள்வனவு செய்த நுகர்வோர் பால், வயது ஒன்றுடன் ஒன்று சார்ந்ததாகவும் காணப்படுகின்றது.

- உத்தேச மீடறன்கள் பின்வருமாறு கணிக்கப்படுமென மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$\text{உத்தேச மீடறன்} = \frac{\text{நிரல்களின் கூட்டுத்தொகை} \times \text{நிரைகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மொத்த கூட்டுத்தொகை}}$$

வயது	பால் வேறுபாடு		மொத்தம்
	பெண்	ஆண்	
25ற்கு குறைந்த	60	40	100
	$\frac{100 \times 130}{200} = 65$	$\frac{100 \times 70}{200} = 35$	100
25ற்கு கூடிய	70	30	100
	$\frac{100 \times 130}{200} = 65$	$\frac{100 \times 70}{200} = 35$	100
மொத்தம்	130	70	200

- கைவர்க்கச் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$O_i$	$E_i$	$(O_i - E_i)$	$(O_i - E_i)^2$	$\Sigma \left( \frac{O_i - E_i}{E_i} \right)^2$
60	65	- 5	25	$\frac{25}{65} = 0.38$
40	35	+ 5	25	$\frac{25}{35} = 0.71$
70	65	+ 5	25	$\frac{25}{65} = 0.38$
30	35	- 5	25	$\frac{25}{35} = 0.71$
				$X^2 = 2.198$

- சுயாதீனப்படி பின்வருமாறு கணிக்கப்படும் என்பதை விளக்கவும்.  
 $df = (r-1) (c-1)$   
 $r =$  வரிசைகளின் எண்ணிக்கை  
 $c =$  நிரல்களின் எண்ணிக்கை
- இதற்கமைய மேற்காட்டிய பிரச்சினையின் சுயாதீனப் படியினைக் கணிக்கவும்.  
 $df = (2-1) (2-1)$   
 $df = 1 \times 1$   
 $df = \underline{1}$
- $\alpha = 0.05$  மட்டத்தில் அட்டவணைப் பெறுமானம்  $X^2_{0.05,1} = 3.84$  ஆகும்.
- கணிக்கப்பட்ட  $X^2$  கைவர்க்கத்தின் சோதனைப்புள்ளி 2.18 ஆகும்.
- மேற்காட்டிய பிரச்சினைக்கமைய பெண்கள், ஆண்கள் எனவும் வயது மட்டத்தில் சாராதவை என்பதை சோதனை செய்வதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- அட்டவணைப் பெறுமானம்  $X^2_{0.05,1} = 3.84$  இன் மற்றும்  $X^2$  இல் சோதனைப்புள்ளி 2.18 ஆகவும் இருப்பதனால் அட்டவணைப் பெறுமதியை விட கணிக்கப்பட்ட பெறுமதி சிறியதாக இருப்பதனால்  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படும். அதாவது பெண்கள், ஆண்களினது வயதானது ஒன்றிற்கொன்று சாராதவை ஆகும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட பிரச்சினைகளுக்கான நேர்வுக் குணகத்தைக் கணிப்பிடுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- நேர்வுக் குணகம் ( $C$ ) மாறிகள் இரு வகைகளுக்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பின் அளவினை அளவீடு செய்வதற்கான  $X^2$  த்துடன் பின்னிப் பிணைக்கப்பட்ட அளவீடொன்றாகும். அது  $C = \sqrt{\frac{X^2}{T+X^2}}$  எனக் கணிப்பிடப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இதற்கமைய மேற்காட்டிய பிரச்சினைக்கமைவாக  $T$  யானது மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

$$C = \sqrt{\frac{2.18}{200+2.18}}$$

$$C = \sqrt{\frac{2.18}{202.18}}$$

$$C = \sqrt{0.01078}$$

$$C = \underline{\underline{0.1038}}$$

- நேர்வுக்குணகம் 0.1038 ஆக இருப்பதனால் மாறிகள் இரண்டிற்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பானது மிகவும் பலவீனமானதாகும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பரம்பலின் சீரமைப்பின் பொருத்தப்பாடு தொடர்பாக கைவர்க்கப் பரிசோதனையின்போது மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில் பயன்படுத்தப்பட்ட படிமுறைகளே பின்பற்றப்படும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் சீரமைப்பின் பொருத்தப்பாடு எனும் சூனியக் கருதுகோளி னடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்டு சோதனை மேற்கொள்ளப்படும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- $X^2$  சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் கணிப்பிடும் பொழுது கோட்பாட்டு மீடறன்கள் உத்தேச மீடறன்களாகப் பயன்படுத்தப்படும் என்பதனை மாணவர்களுக்கு விளங்கப் படுத்தவும்.

- $X^2$  அட்டவணைப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளும் பொழுது  $\alpha$  மட்டத்திலும் சுயாதீனப்படி எண் பயன்படுத்தப்படும். இங்கு சுயாதீனப்படி எண்ணானது பின்வருமாறு கணிக்கப்படும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

$$d.f = k - 1 - m$$

- இங்குள்ள  $m$  என்பது மாதிரிப் புள்ளியின் மூலம் உருவாக்கப்படும் குடிப் பரமானங்களின் எண்ணிக்கையாகும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 3

- பரம்பலின் நிகழ்தகவுப் பொருத்தப்பாட்டினைச் சோதனை செய்வதற்காக  $X^2$  சோதனை பயன்படுத்தப்படும் முறையினை விளக்குவதற்காக மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- ஒரு ரூபா நாணயங்கள் 5யினை 1000 தடவைகள் சுண்டிப் பார்த்த பொழுது கிடைத்த தலைகளின் எண்ணிக்கையையும் கிடைக்கப் பெற்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கையும் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இத்தரவுகளுக்காக ஈடுறுப்புப் பரம்பலொன்றைச் சீரமைத்து  $\alpha = 0.05$  இன்போது சீரமைப்பின் பொருத்தப்பாட்டினைச் சோதனை செய்யவும்.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	தடவைகளின் எண்ணிக்கை
0	30
1	152
2	330
3	298
4	164
5	26
	<u>1000</u>

### தீர்வு: (செயற்பாடு - 3)

- ஈடுறுப்புப் பரம்பலைப் பொருத்துவதற்கு அறிந்து கொள்ள வேண்டிய பரமானங்களாவன  $n$  (தடவைகளின் எண்ணிக்கை)  $P$  உம் (வெற்றியடைவதற்கான நிகழ்தகவு) ஆகும்.
- அவதானித்த மீடறன் பரம்பலின் இடையைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$x$	$f$	$fx$
0	30	0
1	152	152
2	330	660
3	298	894
4	164	656
5	26	130
	1000	2494

$X$	$f$	$fX$
0	30	0
1	152	152
2	330	660
3	298	894
4	164	656
5	26	130
	1 000	2 492

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

$$\bar{X} = \frac{2492}{1000}$$

$$\bar{X} = \underline{\underline{2.492}}$$

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட விடையை ஈருறுப்புப் பரம்பலின் இடை  $np$  யாகும் என மாணவர்களுக்கு ஞாபகப்படுத்தி இடைக்குச் சமப்படுத்தச் செய்யவும்.

$$np = 2.492$$

- செயற்பாட்டில் 5 நாணயங்கள் எறியப்படுவதனால் தடவைகளின் எண்ணிக்கை 5 என மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கி பின்வருமாறு பிரச்சினையைத் தீர்க்கவும்.

$$np = 2.492$$

$$5p = 2.492$$

$$p = 0.4984$$

- மேலே குறிப்பிடப்பட்டதற்கமைய  $N=5$  ஆகவும்,  $P=0.498$  ஆகவும் இருப்பின் ஈருறுப்புப் பரம்பல் தொழிற்பாட்டினைக் கொண்டு அல்லது ஈருறுப்புப் பரம்பல் அட்டவணையின் மூலம் நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கம் கொடுக்கவும்.
- நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்களை மொத்த மீடறனினால் பெருக்கி, கிட்டிய, முழுமை யான எண்ணிக்கையில் சுட்டிக் காட்டி கோட்பாட்டு மீடறனைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும் எனவும், கோட்பாட்டு மீடறன்களின் கூட்டுத்தொகையானது மொத்த மீடறனுக்குச் சமமானதாக இருத்தல் வேண்டும் எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவு படுத்திக் கொடுக்கவும்.

$x$	$P(x)$	கோட்பாட்டு மீடறன்	அவதானிக்கப்பட்ட மீடறன்
0	0.0313	31	30
1	0.1563	156	152
2	0.3125	313	330
3	0.3125	313	298
4	0.1563	156	164
5	0.0313	31	26

- அவதானிப்பு மீறனையும் எதிர்பார்ப்பு மீறனையும் பயன்படுத்தி  $X^2$  சோதனைப்புள்ளியைப் பின்வருமாறு கணிக்க முடியுமென மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$O_i$	$E_i$	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
30	31	-1	1	0.032
152	156	4	16	0.132
330	313	17	289	0.923
298	313	-15	225	0.719
164	156	8	64	0.410
26	31	-05	25	0.806
$X^2 =$				2.992

- சுயாதீனப்படி எண்ணை  $k-1-m$  என்றவாறு பெற்றுக் கொள்ள வேண்டுமென மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இங்கு மாதிரிப் புள்ளியின் மூலம் உருவாக்கப்பட்ட பரமானங்களின் எண்ணிக்கை 1 ஆக இருப்பதனால் சுயாதீனப்படி எண்ணை பின்வருமாறு கணிக்க முடியும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

$$d \cdot f = k - 1 - m$$

$$= 6 - 1 - 1$$

$$= \underline{\underline{4}}$$

- இதற்கமைய  $X^2$  அட்டவணைப் பெறுமானம்  $X^2_{4,0.05} = 3.84$  இனைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டுமெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- $X^2$  சோதனைப் புள்ளி விபரம் அட்டவணைப் பெறுமானத்தை விடச் சிறியதாக இருப்பதனால்  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படும். அதாவது இச்சந்தர்ப்பத்திற்காக ஈருறுப்புப் பரம்பலுக்குச் சீரமைப்பது பொருத்தமானது என  $\alpha = 0.05$  மட்டத்தின்போது ஏற்றுக் கொள்வதற்குப் போதியளவிலான சாட்சிகள் காணப்படுவதாக அனுமானிக்க முடியும்.
- பொருத்தப்பட்ட கோட்பாட்டு ரீதியான நிகழ்தகவுப் பரம்பல் (ஈருறுப்புப் பரம்பல்) 5 வீத பொருளுண்மை மட்டத்தில் ஏற்றுக் கொள்வதற்கு போதியளவு சாட்சிகள் காணப்படுகின்றது என்பதை அனுமானிக்க முடியும்.

#### செயற்பாடு - 4

- பாடசாலையொன்றில் பணிபுரியும் 56 ஆசிரியர்கள் பயன்படுத்தியுள்ள பாட இணைச் செயற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

பாடஇணைச் செயற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை	ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை
0	30
1	12
2	08
3	03
4	02
5	01
6 அல்லது அதனை விடக் கூடியது	00
	56

- இந்த அவதானிப்புத் தரவுகளின் உதவியுடன் பொய்சோன் பரம்பலொன்றைச் சீரமைத்து அதன் பொருத்தப்பாட்டினைப் பரீட்சிக்கவும்.

$H_0$  : பொய்சோன் பரம்பலில் பொருந்தும் வாய்ப்பு பொருத்தமானது.

$H_1$  : பொய்சோன் பரம்பலில் பொருந்தும் வாய்ப்பு பொருத்தமற்றது.

$O_i$	$E_i$	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
30	23	7	49	2.13
12	20	-8	64	3.20
14	20	-1	1	0.08
				$\chi^2 = 5.41$

- சோதனை புள்ளி விபரத்தைக் கணிக்கும் பொழுது உத்தேச மீடறன் 5ஐ விடக் குறைவான சந்தர்ப்பங்களின்போது தொடரான வகுப்புக்களுடன் கூட்டிணைக்கப்பட வேண்டும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

சோதனைப்புள்ளி  $\alpha = 0.05$   $m = 1$  பரமானங்களின் எண்ணிக்கையாகும்.

$$\lambda = 1$$

$$\begin{aligned} d.f &= k - 1 - m \\ &= 3 - 1 - 1 \\ &= \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\chi^2_{0.05,1} = 3.84$$

$$\chi^2 = 5.41$$

$$\lambda^2_{0.05,1} = 3.84$$



அட்டவணைப் பெறுமானத்தை விடச் சோதனைப் புள்ளிவிபரப் பெறுமானம் பெரிதாக இருப்பதனால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்படும். அதாவது 5% நம்பிக்கை மட்டத்தில் பொய்சோன் பரம்பலின் பொருந்துகை பொருத்தமற்றது எனக் கூற முடியும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடிமாற்றிறன் தொடர்பாகக் கருதுகோள் சோதனையை மேற்கொள்வதற்குத் தீர்மான நியதிகளை உருவாக்குவதற்குக் கை வர்க்கப் பரம்பல் பயன்படுத்தப்படும். கை வர்க்கப் பரம்பலின் உதவியுடன் மேற்கொள்ளப்படும் இச்சோதனையானது கைவர்க்கச் சோதனை என்றழைக்கப்படும்.
- கை வர்க்கப் பரம்பல் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும்.
  - செவ்வனாகப் பரம்பி இருக்கும் குடியொன்றிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட எழுமாற்று மாதிரித் தரவுகளது மாற்றிறன் பரம்பலொன்றாகும்.
  - கை வர்க்கப் பரம்பல் நேர் ஓராயத்தைக் கொண்டிருக்கும்.
  - பரம்பலானது சுயாதீனப் படிஎண்ணை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதுடன் சுயாதீனப் படிஎண்ணின் எண்ணிக்கையானது மாதிரிப் பருமனுக்கமையத் தீர்மானிக்கப்படும்.
  - மாதிரிப் பருமன் உயர்வடையும் பொழுது பரம்பலானது செவ்வன் பரம்பலை அண்மித்ததாகக் காணப்படும்.
- நிகழ்வு 1 அளவொன்றிற்கான அவதானிப்புப் புள்ளிகள்  $O_1, O_2, \dots, O_i$  மூலமும் ஒவ்வொரு நிகழ்வுக்குமான எதிர்பார்ப்பு மீடறன்கள்  $E_1, E_2, \dots, E_i$  மூலமும் காட்டப்படுமாயின்  $E_i$  இனதும்  $O_i$  இனதும் ஒத்த ஓர் இணைப்புத் தன்மையைப் பரிசீலனை செய்வதற்கு  $X^2$  சோதனையொன்றின் சோதனை மீடறன் பின்வருமாறு அமையும்.

$$X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

- இரு மாறிகளின் சாராத தன்மையினைச் சோதித்தல்.
- தரப்பட்ட, அவதானிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு கோட்பாட்டு நிகழ்தகவுப் பரம்பலைப் பொருத்துதல்.
- மாறிகளின் ஒத்த தன்மையைச் சோதிப்பதற்கு
- மாறிகள் இரண்டோ அல்லது அதிக எண்ணிக்கையிலோ காணப்படும் பொழுது அவற்றிற்கிடையே காணப்படும் சார்ந்த தன்மையைக் காட்டுவதற்கும் பயன்படுத்தப்படும் அட்டவணையானது நேர்வு அட்டவணை என்றழைக்கப்படும்.
- நேர்வு அட்டவணையொன்றின் வரிசையை (நிரையை) r மூலமும் நிரலை c எனவும் கருதப்படும். நேர்வு அட்டவணையொன்றின் சுயாதீனப்படி எண்ணை  $df = (c - 1)(r - 1)$  மூலம் கணிக்கப்படும்.
- இரு வகைத் துணைப் பண்புகளுக்குமிடையே காணப்படும் ஒருமைப்பாடுகளின் அளவினை அளவீடு செய்வதற்காக  $X^2$  த்துடன் நேரடியாகத் தொடர்புற்றிருக்கும் அளவீடொன்றாக நேர்வுக் குணகத்தைக் (C) குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும். அடிப்படை

யில் நேர்வுக் குணகத்திற்கும் இணைவுக் குணகத்திற்குமிடையே வேறுபாடில்லா விட்டாலும் கூட இணைவுக் குணகத்தைப் போலன்றி இணைவுக் நேர்வுக்குணகம் ஆயிடை அல்லது வரிசை நில அளவுத் திட்ட தரவுகளுக்கும் பயன்படுத்த முடியும்.

- இதற்கமைய நேர்வுக் குணகத்தை  $C = \sqrt{\left(\frac{X^2}{T + X^2}\right)}$  எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த

திக் கணிக்க முடியும். இங்கு T என்பது மொத்த அவதானிப்பு மீடறன்களைக் குறிக்கும்.

- யாதேனும் எழுமாற்று மாறியொன்றிற்கு விசேட நியதிப் பரம்பலொன்று காணப்படுகிறது எனும் கருதுகோளைச் சோதனை செய்வதற்காக கை வர்க்கப் பரம்பலைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- இதற்கமையத் தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறியொன்றின் செவ்வன் தன்மையைச் சோதனை செய்வதற்கு மட்டுமன்றி பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்று பொருத்தமான கோட்பாட்டு நிகழ்தகவுப் பரம்பலை கொண்டிருக்கின்றதா என்பதனைச் சோதனை செய்வதற்கும் கை வர்க்கச் சோதனையைப் பிரயோகிக்க முடியும்.
- பொருத்த வாய்ப்பினைச் சோதனை செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற கைவர்க்கப் பரிசோதனையானது அவதானிப்பு மாதிரியின் மீடறனையும் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படும் கோட்பாட்டு மீடறன் பரம்பலுக்கு அடிப்படையாகக் கொண்ட ஆயிடையினை அடிப்படையாகக் கொண்டு கட்டியெழுப்பப்படுகின்ற கைவர்க்க

மீடறனை  $X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$  எனக் காட்ட முடியும்.

- செவ்வனான வகையில் பின்னகப் பரம்பலைக் கைவர்க்கப் பரம்பல் போன்ற தொடர்ச்சியான பரம்பலொன்றின் மூலம் சிறந்த முறையில் அண்ணளவாக்கம் செய்வதற்கு ஒவ்வொரு வகுப்பிலுமிருந்தும் எதிர்பார்ப்பு மீடறனானது ஆகக் குறைந்தது 5 ஆவது இருத்தல் வேண்டும்.

#### கவனத்திற் கொள்க:

கோட்பாட்டு மீடறனுக்கும் அவதானிக்கப்பட்ட மாதிரி மீடறன்களுக்குமிடையிலான

வேறுபாட்டினை அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட  $X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

புள்ளி விபரத்தினை பொருத்த வாய்ப்புச் சோதனைக்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற கைவர்க்கச் சோதனைக்குப் பயன்படுத்த முடியும்.

**தேர்ச்சி 8.0:** வணிகத் தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபரக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 8.7:** குடிகள் இரண்டிற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையை, இடைகளின் சமமான தன்மை தொடர்பிலான தீர்மானமெடுப்பதற்கு மாறல் குணகப் பகுப்பாய்வு நுட்ப முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 14

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மாற்றற்றின் பகுப்பாய்வின் நோக்கத்தை விளக்குவார்.
- மாற்றற்றின் பகுப்பாய்விற்கான கருதுகோள்களை விளக்குவார்.
- பகுப்பாய்வின் மாதிரியின் மாதிரியுருவினைக் குறிப்பிடுவார்.
- செவ்வன் குடிகள் இரண்டிற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையைக் கொண்ட இடைகளின் சமமான தன்மை தொடர்பிலான கருதுகோள்களைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாற்றற்றினையும் மாதிரிகளுக்குள் காணப்படும் மாற்றற்றினையும் கணிப்பிட்டுப் சோதனைப் புள்ளி விபரத்தைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- பரிசோதனைப் புள்ளிவிபரத்தினை மாறல் பகுப்பாய்வு அட்டவணையின் துணையுடன் பெற்றுக் கொள்வார்.
- F பரம்பலை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- பொருளுள்ள மட்டத்தின் அடிப்படையில் F பரம்பலினூடாக அவதிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- தீர்மான நியதியை வெளிப்படுத்துவார்.
- கருதுகோள் தொடர்பில் தீர்மானமெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
  - (1) பயிர்ச் செய்கைக்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற 4 வகையான உர வகைகளும் சமமான விளைச்சலைப் பெற்றுக் கொடுக்குமா என்பதைப் பரீட்சித்தல்.
  - (2) உடல் எடையைக் குறைப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய தேகப் பயிற்சி முறைகள் மூன்றின் விளைவுகள் சமதன்மை கொண்டதா என்பதனைப் பரீட்சித்தல்.
  - (3) 5 முறைகளின் கீழ் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற கார் பெற்றறிகள் சமமான ஆயுட் காலத்தைக் கொண்டவையா என்பது தொடர்பில் பரீட்சித்தல்.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - இவ்வாறான ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் இடைகள் சமமானதா என்பதைப் பரீட்சிப்பது முக்கியமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - இவ்வாறான மாதிரிப் பரிசோதனைகளுக்கு சிறிய மாதிரிகளைப் பயன்படுத்த வேண்டி ஏற்படும் என்பதைக் கூறவும்.
  - மாதிரி மாற்றற்றின்களைப் பரிசோதிப்பதன் மூலமும் இடைகள் சமமாகக் காணப்படுகின்றதா என்பதைப் பரீட்சிக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
  - அதற்காகக் குடிப்பரம்பல் தொடர்பில் சில கருதுகோள்கள் தேவைப்படலாம் என்பதைக் கலந்துரையாடவும்.
  - குடிமாற்றற்றின்களைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதற்கு மாதிரி மாற்றற்றின்களைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை ஞாபகமுட்டவும்.

- அதற்காக மாதிரியெடுப்புக்களுக்கிடையிலான மாற்றிறன் எனப்படும் பரிசரிப்புகளுக்கிடையிலான மாற்றிறனையும் மாதிரி மாற்றிறன் என்பவற்றையும் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மாதிரி மாற்றிறன்களைப் பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் குடியிடைகள் சமமாகுமா என்பது தொடர்பில் தீர்மானத்திற்கு வரமுடியும் என்பதனால் அது மாற்றிறன் பகுப்பாய்வு எனப்படும் என்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாறல்கள், மாதிரியிலுள்ள மாறல்களைக் காட்டுகின்ற  $t$  ன்  $F$  புள்ளி விபரம் எனப்படும் எனவும்,  $F$  பரம்பலானது மாதிரியெடுப்புப் பரம்பல் எனக் குறிப்பிட முடியுமெனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- “மாதிரிக் குடிகள் சகலவற்றினதும் இடைகள் சமமானவையாகும்” எனும் சூனியக் கருதுகோளைக் குறிப்பிட்டுக் கருதுகோள் பரிசோதனையினை  $F$  பரம்பலின் உதவியுடன் மேற்கொள்வதன் மூலம் மாற்றிறன் பகுப்பாய்வினை மேற்கொள்ள முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மாற்றிறன் பகுப்பாய்வின்போது அல்லது  $F$  பரிசோதனையின்போது மாற்றுக் கருதுகோள் குறிப்பிட வேண்டியது “ஏதாவது பிரிவொன்றில் ஒரு இடையானது ஏனைய இடைகளிலிருந்து வேறுபடுமாயின்” எனவாகும்.
- மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாறல்கள் மாதிரியிலுள்ள மாறல்களுக்குச் சமமாயின்  $F$  புள்ளியின் பெறுமதி 1ற்கு சமமாக இருப்பதுடன் குடியிடைகள் சகலதும் 100% இற்கு சமமானது எனக் கருதப்படும்.
- குடியிடைகளுக்கிடையிலான வேறுபாடு அதிகரிக்கும் அளவிற்கு  $F$  புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதி அதிகரிக்கும்.
- சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் படிமுறைகள் சிலவற்றினூடாகக் கணிக்க வேண்டியிருப்பதுடன் அதனை இலகுவாகக் கணிப்பதற்கு மாறல் பகுப்பாய்வு ANOVA அட்டவணையைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பின்வரும் செயற்பாடுகளை மாணவர்களுடன் படிப்படியாக ஆலோசனை வழங்கியும் கலந்துரையாடியும் தீர்க்கவும்.

### செயற்பாடு - 1

- விலங்கு வளர்ப்பு அபிவிருத்திக்காக மிருகங்களுக்கு அறிமுகப்படுத்தக்கூடிய  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  எனப்படுகின்ற உணவு வகைகள் மூன்றின் மூலம் மிருகங்களின் உடல் நிறையின் விருத்தி தொடர்பாகச் சோதனையொன்றுக்காக விலங்கு வளர்ப்பு நிலைய மொன்றிலிருந்து 12 பன்றிகளை 4 பன்றிகள் வீதம் 3 பகுதிகளாக வெவ்வேறாக வகைப்படுத்தி, ஒவ்வொரு உணவு வகைகளையும் வெவ்வேறாக வழங்கியதன் மூலம் பரிசோதனை ஒன்று மேற்கொள்ளப்பட்டது. உணவுகளை வழங்கிய பின்னர் ஒரு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியின் பின்னர் ஒவ்வொரு பன்றிகளிலும் அதிகரித்த நிறை பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது ஒவ்வொரு நிறைகளிலிருந்தும் 10 கிலோகிராம் குறைத்து பெறப்பட்ட பெறுமதியே இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது.

பன்றிகள்	உணவு வகைகள்		
	$R_1$	$R_2$	$R_3$
1	3	2	3
2	4	2	9
3	5	4	5
4	2	3	7

உணவு வகைகள் மூன்றினதும் பெறுபேறானது சமமானதா என்பதை  $\alpha = 0.05$  பொருளுண்மை மட்டத்தில் பரிசோதனை செய்து உங்கள் முடிவினைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

ஆலோசனை - 1 கருதுகோளினைப் பரிசோதிப்பதற்கு சூனியக் கருதுகோள் மற்றும் மாற்றுக் கருதுகோள்களைக் குறிப்பிடுக.

தீர்வு - 1  $H_0; \mu_{R1} = \mu_{R2} = \mu_{R3}$   
 $H_1;$  குறைந்தது உணவு வகைகள் இரண்டாவது விளைவு களில் சமமற்றுக் காணப்படல்.

ஆலோசனை - 2  $\alpha = 0.05$  இல் சோதனையின் அவதிப் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு F அட்டவணையை பயன்படுத்துவதற்காக சுயாதீன இலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

தீர்வு - 2 மாதிரிகளுக்கிடையிலான சுயாதீன இலக்கம்  $k - 1 = 3 - 1 = 2$   
 மாதிரியினுள் சுயாதீன இலக்கம்  $k(n - 1) = 3(4 - 1) = 9$

ஆலோசனை - 3 F அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சோதனையின் அவதிப்புள்ளியினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

தீர்வு - 3   
 அவதிப்புள்ளி  $cv = 4.26$

ஆலோசனை - 4 F சோதனைப் புள்ளியினைக் கணிப்பதற்காக  $R_1, R_2, R_3$  என்பவற்றிற்குரிய தகவல்கள் மற்றும் அவ்வகைகளின் கூட்டுத்தொகை, அத்தரவுகளின் வகைகள் மற்றும் அவ்வகைகளின் மொத்தம் என்பவற்றை இலகுவாக கணித்துக் கொள்வதற்கு அட்டவணையொன்றைத் தயாரிக்கவும்.

தீர்வு - 4

$R_1$	$R_1^2$	$R_2$	$R_2^2$	$R_3$	$R_3^2$
3	9	2	4	3	9
4	16	2	4	9	81
5	25	4	16	5	25
2	4	3	9	7	49
14	54	11	33	24	164

ஆலோசனை - 5 திருத்தற் காரணிகளைக் கணிப்பிடுக.  $\left(\frac{T^2}{N}\right)$

தீர்வு - 5 
$$\frac{T^2}{N} = \frac{(\sum R_{i1} + \sum R_{i2} + \sum R_{i3})^2}{kn}$$
$$= \frac{(14+11+24)^2}{3 \times 4} = \frac{2401}{12}$$
$$= \underline{\underline{200.08}}$$

ஆலோசனை - 6 மொத்த வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை SST ஐ கணிக்க.

தீர்வு - 6 
$$SST = [\sum R_{i1}^2 + \sum R_{i2}^2 + \sum R_{i3}^2] - \frac{T^2}{N}$$
$$= [54 + 33 + 164] - 200.08$$
$$= 251 - 200.08$$
$$= \underline{\underline{50.92}}$$

ஆலோசனை - 7 மாதிரிகளுக்கிடையிலான வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை SSC ஐ கணிக்க.

தீர்வு - 7 
$$SSC = \left[ \frac{(\sum R_{i1})^2}{n_1} + \frac{(\sum R_{i2})^2}{n_2} + \frac{(\sum R_{i3})^2}{n_3} \right] - \frac{T^2}{N}$$
$$= \left[ \frac{14 \times 14}{4} + \frac{11 \times 11}{4} + \frac{24 \times 24}{4} \right] - 200.08$$
$$= [49 + 30.25 + 144] - 200.08$$
$$= 223.25 + 200.08 = \underline{\underline{23.17}}$$

ஆலோசனை - 8 மாதிரியினுள் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை SSE ஐக் கணிக்க.

தீர்வு - 8 
$$SSE = SST - SSC$$
$$= 50.92 - 23.17$$
$$= \underline{\underline{27.75}}$$

ஆலோசனை - 9 சோதனைப்புள்ளி விபரத்தினைக் (TS) கணிக்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு - 9} \quad TS = F &= \frac{SSC / (K - 1)}{SSE / K (n - 1)} \\ &= \frac{23.17 / (3 - 1)}{27.75 / 3(4 - 1)} = \frac{11.58}{3.08} \\ &= \underline{\underline{3.76}} \end{aligned}$$

ஆலோசனை - 10 தீர்மான நியதியினைக் குறிப்பிடுக.

தீர்வு - 10  $ts < cv$  என்பதனால் (சோதனைப்புள்ளியானது அவதிப்புள்ளியிலும் குறைவானமையால்)  $H_0$  ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகின்றது.

ஆலோசனை - 11 கருதுகோள் தொடர்பில் விளக்கி முடிவினை முன்வைக்கவும்.

தீர்வு - 11 உணவு வகைகள் மூன்றினதும் விளைவானது சமதன்மையுடையது என்பதை ஏற்றுக் கொள்வதற்கு  $\alpha = 0.05$  இல் தேவையான சாட்சிகள் காணப்படுகின்றன.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடியிடையின் சமதன்மையைப் பரீட்சிப்பதே மாற்றற்றின் பகுப்பாய்வின் நோக்கமாகும்.
- மாதிரி மாறல்களின் உதவியுடன் இச் செயற்பாடு மேற்கொள்ளப்படுவதனால் மாற்றற்றின் பகுப்பாய்வு என இது அழைக்கப்படுகின்றது.
- மாற்றற்றின் பகுப்பாய்வில் பின்வரும் கருதுகோள்கள் பயன்படுத்தப்படும்.
  - (1) ஒப்பிடுவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுகின்ற ஒவ்வொரு குடியினதும் சார்ந்த மாறி (துலங்கல் மாறிகள்) செவ்வனாகப் பரம்புகின்றது.
  - (2) ஒப்பிடுவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுகின்ற ஒவ்வொரு குடியினதும் சார்ந்த மாறிகளின் பரம்பலானது சமமான மாற்றற்றின்களைக் கொண்டது.
- மாறல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்வதினூடாக குடியிடைகள் சமமானவையா என்பதைச் சோதனை செய்யும்போது F பரம்பல் பயன்படுத்தப்படும்.
- F பரம்பல் என்பது சிறிய மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாற்றற்றின்களாகும். மாறல்கள் மாதிரியினுள் மாற்றற்றின்களுக்குள்ள விகிதப் பரம்பலாகும்.
- F பரம்பலானது மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலாகும் என்பதுடன், F புள்ளி, புள்ளி விபரப் பெறுமதியைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாறல்களை மாதிரியினுள் காணப்படுகின்ற மாறல்களினால் வகுத்தல் வேண்டும்.

$$F = \frac{\text{மாதிரிகளுக்கிடையிலான மாறல்கள்}}{\text{மாதிரியினுள் காணப்படுகின்ற மாறல்கள்}} = \frac{\sigma_{xi}^2}{\mu_{s_i}^2}$$

- F பரம்பல் இரு சுயாதீனப் படிக்களைக் கொண்டது. அதாவது மாதிரிகளுக்கிடையிலான சுயாதீன இலக்கம் (தொகுதியின் சுயாதீன இலக்கம்) k-1 மற்றும் மாதிரியினுள் சுயாதீன இலக்கம் (பகுதியின் சுயாதீன இலக்கம்) k(n-1) ஆகும். k என்பது பரிகரிப்புக்களின் எண்ணிக்கை. n என்பது மாதிரிப்பருமன்.
- F பரம்பல் என்பது நேர்குடில் பரம்பலொன்றாகும்.
- F பரிசோதனையில் சூனியக் கருதுகோள்  $H_0; \mu_1 = \mu_2 = \dots \mu_k$
- F பரிசோதனையில் மாற்றுக் கருதுகோள்  $H_1$ ; குறைந்தபட்சம் குடியிடைகள் இரு குடியிடைகளுக்குச் சமமானதல்ல என்பதாகும்.
- F பரிசோதனைக்கான சோதனைப்புள்ளியினைக் கணிப்பிடுவதற்கு ANOVA அட்டவணை எனப்படுகின்ற மாறல் பகுப்பாய்வு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துவது இலகுவானது. அது பின்வருமாறு:

மாறல் மூலங்கள்	வர்க்க மூலங்களின் மொத்தம்	சுயாதீன இலக்கம்	இடை வர்க்கங்கள்	F (விகிதம்)
மாதிரிகளுக்கிடையில்	SSC	k-1	$\frac{SSC}{k-1} = MSC$	MSC
மாதிரியினுள்	SSE	k(n-1)	$\frac{SSE}{k(n-1)} = MSC$	MSE
மொத்தம்	SST	kn-1	-	-

- பின்வரும் படிமுறையிலும் F ஐ கணிப்பிடலாம்.

1வது படிமுறை - திருத்தற்காரணி  $\frac{T^2}{N}$  ஐக் கணித்தல்.

$$\frac{T^2}{N} = \frac{(\sum \chi_{i1} + \sum \chi_{i2} + \dots + \sum \chi_{ik})^2}{kn}$$

2வது படிமுறை - மொத்த வர்க்கமூலம் SST கணிப்பிடல்.

$$SST = \left( \sum X_{i1}^2 + \sum X_{i2}^2 \dots \sum X_{ik}^2 \right) - \frac{T^2}{N}$$

3வது படிமுறை - மாதிரிகளுக்கிடையிலான வர்க்கங்களின் மொத்தம்.

$$SSC = \left[ \frac{(\sum X_{i1})^2}{n_1} + \frac{(\sum X_{i2})^2}{n_2} \dots + \frac{(\sum X_{ik})^2}{n_k} \right] - \frac{T^2}{N}$$



4வது படிமுறை - மாதிரியினுள் வர்க்கங்களின் மொத்தம் (SSE) இனைக் கணித்தல்.

$$SSE = SST - SSC$$

5வது படிமுறை - மாதிரிகளுக்கிடையிலான இடை வர்க்கத்தினைக் (MSC) கணித்தல்.

$$MSC = \frac{SSC}{k-1}$$

6வது படிமுறை - மாதிரியினுள் இடை வர்க்கத்தினைக் (MSE) கணித்தல்.

$$MSE = \frac{SSE}{k(n-1)}$$

7வது படிமுறை - சோதனைப் புள்ளி விபரத்தினைக் (F) கணித்தல்.

$$F = \frac{MSC}{MSE}$$

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட சார்ந்த மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.1:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறியொன்றில் உள்ளடங்கும் மாறல்களை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

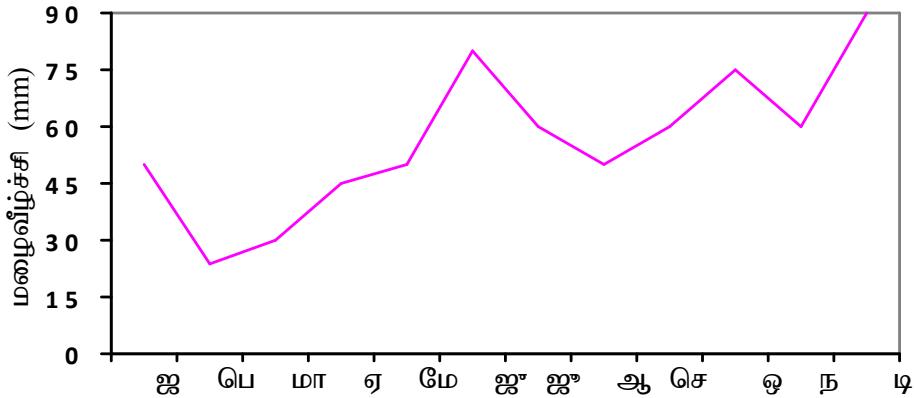
**கற்றற் பேறுகள்:**

- காலத்தொடர் என்றால் என்பதை விளக்குவார்.
- காலத்தொடர் தொழிற்பாட்டிற்குப் பொருள் கூறுவார்.
- காலத்தொடர் தொழிற்பாட்டினை வரைபடத்தில் உட்படுத்துவார்.
- காலத்தொடர் பகுப்பாய்விற்கான தரவு ஒழுங்கமைத்தலின்போது நாட்காட்டி தயாரித்தல், விலை ஒழுங்கமைத்தல், குடித்தொகை மாற்றங்களை ஒழுங்கமைத்தல் போன்ற கருமங்களை மேற்கொள்ள முடியும் என்பதனை விளக்குவார்.
- காலத்தொடர் பகுப்பாய்வின் பயன்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- காலத்தொடரின் கூறுகளான போக்கு, பருவகால மாறல், சுழற்சி மாறல், ஒழுங்கற்ற மாறல் என்பவற்றை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- ஒவ்வொரு கூறுகளுக்குமான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.

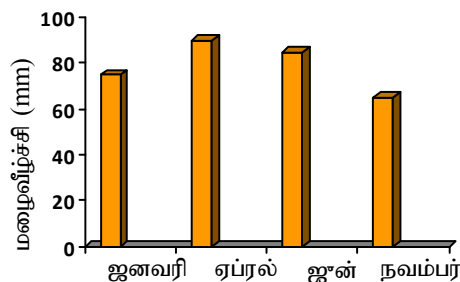
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் அட்டவணையை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தி மாணவர்களோடு கலந்துரையாட லொன்றை மேற்கொள்ளவும்.

2016 ஆம் வருடத்தில் கொழும்பு நகரத்தின் வருடாந்த மழைவீழ்ச்சியின் அளவு (mm)



2016 ஆம் வருடத்தினுள் கண்டி நகரத்திற்கு கூடுதலாக மழைவீழ்ச்சிக்கு கிடைக்கப் பெற்ற மாதங்கள்

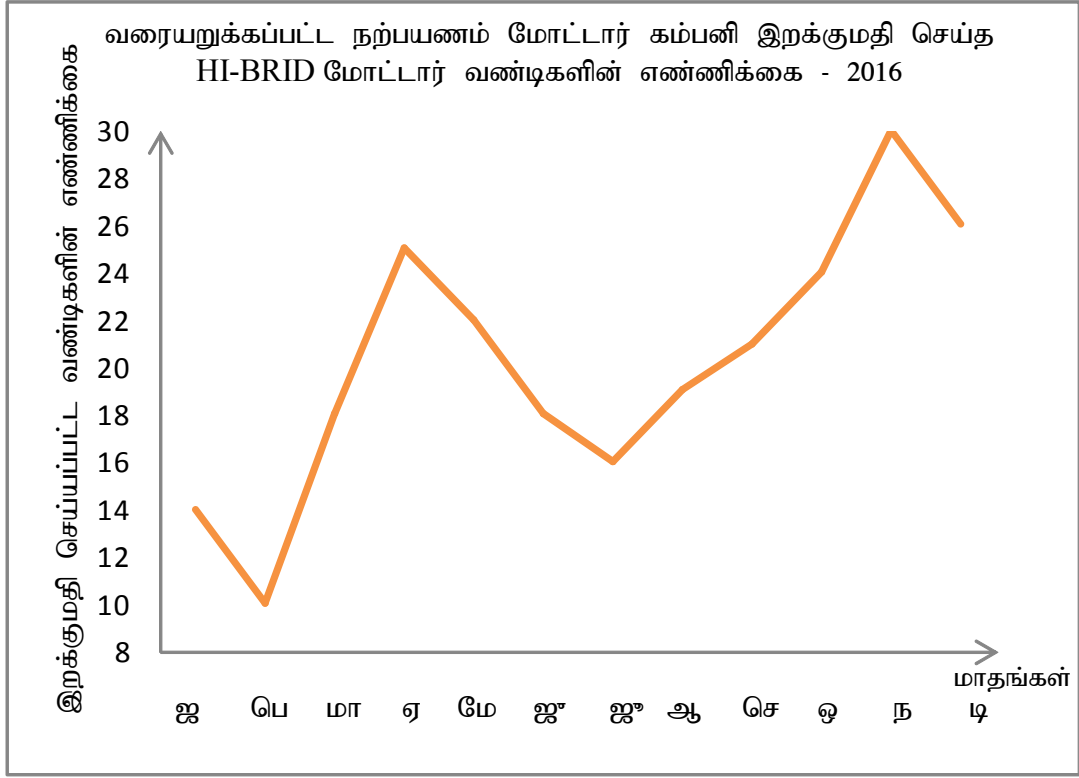


தில்சா கௌசரி சீனி விற்பனை

கால இடைவெளி	விற்பனை செய்த சீனியின் அளவு (kg)
2015 ஜனவரி முதலாம் வாரம்	32
2015 பெப்ரவரி	54
2015 மார்ச் 01 தொடக்கம் ஜூன் 30 வரை	80
2015 ஜூலை 01 தொடக்கம் செப்டம்பர் 30 வரை	110
2015 செப்டம்பர் 01 தொடக்கம் டிசம்பர் 31 வரை	90

- இங்கு நிலைக்குத்து நிரலினால் காட்டப்பட்டிருக்கும் தரவுகள் தொடர்ச்சியான மாதாந்தப் பெறுமானங்கள் அல்ல என்பதை அறிந்து கொள்வதற்குச் சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.
- அட்டவணையில் காட்சிப்படுத்தப்பட்டிருக்கும் தரவுகள் சமமான கால இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டிருக்கவில்லை என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- கோட்டு வரைபின் மூலம் 2016 ஜனவரி மாதந் தொட்டு டிசம்பர் வரையில் அனைத்து மாதங்களிலும் மழைவீழ்ச்சிப் பெறுமானங்களை ஒழுங்கு முறையாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ளச் செய்யவும்.
- கோட்டு வரைபில் குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகள் ஏனைய தரவுத் தொகுதிகள் இரண்டையும் விடவும் மிகவும் பயனுடையது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அத்தரவுகள் சமமான தொடர்ச்சியான கால இடைவெளியினுள் ஏதோவொரு மாறி களுக்கமைவாகச் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதி வகுப்பு எனபதனால் அது காலத் தொடர் என்றழைக்கப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மோட்டார் வாகனங்களை இறக்குமதி செய்து விற்பனை செய்யும் நற்பயணம் கம்பனியானது கடந்த வருடத்தில் மாதாந்தம் இறக்குமதி செய்த HIBRID வண்டிகளின் எண்ணிக்கையே பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அப்பெறுமானங்களைக் காலத்தொடர் வரைபின் மூலம் வெளிப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை செய்யவும்.

மாதம்	ஜ	பெ	மா	ஏ	மே	ஜூ	ஜூ	ஆ	செ	ஓ	ந	டி
வண்டிகளின் எண்ணிக்கை	14	10	18	25	22	18	16	19	21	28	30	26



- காலத்தொடர் வரைபொன்றில் கிடை அச்சில் உரிய கால அலகுகளும் (சாராத மாறிகள்) நிலைக்குத்து அச்சில் கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தொடர் மாறிகளும் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- காலத்தொடர் வரைபொன்றில் தொடக்கப்புள்ளி கட்டாயமாகப் பூச்சியமாக இருக்க வேண்டுமென்ற அவசியமில்லை எனக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும். கிடையச்சம் நிலைக்குத்து அச்சம் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டிச் செல்லுமாறு வரையும் பொழுது முறிவுக் கோடாக வரைவது அவசியமற்றது எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- விற்பனையகமொன்று 2016 ஆம் ஆண்டின் ஒவ்வொரு மாதங்களிலும் திறந்திருக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையும் மாதாந்த வருமானங்களும் உள்ளடக்கப்பட்ட பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.

மாதங்கள்	விற்பனையகம் திறக்கப்படும் நாட்களின் எண்ணிக்கை	மாதாந்த வருமானம் (ரூபா ஆயிரத்தில்)
ஜனவரி	27	180
பெப்ரவரி	23	125
மார்ச்	26	170
ஏப்ரல்	20	240
மே	26	160
ஜூன்	25	150
ஜூலை	26	172
ஆகஸ்ட்	26	168
செப்டம்பர்	24	158
ஒக்டோபர்	26	185
நவம்பர்	25	174
டிசம்பர்	26	172

- ஒவ்வொரு மாதத்திலும் விற்பனையகம் திறந்திருக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கை சமமற்றது என்பதில் கவனம் செலுத்தவும்.
- எனவே ஜனவரி மாதத்தை விட பெப்ரவரி மாதத்திலே வருமானம் குறைவடைந்துள்ளது எனக் குறிப்பிடுவது நியாயமற்றது என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- அனைத்து மாதங்களையும் சமமான நாட்களின் எண்ணிக்கைகளாக தொடர்புபடுத்திப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு முன்னர் தரவுகளைச் செம்மைப்படுத்துவது பொருத்தமானது என்பதனை சுட்டிக் காட்டவும்.
- வருடம் முழுவதும் விற்பனையகம் திறந்திருக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கை 300 என்பதனை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.
- அனைத்து மாதங்களிலும் சமமான நாட்களின் எண்ணிக்கையில் விற்பனையகம் திறந்திருக்குமாயின் அந்நாட்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு என்பதனைக் கணிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- $\frac{300}{12} = 25$  அந்நாட்களின் எண்ணிக்கை 25 என்பதனை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.
- இதற்கமைய ஜனவரி மாதத்தின் 27 நாட்களின் இறுதி நாட்கள் இரண்டினதும் வருமானத்தை பெப்ரவரி மாத வருமானத்துடன் சேர்ப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அத்தினங்கள் இரண்டினதும் வருமானம் ரூபா 30 000 என எடுகோளாகக் கொள்ளப் படுமாயின் அப்பொழுது பெப்ரவரி மாதத்தின் வருமானம் ரூபா 155 000 ஆகும் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- மார்ச் மாதத்தின் இறுதி தினத்தின் வருமானமும் மே மாதத்தின் முதலாவது நான்கு தினங்களிலும் வருமானமும் ஏப்ரல் மாதத்தின் வருமானமாகக் கருதப்படும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- காலத்தொடர் தரவுப் பகுப்பாய்விற்கு முன்னர் இவ்வாறான முறையில் ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ளல் நாட்காட்டி தயாரித்தல் என்றழைக்கப்படும் எனக் குறிப்பிடவும்.

- கம்பனியொன்றின் வருடாந்த விற்பனை வருமானங்களும் அவ் ஒவ்வொரு வருடங்களுக்குமுரிய நுகர்வோர் விலைச் சுட்டிகளும் அடங்கிய அட்டவணையை வகுப்பில் சமர்ப்பிக்கவும்.

ஆண்டுகள்	விற்பனை வருமானங்கள் (ரூபா மில்லியனில்)	நுகர்வோர் விலைச்சுட்டிகள்
2008	82.0	100
2009	99.0	110
2010	122.5	125
2011	148.4	140
2012	172.5	150
2013	196.8	164
2014	230.4	180
2015	274.4	196
2016	342.0	225
2017	384.0	240

- விற்பனை வருமானமானது விரைவாக அதிகரித்துள்ளது எனத் தெரிய வந்தாலும் நுகர்வோர் விலைச்சுட்டியும் அவ்வாறே உயர்வடைந்துள்ளது என்பதை விளக்கவும்.
- ஒவ்வொரு வருடத்திலும் பொருளாதாரத்தில் விலைமட்டம் உயர்வடைந்து சென்றதன் காரணமாக வருமானத்தின் மீது ஏற்பட்ட தாக்கம் நீக்கப்படுமாயின் விற்பனை வருமானத்தின் உண்மை நிலையை (மெய்ப் பெறுமானம்) அறிந்து கொள்ள முடியும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு வருடத்தினதும் விற்பனை வருமானத்தை உரிய விலைச்சுட்டியின் மூலம் மட்டம் தட்டுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வருடம்	விற்பனை வருமானம் மெய்ப் பெறுமானம் (ரூபா மில்லியனில்)
2008	82
2009	90
2010	98
2011	106
2012	115
2013	120
2014	128
2015	140
2016	152
2017	160

$$2009 \text{ மெய்வருமானம்} = \frac{99}{110} \times 100$$

$$= \underline{\underline{90}}$$

$$\text{மெய்ப் பெறுமானம்} = \frac{\text{விற்பனை வருமானம்}}{\text{நுகர்வோர் விலைச் சுட்டி}} \times 100$$

- இம்முறையில் காலத்தொடர் மாறிகளில் உள்ளடங்கும் வீக்க நிலைமைகளின் தாக்கத்தை நீக்கி மெய்ப்பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதை **விலை ஒழுங்கமைத்தல்** என்றழைக்கப்படும் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- வணிக நிறுவனமொன்றில் சராசரி நுகர்வோர் எண்ணிக்கையினைத் தாண்டி சமூக, கலாசார, அரசியல், சமய ரீதியான பல்வேறு காரணங்களின் அடிப்படையில் குறித்த வாரமொன்றில் அல்லது மாதமொன்றில் அந்நிறுவனத்திற்கு வருகை தரும் நுகர்வோரின் எண்ணிக்கை பாரியளவில் அதிகரித்தமை காரணமாக வருமானமானது எதிர்பாராதவாறு உயர்ந்து செல்லும் சந்தர்ப்பங்களும் இருக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.
- பாடசாலையில் ஒரு வாரம் முழுவதும் நடைபெறும் மருத்துவக் கண்காட்சியைக் கண்டு கழிப்பதற்கு பல்வேறு பிரதேசங்களிலிருந்தும் மாணவர்கள், பெற்றோர்கள் வருகை தரும் சந்தர்ப்பத்தின்போது அவ்வாரத்தினுள் பாடசாலைச் சிற்றுண்டிச் சாலையின் வருமானம் உயர்வடையும் என்பதைக் கலந்துரையாடவும்.
- அப்பொழுது அச்சிற்றுண்டிச்சாலையின் ஒவ்வொரு வாரத்திற்குமான வருமானத்தைக் காட்டும் காலத் தொடரில் அக்கண்காட்சி நடைபெற்ற வாரத்தின் வருமானமானது உயர்ந்த பெறுமதியினைப் பதிவு செய்திருக்குமென்பதைச் சுட்டிக் காட்டி அவ்வாரத்தின் சராசரி வருமானத்தையும் தாண்டிப் பெற்ற மிகை வருமானத்தைப் பொருத்தமான முறையொன்றில் இரு பக்கமாகவும் அண்மித்த சில வாரங்களுக்கு சமப்படுத்தும் முறையில் பகிர்வு செய்து காட்டுவதினூடாக நியாயமான காலத்தொடர் பகுப்பாய்வொன்றினை மேற்கொள்ள முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறு தரவு ஒழுங்கமைத்தலைச் **சனத்தொகை மாற்றங்களுக்கான தரவு தயாரித்தல்** என அழைக்கப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

உதாரணம்:-

வாரம்	சிற்றுண்டிச்சாலையின் வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)
1	20
2	30
3	120
4	23
5	27

- மூன்றாவது வாரத்தில் கண்காட்சியின் காரணமாக உழைக்கப்பட்ட மிகை வருமானத்தைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.
- முற்பகுதிக்கும் பிற்பகுதிக்கும் அண்மித்த இரு வாரங்கள் வீதம் கருத்திற் கொண்டு அந்நான்கு வாரங்களினதும் வருமானங்களது சராசரியைப் பெற்றுப் கொள்ளல்.

$$\frac{20+30+23+27}{4} = 25$$

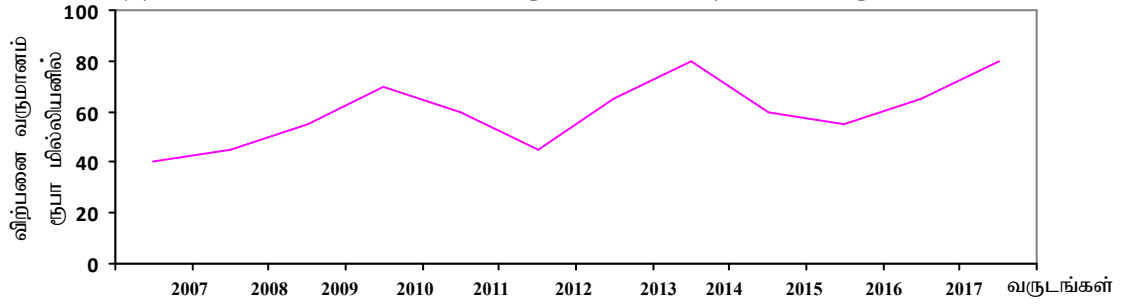
- இச் சராசரி வருமானம் 3ம் வாரத்தின் வருமானம் என எடுகோளாகக் கொண்டு அப்பெறுமானத்தை விடவும் கூடுதலாகப் பெற்றிருக்கும் (120-25) ரூபா 95 000வை சமனாக 5 வாரங்களுக்கும் நியாயமாகப் பகிர்வு செய்து காட்ட முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- இதற்கமைய வாரத்தின் விற்பனையை பின்வருமாறு சனத்தொகையினை ஒழுங்கமைப்பதற்கு உட்படுத்த முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

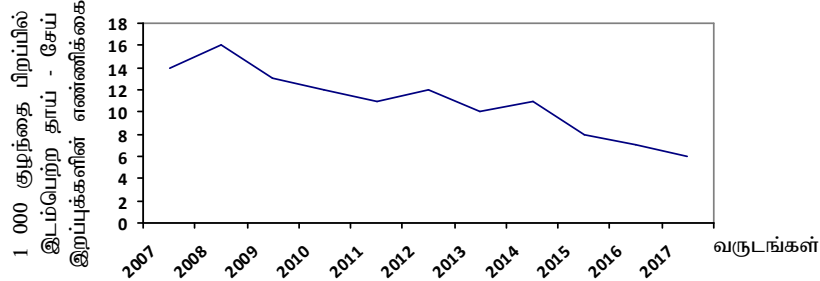
1ம் வாரம்	→	20 + 19	=	ரூபா 39 000
2ம் வாரம்	→	30 + 19	=	ரூபா 49 000
3ம் வாரம்	→	25 + 19	=	ரூபா 44 000
4ம் வாரம்	→	23 + 19	=	ரூபா 42 000
5ம் வாரம்	→	27 + 19	=	ரூபா 46 000

- பின்வரும் வரைபடத்தை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தி கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.

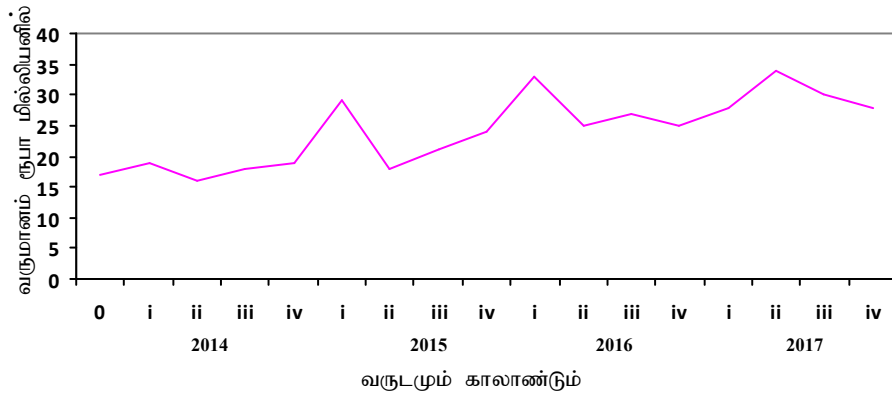
(1) ABC கம்பனியின் 12 வருடங்களின் விற்பனை வருமானங்கள்



(2) கொஸ்வத்த பிரதேசத்தின் 1000 குழந்தைகளின் பிறப்பின்போது இடம்பெற்ற தாய் - சேய் இறப்பு வீதம் - 2007 - 2017

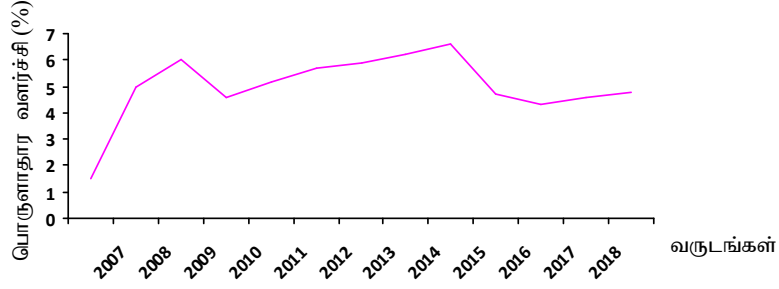


(3) சுமன் ஆடை விற்பனைக் கம்பனியின் காலாண்டு விற்பனை வருமானம் - 2014 - 2017

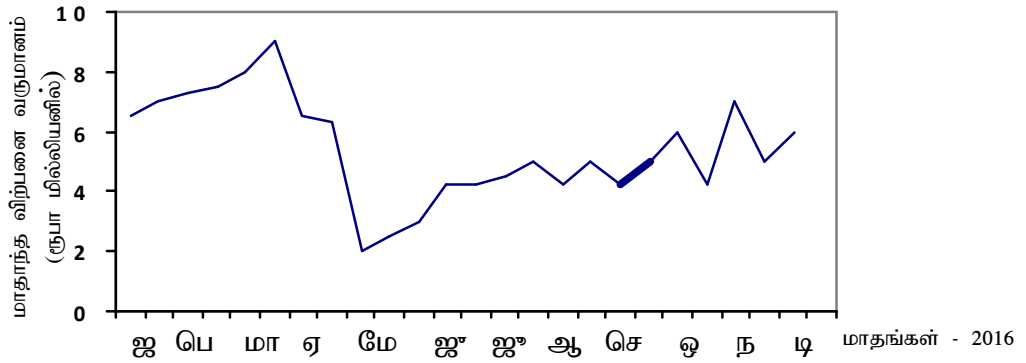




(4) A எனும் நாட்டின் வருடாந்தப் பொருளாதார வளர்ச்சி வேகம் 2007 - 2018



(5) கொலன்னாவைப் பிரதேசத்தின் உணவகமொன்றின் மாதாந்த விற்பனை வருமானம் - 2016



- இல:(1) வரைபின்படி 2007 ஆம் ஆண்டு தொடர் 2017 ஆம் ஆண்டு வரையில் ABC கம்பனியின் விற்பனை வருமானமானது உயர்ந்து செல்லும் போக்கினை காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.
- இல:(2) வரைபின்படி 2007 ஆம் ஆண்டிலிருந்து 2017 ஆம் ஆண்டு வரையில் தாய் - சேய் மரண வீதத்தில் குறைந்து செல்லும் போக்கானது காட்டப் படுகின்றது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.
- மாறியொன்றின் குறுங்கால ஏற்ற இறக்கங்களில் கவனம் செலுத்தாது நீண்ட காலத்தில் பயணிக்கும் போக்கே அம்மாறியின் நீண்டகாலப் போக்காகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இலக்கம் 3 வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு வருடமும் இரண்டாம் காலாண்டில் சுமன் ஆடைக் கம்பனியின் விற்பனை வருமானம் அதிகரித்துள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். இத்தகைய வடிவங்கள் சமகால இடைவெளியில் திரும்பத் திரும்ப காலத் தொடர் மாறியில் இடம்பெறுவது பருவகால மாறல்கள் எனப்படும்.
- இலக்கம் 4 வரைபின் மூலம் காட்டப்படும் A நாட்டின் வருடாந்தப் பொருளாதார வளர்ச்சி வேகத்தைக் காட்டும் மாறியில் 2007 ஆம் ஆண்டிலிருந்து 2016 ஆம் ஆண்டு வரையிலான காலப் பகுதியில் குறிப்பிடத்தக்க வளர்ச்சியொன்றைக் காட்டுகின்றது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.

- காலத்தொடர் மாறியொன்றின் நீண்டகாலப் போக்கில் ஒரு வருடத்தை விடவும் கூடுதலான காலங்களுக்குத் தோன்றும். இவ்வாறான சுழற்சி மாறிகள் சுழற்சி மாறல்கள் என அழைக்கப்படும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அந்நாட்டின் 2010 - 2014 காலப் பகுதியானது பொருளாதாரத்தின் வளமான காலப் பகுதியாக இருப்பதுடன் சாதகமான பொருளாதார நடைமுறைகளை நடைமுறைப் படுத்துவதும், மக்கள் நேயம் அரசொன்று நிருவாக அதிகாரத்தை நெறிப்படுத்துதல் போன்ற காரணங்களே இவ்வாறான நிலைமைக்கு அடிப்படையாக அமைந்தது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இலக்கம் 5 வரைபடத்தினை அவதானிக்கும் பொழுது உணவகத்தில் விற்பனை வருமானம் 2016 மே மாதத்தில் திடீரென வீழ்ச்சியடைந்துள்ளது என்பதை உறுதிப் படுத்தவும்.
- இவ்வாறான எதிர்பாராத மாற்றமானது ஒழுங்கற்ற மாறல்கள் என அழைக்கப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- 2016 மே மாதத்தில் அப்பிரதேசத்தில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்திய எதிர்பாராத பாரிய வெள்ளப்பெருக்கே இந்நிலைமைக்குக் காரணமாக அமைந்திருக்கக் கூடும் என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- காலத் தொடர் பகுப்பாய்வின் பயன்கள் எவை என்பது தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட யாதேனும் மாறியொன்று சமமானதாகவும் தொடர்ச்சியான கால இடைவெளிகளின் போது உரிமைப்படுத்திக் கொள்ளக்கூடிய பெறுமானங்களின் தொகுதியொன்றே காலத்தொடர் என அழைக்க முடியும்.
- $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$  ஆகிய சமமானதும் தொடர்ச்சியான காலப்பகுதிகளின் போது  $y$  எனும் மாறி ஒழுங்கு முறையாக  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  எனும் பெறுமானங்களை எடுக்குமாயின்  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  என்பது காலத் தொடரொன்றாகும் எனக் கூறலாம்.
- $y$  என்பது காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறியாக இருப்பதனால்  $y$  என்பது காலத்தின் தொழிற்பாடு எனக் கருதப்படும்.  $y = f(t)$
- காலத் தொடரொன்றைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு முன்னர் தொடக்கத் தரவுகளைப் பின்வருமாறு ஒழுங்கமைத்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.
  - (1) நாட்காட்டியினை ஒழுங்கமைத்தல்
  - (2) விலையினை ஒழுங்கமைத்தல்
  - (3) குடித்தொகையை ஒழுங்கமைத்தல்
- நாட்காட்டி மாத முறையில் மாதாந்தம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளை ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் ஏற்றவாறு வணிக நடவடிக்கைகளில் ஈடுபட்டுள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கை வேறுபடும் சந்தர்ப்பங்களில் சகல மாதங்களுக்கும் சமமான நாட்களை உள்ளடக்கி, பகுப்பாய்விற்கு முன்னர் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்ளலே நாட்காட்டி ஒழுங்கமைத்தல் என்றழைக்கப்படும்.

- பண வீக்க நிலைமைகளின்போது வணிக வருமானம், உற்பத்திக் கிரயம் போன்ற மாறிகளின் பணப் பெறுமானம் உயர்வடைந்து செல்வதற்கு எதிராக விலை அதிகரித்துச் செல்வதன் தாக்கத்தை அகற்றி தரவு விலைச் சுட்டெண்ணின் மூலம் மட்டம் தட்டுதல் விலை ஒழுங்கமைத்தல் என்றழைக்கப்படும்.
- இம்முறைக்கமைய காலத்தொடரின் மூலத் தரவுகளை மட்டம் தட்டுவதற்குப் பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$\text{மட்டமாக்கப்பட்ட தரவு} = \frac{\text{காலத்தொடரின் மூலத்தரவு}}{\text{வகை கூறப்படும் விலைச்சுட்டி}} \times 100$$

(பொழிப்பாக்கப்பட்ட தரவு)

- சமூக, கலாசார, அரசியல் அல்லது சமய ரீதியான சித்தாந்தங்கள் காரணமாக யாதேனும் பிரதேசமொன்றின் குறித்த காலப் பகுதியொன்றில் வாழும் சனத் தொகையின் மாற்றம் காரணமாகக் காலத் தொடர் மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை நீக்கித் தரவுகளை பொதுவான நிலையில் ஒழுங்கமைத்தல் **குடித்தொகை ஒழுங்கமைத்தல்** என்றழைக்கப்படும்.
- காலத் தொடர் மாறியொன்றின் நடத்தையில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் அனைத்து காரணிகளும் நான்கு கூறுகளாக வகைப்படுத்தப்படும். அவையாவன:-
  - நீண்டகாலப் போக்கு - T (Long Term Trend)
  - பருவகால மாறல் - S (Seasonal Movement)
  - சுழற்சி மாறல் - C (Cyclical Movements)
  - ஒழுங்கற்ற மாறல் - I (Irregular Movements)
- குறுங் காலத்தில் இடம்பெறும் ஏற்ற இறக்கங்களில் கவனம் செலுத்தாது விடும் பொழுது நீண்ட காலத்தினுள் காலத்தொடர் மாறிப் பயணித்துள்ள திசை போக்கு (Trend) என அழைக்கப்படும்.
- காலத்தொடர் மாறியொன்றில் ஒரு வருடத்திற்குக் குறைவான காலப்பகுதியின் சமமான காலப்பகுதியொன்றில் தடவைக்கு ஒரு முறை வீதம் இடம் பெறும் மாறல்கள் பருவகாலத் தொடர் அல்லது பருவகால மாறல்கள் என அழைக்கப்படும். ஒரு நாட்டின் சமூக, கலாசார காரணிகளின் அடிப்படையில் இவ்வாறான மாறல்களை எதிர்பார்க்க முடியும்.
 

உதாரணங்களில் சில பின்வருமாறு:

  - எமது நாட்டில் ஏப்ரல், டிசம்பர் மாதங்களில் ஆடை அணிகளின் விற்பனை
  - மே மாதத்தில் வெசாக் வாழ்த்து அட்டைகளுக்கும், அலங்காரப் பொருள்களுக்கு மான கேள்வி
  - மழை காலங்களின் குடைகளின் விற்பனை
- நீண்டகாலப் போக்கில் முழுமையான ஒரு வருட காலமொன்றிற்கும் கூடிய காலத்தில் ஏற்படும் அசைவுகள் சுழற்சி மாறல்கள் என்றழைக்கப்படும்.

- ஒரு நாட்டில் ஒரு சில வருடங்களில் இடம்பெறுகின்ற யுத்த சூழ்நிலையொன்று அல்லது சாதகமான பொருளாதார கொள்கையொன்றை நடைமுறைப்படுத்தக்கூடிய நிர்வாக அமைப்பு முறையொன்றைச் நெறிப்படுத்தும் புதிய அரசொன்று காணப்படல் போன்ற நடைமுறை ரீதியான சந்தர்ப்பங்களின்போது காலத் தொடர் மாறிகளில் இவ்வாறான மாற்றங்களைக் காண முடியும்.
- எதிர்பாராத விதமாக காலத் தொடர் மாறியொன்றில் சடுதியாக இடம் பெறுகின்ற ஏற்றத் தாழ்வுகள் அல்லது சந்தர்ப்பங்கள் **ஒழுங்கற்ற மாறல்கள்** எனும் தொகுதிக்குள் உள்ளடக்கப்படும்.
- காலத் தொடர் மாறிகளை விரிவாகப் பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் வணிகர்களுக்குப் பின்வரும் பயன்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - மாறியின் கடந்த கால நடத்தையினூடாக நிகழ்கால நிலைமையினை அறிந்து கொள்ளக்கூடியதாக இருக்கும்.
  - மாறியில் இடம்பெற்ற ஏற்ற இறக்கத்தை தடுக்கக்கூடிய பல்வேறு போக்குகளை அறிந்து கொள்ளக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - காலத்தொடர் மாறியின் முழுமையான நடத்தையின் மீது ஒவ்வொரு மாறிகளினதும் தாக்கங்களை வெவ்வேறாக இனங்காண முடிதல்.
  - எதிர்காலத் திட்டமிடலுக்கு உதவியாக அமையும் சந்தர்ப்பங்கள் கிடைக்கப் பெறல்.
  - குறிப்பிட்ட காலத் தொடர் மாறி எதிர்கால நிலைமைகளை எதிர்வு கூற முடிதல்.
  - வேறு நிறுவனங்களில் அல்லது குறிப்பிட்ட துறைக்குரிய ஒரே வகையான காலத் தொடர்களுடன் ஒப்பிட்டு சிறந்த தீர்மானங்களுக்கு வரமுடிதல்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.2:** காலத் தொடர் பகுப்பாய்விற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மாதிரியுருவை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- காலத் தொடர் பகுப்பாய்விற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மாதிரியுருக்களைப் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- கூட்டல் மாதிரியுருவினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- கூட்டல் மாதிரியுருவிற்கமைய கூறுகளை வேறுபடுத்தும் முறையை விளக்குவார்.
- கூட்டல் மாதிரியுருவைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- பெருக்கல் மாதிரியுருவை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- பெருக்கல் மாதிரியுருவின் கூறுகளை வேறுபடுத்தும் முறையை விபரிப்பார்.
- பெருக்கல் மாதிரியுருவினைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- கூட்டல், பெருக்கல் மாதிரியுருக்களிலுள்ள பண்புகள் இரண்டையும் உள்ளடக்கிய சந்தர்ப்பங்கள் காணப்படுகின்றது என்பதை தெளிவுபடுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் மாதிரியினை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாட லொன்றை நடாத்தவும்.

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta x$$
$$y = G + C + I + (x - m)$$
$$A = E + L$$
$$V = I.R$$
$$P(X = X) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$$
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- இந்த ஒவ்வொரு மாதிரியினது இடது பக்கம் காட்டப்படுகின்ற மாறியின் பெறுமதியினைத் தீர்மானிப்பதற்கு வலது பக்கம் காட்டப்படுகின்ற பல்வேறு பதங்களுக்கிடையே காணப்படுகின்ற தொடர்புகள் காரணியாகக் கொள்ளப்படுகின்றன என்பதைக் கலந்துரையாடல் மூலம் வெளிப்படுத்தவும்.
- பதங்கள் சிலவற்றை ஒன்று சேர்ப்பதன் மூலம் குறித்த மாறியின் மொத்தப் பெறுமதியினைக் கண்டுபிடிக்கின்ற மாதிரியுரு வேறாகவும் பதங்கள் சிலவற்றைப் பெருக்கு வதன் மூலம் குறித்த மாறியின் மொத்தப் பெறுமதியினைக் கண்டுபிடிக்கின்ற மாதிரியுருவினை வேறாகவும் எடுத்து இம் மாதிரிகளை இரு தொகுதிகளாகப் பிரிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- காலத் தொடர் மாறியொன்றின் மொத்தப் பெறுமதி (Y) யிற்கும் நீண்ட காலப் போக்கு (T), பருவகால மாறல் (S), சுழற்சி மாறல் (C), ஒழுங்கற்ற மாறல் (I) போன்ற 4 கூறுகளைப் பயன்படுத்தி, இவ்வாறான மாதிரியொன்றை உருவாக்க முடியும் எனவும், காலத் தொடர் ஒன்றின் உண்மையான தன்மையினைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு இவ்வாறான மாதிரியுருவைப் புகுத்துதல் பொருத்தமானது என்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

- கூறுகளின் மொத்தத்தினூடாக மாறியொன்றின் மொத்தப் பெறுமதியினை பெற்றுக் கொள்ளும் மாதிரியுரு கூட்டல் மாதிரியுரு எனப் பெயரிடல் (Additional Model) பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டி, இம்மாதிரியினைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$y = T + S + C + I$$

- இம்மாதிரியில் பெயரிடப்பட்ட பதங்களை சுருக்குவதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

$$\begin{aligned} \text{உதாரணம்:- } y - T - C - I &= S \\ y - (T + C + I) &= S \end{aligned}$$

- கூட்டல் மாதிரியொன்று பயன்படுத்தப்படுகின்ற செயற்பாட்டு ரீதியான சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்கவும். (பொருளாதாரம், கணக்கீடு போன்ற பாடங்கள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.)

- கணக்கீட்டில்,

$$\text{சொத்து} = \text{உரிமை} + \text{பொறுப்பு}$$

- பொருளியலில்,

$$\begin{aligned} \text{தேசிய செலவுகள்(Y)} &= \text{அரசு செலவுகள்(G)} + \text{நுகர்வுச் செலவுகள்(C)} + \text{முதலீடு (I)} + \text{ஏற்றுமதி (X)} - \text{இறக்குமதி (m)} \end{aligned}$$

போன்ற சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுடன் நடாத்தப்படுகின்ற கலந்துரையாடலின் மூலம் அவர்களிடமிருந்து பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- கூறுகளின் பெருக்கலின் உதவியுடன் மாறியொன்றின் மொத்தப் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்கின்ற மாதிரி பெருக்கல் மாதிரியுரு (Multipl Model) எனப் பெயரிடுவது பொருத்தமானது எனச் சுட்டிக் காட்டி அம்மாதிரியினைக் கட்டியெழுப்ப மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$\text{உதாரணம்:- } y = T \cdot S \cdot C \cdot I$$

- இம்மாதிரியில் குறிப்பிடப்பட்ட எந்தவொரு பதத்தினையும் பொழிப்பாக்குவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$\text{உதாரணம்:- } y = T \cdot S \cdot C \cdot I \text{ என்பதனால்,}$$

$$\frac{y}{T \cdot C \cdot S} = I$$

- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை 4 குழுக்களாகப் பிரித்து பின்வரும் ஒவ்வொரு செயற்பாடுகளையும் அவர்களுக்கு முன்வைத்துச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

குழு - 1

கம்பனியொன்றின் வருடாந்த வருமானம் காலத் தொடரில் ஒரு வருடத்தின் மாறியின் மொத்தப் பெறுமதி,

$y =$  ரூபா 2 754.00 ஆகும்.

$y = T. S. C. I$  மூலம் மாதிரியுருப்படுத்தல் செய்யப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக.

$S = 1.25$                        $C = 1.08$                        $I = 0.85$

எனின் T இன் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்க.

குழு - 2

கம்பனியொன்றின் வருடாந்த வருமானத்தைக் காட்டும் காலத்தொடரில் ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்தில் மாறியின் மொத்தப் பெறுமதி ரூபா 2 754 000 ஆகக் காணப்பட்டது.

$y = T. S. C. I$  மூலம் மாதிரியுருப்படுத்தப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக.

$S = 1.25$                        $I = 0.85$

T = ரூபா 2 400 000 ஆயின் C யின் பெறுமதியினைக் கணிக்க.

குழு - 3

கம்பனியொன்றின் வருடாந்த வருமானத்தைக் காட்டும் காலத்தொடரொன்றின் குறிப்பிட்ட வருடமொன்றின் மாறியின் மொத்தப் பெறுமதி ரூபா 2 754 000 ஆகும்.

$y = T. S. C. I$  மூலம் மாதிரிக்குட்படுத்தப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக.

இங்கு போக்கு T = ரூபா 2 400 000 ஆகவும், C = 1.08 ஆகவும், I = 0.85 ஆகவும் காணப்படும்போது S இன் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்க.

குழு - 4

கம்பனியொன்றின் வருடாந்த வருமானத்தைக் காட்டும் காலத்தொடரின் வருடமொன்றின் மாறியின் மொத்தப் பெறுமதி ரூபா 2 754 000 ஆகும். இதன் போக்கு T = ரூபா 2 400 000 ஆகவும், S = 1.25, C = 1.08 ஆகவுமிருப்பின் I இன் பெறுமதியினைப் பெறவும்.

தீர்வு - 1

$y = T. S. C. I$

$$2754 = T \times 1.25 \times 1.08 \times 0.85$$

$$\therefore T = \frac{2754}{1.25 \times 1.08 \times 0.85}$$

$$T = 2400$$

$$T = \text{ரூபா } 2\,400\,000/=$$

தீர்வு - 2

$$y = T. S. C. I$$

$$2754 = 2400 \times 1.25 \times C \times 0.85$$

$$\therefore C = \frac{2754}{2400 \times 1.25 \times 0.85}$$

$$C = \underline{\underline{1.08}}$$

தீர்வு - 3

$$y = T. S. C. I$$

$$2754 = 2400 \times S \times 1.08 \times 0.85$$

$$\therefore S = \frac{2754}{2400 \times 1.08 \times 0.85}$$

$$S = \underline{\underline{1.25}}$$

தீர்வு - 4

$$y = T. S. C. I$$

$$2754 = 2400 \times 1.25 \times 1.08 \times I$$

$$\therefore I = \frac{2754}{2400 \times 1.25 \times 1.08}$$

$$I = \underline{\underline{0.85}}$$

- கூட்டல், பெருக்கல் பண்புகள் இரண்டினையும் கொண்டுள்ள மாதிரியினை ஆரம்பத்தில் வழங்கப்பட்ட மாதிரி அட்டவணையைப் பரீட்சிப்பதன் மூலம் தெரிவு செய்வதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

உதாரணம்:- (1)  $\bar{y} = \beta_0 + \beta_1 x$

(2)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

$y = T.S.C.I$  பெருக்கல் மாதிரியுருவாகும்.

- இங்கு போக்கு (T) மாத்திரம் இயற்கை எண்களில் காட்டப்படுவதுடன் எஞ்சிய கூறுகள் (S, C, I) என்பவற்றின் பெறுமதியானது சுட்டெண்ணாகக் காட்டப்படுகின்றது. இந்த மாதிரியுருவில் நான்கு கூறுகளில் ஒரு கூறின் பெறுமதியினை பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$S = \frac{y}{T.C.I}$$

- கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் பண்புகள் இரண்டும் காணப்படுகின்ற மாதிரியுருவினைப் பல்வேறு பாடத்துறைகளுக்கேற்ப மாறி தொடர்பில் கட்டியெழுப்பலாம் என்பதைச் சுட்டக் காட்டவும்.

உதாரணம்:-  $T_n = a + (n-1) d$



கணிதத்தில் கூட்டல் தொடரில்  $n$  எனும் உறுப்பின் கூட்டுத்தொகை.

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

சமாந்தர வகுப்பில் பதம்  $n$  இன் கூட்டுத்தொகையினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

- பெருக்கல் மாதிரி பயன்படுத்தப்படுகின்ற செயற்பாட்டு ரீதியான சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.

உதாரணம்:- (1) தூரம் = வேகம்  $\times$  நேரம்

(2) அழுத்த வேறுபாடு = மின்னோட்டம்  $\times$  தடை

$$V = i . r$$

(3) திணிவு = கனவளவு  $\times$  அடர்த்தி

$$m = V . D$$

- ஒவ்வொரு கூறுகளினதும் (பதங்கள்) தாக்கமானது ஒன்றுக்கொன்று சாராததாகும் போது கூட்டல் மாதிரியுருவினைப் பயன்படுத்துவது பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- ஒவ்வொரு கூறும் ஒன்றின்மேல் ஒன்று சார்ந்ததாக இருக்கும்போது பெருக்கல் மாதிரியுருவினைப் பயன்படுத்துவது பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- வணிகத்துறையில் சந்திக்கின்ற பெரும்பாலான மாதிரியுருக்களின் கூறுகள் ஒன்றுக் கொன்று சுயாதீனமாக நடத்தையினைக் காட்டாது என்பதனால் அதன்போது பெருக்கல் மாதிரியுருவினைப் பயன்படுத்துவது மிகப் பொருத்தமானது என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- காலத்தொடர் பகுப்பாய்விற்சாக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மாதிரியுருக்கள் இரண்டாகும்.
  - கூட்டல் மாதிரியுரு (Additive Model)
  - பெருக்கல் மாதிரியுரு (Multiplicative Model)
- போக்கு, பருவ மாறல், சுழற்சி மாறல், ஒழுங்கற்ற மாறல் போன்ற 4 கூறுகள் ஒன்று சேர்ந்தே காலத்தொடரின் மொத்த மாறல்கள் கட்டியெழுப்பப்படுகின்றது என்பதைக் குறிப்பிடுவதே கூட்டல் மாதிரியாகும்.

$$y = T + S + C + I$$

- இக்கூறுகளிலிருந்து ஒரு கூறின் பெறுமதியினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$y - (T + C + I) = S \quad \text{ஆகும்.}$$

- போக்கு, பருவ மாறல், சுழற்சி மாறல், ஒழுங்கற்ற மாறல் போன்ற 4 கூறுகளினதும் தாக்கத்தினால் பெருக்கல் மூலம் மாறிகளின் மொத்தப் பெறுமதி கிடைக்கப் பெறுகின்றது என்பதைக் குறிப்பிடுவதே பெருக்கல் மாதிரியாகும்.

$$y = T . S . C . I$$

இக்கூறுகள் 4 இனது ஒரு கூறினது பெறுமதியினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$S = \frac{y}{T.C.I}$$

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.3:** போக்கினை உருவாக்குவதற்குச் சுயாதீனக் கை முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

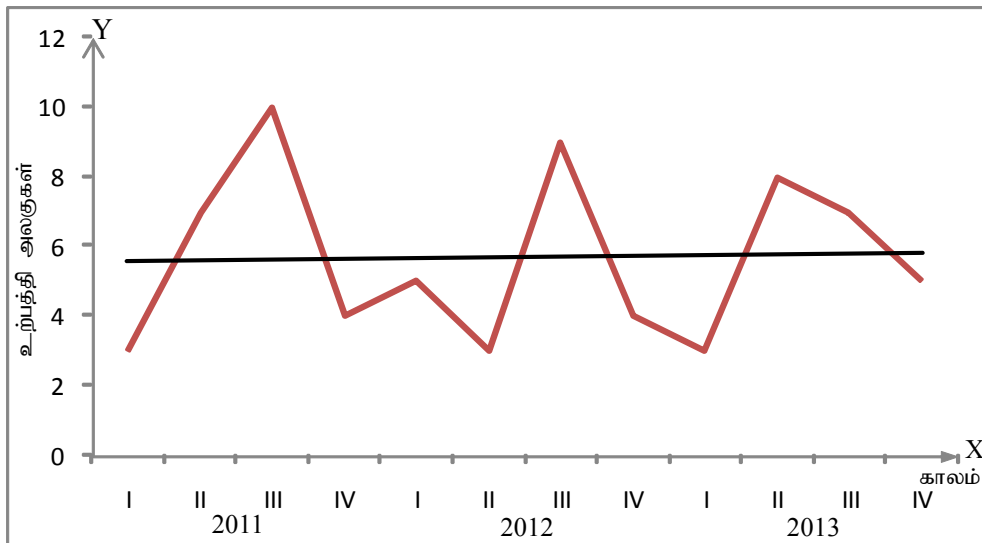
- போக்கினை உருவாக்கும் முறையொன்றாகச் சுயாதீனக் கை முறையை விளக்குவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான சிதறல் புள்ளி வரைபடத்தினடிப்படையில் போக்குக் கோட்டை வரைந்து காட்டுவார்.
- சுயாதீனக் கை முறையில் போக்குக் கோடொன்றைப் பெறுவதன் மூலம் கிடைக்கும் அனுசூலங்கள், பிரதிகூலங்களை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் காலாண்டு ரீதியாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட இயந்திரங்களது எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	2016				2017				2018			
காலாண்டு	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
உற்பத்தி அலகுகள்	3	7	10	4	5	3	9	4	3	8	7	5

காலத்தை (X) கிடை அச்சிலும் பெறுமானங்களை நிலைக்குத்து அச்சிலும் (Y) சுட்டிக் காட்டி காலத்தொடரை வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.



- புள்ளிகளை இயன்றளவில் கோட்டிலிருந்து இரு பக்கமாகவும் சமமாக சிதறி இருக்கக்கூடியவாறு எளிய கோடொன்றை வரைவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- போக்கின் தன்மை தொடர்பாக பருமட்டான விளக்கமொன்றைப் பெறுவதற்காக கணித ரீதியான அடிப்படையொன்றின்று புள்ளிகளை இயன்றளவில் இருபக்கமும் சமமாக இருக்குமாறு தனது விருப்பத்தின் அடிப்படையில் வரையப்படும் கோடே சுயாதீனக் கையினால் பெறப்பட்ட போக்குக் கோடொன்றாகும் என்பதை விளக்கவும்.
- விரைவாகத் தீர்மானம் எடுக்கவேண்டிய தேவை ஏற்படும்பொழுதும் மற்றும் குறுகிய கால வீச்சினுள் யாதேனும் மாறியொன்றின் நடத்தை தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குமாகப் பயன்படுத்தக்கூடிய இம்முறையில் அனுகூலங்களும் பிரதிகூலங்களும் காணப்படுகின்றன என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- போக்கின் தன்மை தொடர்பாகப் பருமட்டான வகையில் விளக்கமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவைப்படும் பொழுதும் மற்றும் மிக விரைவாகப் போக்குத் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கும் சுயாதீனக் கை முறையில் போக்குக் கோடு பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.
- காலத்தொடரை வரையில் காட்டியதன் பின்னர் அதில் காணப்படும் புள்ளிகளை இயன்றளவில் கோடொன்றின் மூலம் சமமாக இருபக்கங்களிலும் சிதறி இருக்குமாறு போக்குக் கோட்டை நிர்மாணிப்பதையே சுயாதீனக் கை முறை என்றழைக்கப்படும்.
- சுயாதீனக் கை முறையின் அனுகூலங்கள்:
  - கணிப்பீடுகள் காணப்படாமை
  - போக்கின் தன்மை தொடர்பாக இலகுவாகவும், விரைவாகவும் விளக்கம் பெறக் கூடிய தன்மை
  - பருமட்டாக எதிர்வு கூறக்கூடியதாக இருத்தல்
  - உருவாக்குவதற்காக விசேட அறிவு இருக்க வேண்டும் எனும் தேவை காணப்படலாம்.
- சுயாதீனக் கை முறையின் பிரதிகூலங்கள்:
  - ஆள்சார் ரீதியாக தாக்கம் காணப்படல்.
  - தரவுகளுக்காக இனங்காணக்கூடிய கோடொன்றின்மை
  - பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய எதிர்வுகூறலானது நம்பகத் தன்மையினின்றும் விலகி இருத்தல்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.4:** போக்குகளை உருவாக்குவதற்கு அரைச் சராசரி முறையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- அரைச் சராசரி முறையினை விளக்குவார்.
- அரைச் சராசரி முறைக்கமைய போக்கு கோடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையினை விபரிப்பார்.
- பொருத்தமான உதாரணங்களைப் பயன்படுத்தி தரவுகள் ஒற்றை எண்ணிக்கையில் இருக்கும் காலத்தொடரொன்றின் அரைச் சராசரி பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- பொருத்தமான உதாரணங்களைப் பயன்படுத்தித் தரவுகள், இரட்டை எண்ணிக்கையுடனான காலத் தொடரொன்றின் அரைச் சராசரி பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்திப் போக்குக் கோட்டை வரைவார்.
- போக்குக் கோட்டின் மூலம் சமன்பாட்டைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- கோட்டின் அல்லது சமன்பாட்டினூடாக மதிப்பீடுகளை மேற்கொள்வார்.
- இம்முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- போக்குக் கோட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய இன்னொரு முறையான அரைச் சராசரி முறையினை விளக்குவதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 1**

- ABC கம்பனியொன்று 2005 ஆம் ஆண்டிலிருந்து 2015 ஆம் ஆண்டு வரையிலான உற்பத்தி செய்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்) பின்வருமாறு:

ஆண்டு	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
உற்பத்தி அலகுகள்	1.4	1.1	1.2	1.4	2.1	2.2	1.6	1.5	2.0	2.5	3.0

- அட்டவணையில் காணப்படும் தரவுகளுக்கமைய காலத்தொடரை வரைபில் வரைவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- எளிய கோடொன்றின் மூலம் போக்கினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு வழங்கப்பட்ட தரவுகளின் உதவியுடன் இரு தொகுதிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- தரவு அட்டவணையைச் சமமான இரு பகுதிகளாக வகைப்படுத்தி ஒவ்வொரு பகுதிகளுக்கும் வெவ்வேறாக இடைப்பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- ஒற்றை எண்ணிக்கையுடனான காலப் பகுதி காணப்படுகின்றபோது நடுக்காலப் பகுதியினைக் கருத்தில் கொள்ளத் தேவையில்லை என ஆலோசனை வழங்கவும்.

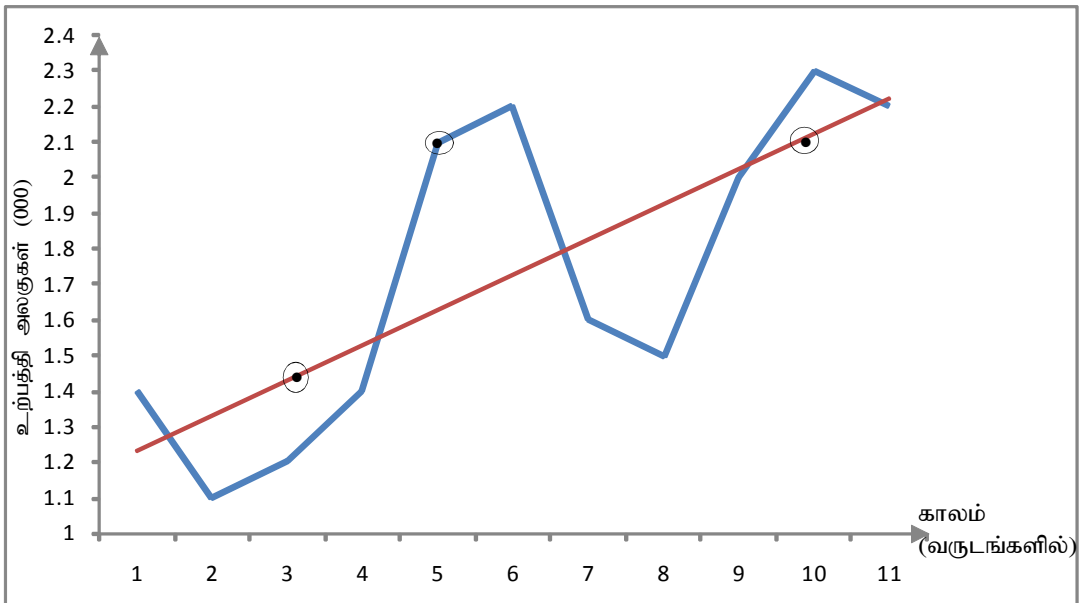
- பெறப்பட்ட இடைக்குரிய தரவுத்தொகுதியின் மத்திய காலப்பகுதிக்கு ஒத்ததாக அடையாளப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- ஒவ்வொரு காலப்பகுதிக்கும் ஏற்றதாக பெற்றுக் கொண்ட இடைப்பெறுமதியினை காலத்தொடர் வரைபில் புள்ளியிட்டு அப்புள்ளிகள் இரண்டையும் ஊடறுத்துச் செல்லக் கூடிய எளிய கோடொன்றின் மூலம் இணைக்கவும்.
- அந்த எளிய கோட்டின் சாய்வு, இடைவெட்டு என்பவற்றைக் கண்டுபிடித்து  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  முறையில் எளிய கோட்டின் சமன்பாட்டினை பெற்று 2016 இற்கான போக்கின் பெறுமதியினை எதிர்வு கூறவும்.

தீர்வு: 01

வருடம்	(x)	உற்பத்தி அலகு
2005	1	1.4
2006	2	1.1
2007	3	1.2
2008	4	1.4
2009	5	2.1
2010	6	2.2
2011	7	1.6
2012	8	1.5
2013	9	2.0
2014	10	2.5
2015	11	3.0

$\frac{7.2}{5} = 1.44$   
 $\frac{10.6}{5} = 2.12$

- மேற்குறிப்பிட்ட பிரச்சினையில் ஒற்றை எண்ணைக் கொண்ட வருடங்கள் காணப்படுவ தனால் 2010 காலத்தொடர் கவனத்தில் கொள்ளப்படவில்லை.
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்குரிய காலத் தொடர் பின்வருமாறு:



- 2016 போக்கின் பெறுமதியினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு,

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta x$$

$$\begin{aligned} \text{சாய்வு} &= \frac{2.12 - 1.44}{6} \\ &= \underline{\underline{0.11}} \end{aligned}$$

$$\text{இடைவெட்டு} \quad \hat{y} = a + bx$$

$$1.44 = a + 0.11x$$

$$1.44 = a + (0.11 \times 3)$$

$$a = \underline{\underline{1.11}}$$

$$\text{போக்குச் சமன்பாடு} \quad \hat{y} = 1.11 + 0.11x$$

$$2016 \text{ எதிர்வு கூறல்} \quad \hat{y} = 1.11 + (0.11 \times 12)$$

$$\hat{y} = \underline{\underline{2.43}} \text{ (ஆயிரம் அலகுகளில்)}$$

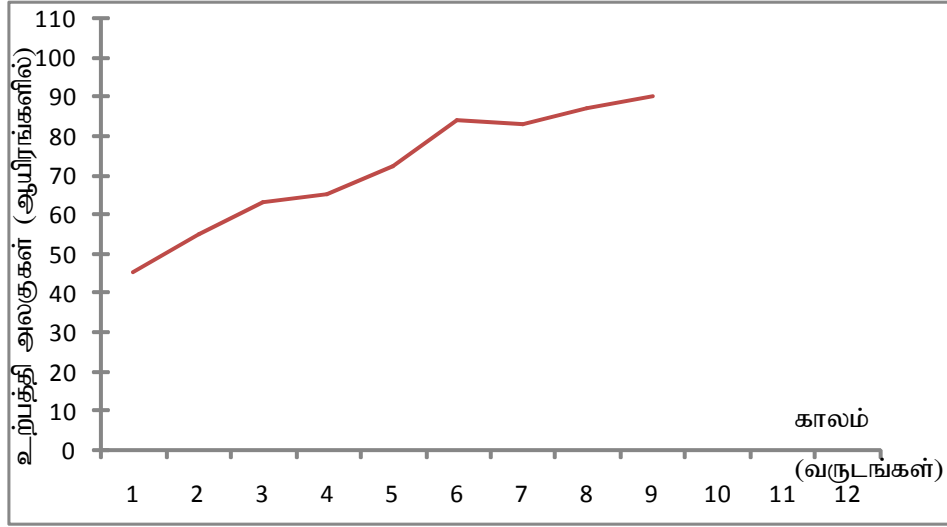
### செயற்பாடு - 2

- ஒரு வகையான கம்பனியொன்றின் உற்பத்திகளின் (ஆயிரம் அலகுகளில்) காலத் தொடர் தரவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
உற்பத்தி (ஆயிரங்களில்)	45	55	63	65	72	84	83	87	90

- அரைச் சராசரி முறையினைப் பயன்படுத்திப் போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்க.
- 2019 ஆம் வருடத்திற்கான போக்குப் பெறுமதியினைக் கோட்டின் உதவியுடனும் சமன்பாட்டின் உதவியுடனும் எதிர்வு கூறவும்.

அரைச் சராசரி முறையில் போக்குக் கோடு



- அரைச் சராசரி முறையில் அனுகூலங்களும் பிரதிகூலங்களும் காணப்படுகின்றன என்பதை விளக்கவும்.

தீர்வு: 02

வருடம்	(x)	உற்பத்தி (y)
2009	1	45
2010	2	55
2011	3	63
2012	4	65
2013	5	72
2014	6	84
2015	7	83
2016	8	87
2017	9	90

$\left. \begin{array}{l} 2009 \\ 2010 \\ 2011 \\ 2012 \end{array} \right\} \frac{228}{4} = 57$   
 $\left. \begin{array}{l} 2014 \\ 2015 \\ 2016 \\ 2017 \end{array} \right\} \frac{344}{4} = 86$

போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ளும் கணித முறை  $y = a + bx$

$$\text{சாய்வு} = \frac{86 - 57}{5}$$

$$= \frac{29}{5}$$

$$= \underline{\underline{5.8}}$$

$$b = \underline{\underline{5.8}}$$

$$y = a + bx$$

$$57 = a + 5.8 \times 2.5$$

$$57 = a + 14.5$$

$$57 - 14.5 = a$$

$$a = \underline{\underline{42.5}}$$

∴ போக்கு சமன்பாட்டிற்கேற்ப 2019 ஆம் வருடத்தின் உற்பத்தி

$$\hat{y} = 42.5 + 5.8x$$

$$\hat{y} = 42.5 + 5.8x$$

$$\hat{y} = 42.5 + 5.8 \times 11$$

$$\hat{y} = \underline{\underline{106.3}}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- அரைச் சராசரி முறை என்பது காலத் தொடரொன்றிற்குரிய தரவுகளைச் இரு சமபகுதிகளாகப் பிரித்து அந்த ஒவ்வொரு பகுதியினதும் இடையினைக் கணிப்பிட்டு அவ்விடைப் பெறுமதிகள் இரண்டையும் காலத் தொடரில் குறித்து இணைத்து போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையாகும்.
- காலத் தொடரின் தரவுகள் ஒற்றை எண்ணிக்கையுடன் காணப்படும்போது மைய கால அலகிற்குரிய தரவினைக் கைவிடல் வேண்டும்.
- தரவுகளை இரு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது இரட்டை எண்ணிக்கை காணப்படுமாயின் இடையாகக் கொள்ளப்படுவது ஒரு வருடத்திற்கல்லாது இரண்டு வருடங்களுக்கிடையில் காணப்படுகின்ற நடுப்பகுதியாகும்.
- அரைச் சராசரி முறையில் பெற்றுக் கொள்ளும் போக்குக் கோட்டின் உதவியுடனும், கணித முறையிலும் எதிர்வு கூறலை மேற்கொள்ள முடியும்.
- அரைச் சராசரி முறையின் அனுசூலங்களாவன:
  - போக்கினை இலகுவாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல்.
  - உண்மையான கோடொன்று கிடைத்தல்.
  - தனிப்பட்ட தொடர்பின் பலம் காணப்படாமை.
  - போக்கினைப் பருமட்டான முறையில் எதிர்வு கூறக்கூடியதாக இருத்தல்.



- அரைச் சராசரி முறையின் பிரதிகூலங்களாவன:
  - தரவு ஒற்றை எண்ணிக்கையில் காணப்படும்போது அக்காலப் பகுதியினைக் கவனத்தில் கொள்ளாது விடல்.
  - இடைப் பெறுமதி அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படுவதனால் இடையில் காணப்படுகின்ற பலவீனங்கள் இதில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தல்.
  - போக்குக் கோடானது இரு புள்ளிகளை மாத்திரம் அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாக்கப்படுவதனால் பாரியளவான வழக்கள் காணப்படல்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.5:** போக்கினை உருவாக்குவதற்கு இழிவு வர்க்க முறையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- இழிவு வர்க்க முறையினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- இழிவு வர்க்க முறையின் மூலம் போக்குக் கோட்டின் பரமானங்களை உருவாக்குவார்.
- இழிவு வர்க்க முறையின் மூலம் போக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- காலத் தொடர் வரைபின் அடிப்படையில் இழிவு வர்க்க முறையில் போக்குக் கோட்டை வரைவார்.
- போக்குக் கோட்டின் மூலம் அல்லது சமன்பாட்டினூடாக எதிர்வு கூறுவார்.
- போக்குக் கோட்டின் ஆரம்பத்தினை இடம்பெயர வைத்த பின்னரான போக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- இழிவு வர்க்க முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சமன்பாட்டுக் சோடியில் மாணவர்களின் கவனத்தை செலுத்தச் செய்யவும்.

$$\begin{aligned} \sum y &= n\beta_0 + \beta \sum x \\ \sum xy &= \beta_0 \sum x + \beta_1 \sum x^2 \end{aligned}$$

- மாணவர்கள் பிற்செலவுப் பகுப்பாய்வின் போது கற்ற இழிவு வர்க்க முறையின் அடிப்படையில்  $x, y$  ஆகிய பெறுமானங்களை பிற்செலவுச் சோடிச் செவ்வன் சமன்பாடுகளில் ஆய்விலுள்ள கற்ற முறையினை பிரதியீடு செய்து  $\beta_0, \beta_1$  என்பவற்றைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு கற்ற முறையினை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.
- காலத்தொடர் பகுப்பாய்வின்போது இடையிடையே தொடர்ச்சியாகச் சமமான காலப் பகுதிகள் காணப்படுவதனால்  $x$  பெறுமானங்களைச் சாட்டும் பொழுது  $\sum x = 0$  எனும் வகையில் பெறுமதியினைச் சாட்டுவதன் மூலம் போக்குக் கோட்டின் இடைவெட்டுப் புள்ளியையும் சாய்வுப் புள்ளியையும் பெற்றுக் கொள்வது இலகுவானது என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பிற்செலவுப் பகுப்பாய்வின் சந்திக்கின்ற இடைவெட்டு மற்றும் சாய்வுப் புள்ளிகளைக் கணிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் இரு சூத்திரங்களை கரும்பலகையில் எழுதவும்.

$$\beta_1 = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\beta_0 = \hat{y} - b\bar{x}$$

- மேற்காட்டிய இரு சூத்திரங்களின்  $\sum x$  இற்காகப் “0” ஐ பிரதியீடு செய்த பின்னர் கிடைக்கின்ற சூத்திரம் பின்வரும் வடிவினைப் பெற்றுக் கொள்ளும் என்பதனை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\beta_1 = \frac{n \sum xy - ((0) \times (\sum y))}{n \sum x^2 - (0)^2}$$

$$= \frac{n \sum xy}{n \sum x^2}$$

$$= \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$\beta_0 = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$= \bar{y} - [b \times 0]$$

$$= \bar{y}$$

$$= \frac{\sum y}{n}$$

- பின்வரும் செயற்பாட்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடியவாறு வெண்பலகையின் மீது போக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- $xy$  கம்பனியின் 2007 ஆம் ஆண்டு தொட்டு 2017 வரையிலான விற்பனை வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்) பின்வருமாறு:

ஆண்டு	விற்பனை வருமானம் ரூபா (மில்லியனில்)	$x$	$xy$	$x^2$
2007	108	-5	-540	25
2008	107	-4	-428	16
2009	98	-3	-294	9
2010	88	-2	-176	4
2011	86	-1	-86	1
2012	84	-0	0	0
2013	82	1	82	1
2014	73	2	146	4
2015	65	3	195	9
2016	61	4	244	16
2017	50	5	250	25
	902		-607	110

- $\sum x = 0$  ஆகமாறு  $x$  இற்கான பெறுமானங்களைச் சாட்டுதல் செய்க.
- $xy$  உம்  $X^2$ த்தின் பெறுமானங்களைக் கணிப்பிடவும்.
- $\sum xy$  உம்  $\sum x^2$  என்பனவற்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- $\beta_1 = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$  உம்  $\beta_0 = \frac{\sum y}{n}$

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{-607}{110} \\ &= -5.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{\sum y}{n} \\ &= \frac{902}{11} \\ &= \underline{\underline{82}}\end{aligned}$$

$\hat{y} = 82 - 5.5x$  எனும் வகையில் போக்குச் சமன்பாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- இங்கு வழக்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை இழிவுபடுத்தப்படுவதனால் இழிவு வர்க்கப் போக்குக் கோடு என அழைக்கப்படும் என இது மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இதற்கமைய 2018 ஆம் ஆண்டிற்கான விற்பனை வருமானம் எதிர்வு கூறப்படும் முறையினை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$$

$\hat{y} = 82 - 5.5x$  இங்கு  $x$  இற்கான பிரதியீட்டுப் பெறுமானம் 6 ஆக இருப்பதனால் பிரச்சினைக்கு  $x$  பெறுமானத்தினைச் சாட்டிய முறையினைச் சுட்டிக் காட்டி மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$\begin{aligned}\hat{y} &= 82 - (5.5 \times 6) \\ &= 82 - 33 \\ &= \underline{\underline{49}} \quad (\text{ரூபா மில்லியன்})\end{aligned}$$

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
- மேலே குறிப்பிடப்பட்ட பிரச்சினையில் ஒற்றை வருடங்களின் எண்ணிக்கையினைக் கொண்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களில்  $x$  இன் அடிப்படை வருடத்திற்குப் பிரதியீடு செய்யக் கூடியவாறு ஒழுங்கமைத்து போக்குச் சமன்பாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளும் கலந்துரையாடலுக்கு உட்படுத்தப்பட்டது எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- ஆயினும் இரட்டை இலக்க ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை காணப்படுகின்ற போது  $x$  இன் மூல ஆண்டிற்கு சரியாகத் தெரிவு செய்ய முடியாது எனவும், இவ்வாறான தரவமைப்புக் காணப்படும்பொழுது இரு வருடங்களின் நடுப்பகுதியாக எடுத்து அலகொன்றை அரை வருடமாக எடுத்து போக்குச் சமன்பாட்டினூடாகப் போக்குக் கோட்டைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும் என விளங்கப்படுத்தவும்.
- இதற்காகப் பின்வரும் பிரச்சினையை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து அதனைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

## செயற்பாடு - 2

- குறித்த நிறுவனமொன்றில் 8 வருடங்களுக்கான வருடாந்த வருமானம் ரூபா மில்லியனில் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.  
இழிவு வர்க்கப் போக்குக் கோட்டுச் சமன்பாட்டைக் கட்டியெழுப்பி அதன் உதவியுடன் போக்குக் கோட்டைக் காலத் தொடர் வரைபின் மீது நிறுவவும்.

ஆண்டு	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
வருடாந்த வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)	2	3	4	4	5	7	8	10

தீர்வு:

ஆண்டு	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
2010	-7	2	49	-14
2011	-5	3	25	-15
2012	-3	4	9	-12
2013	-1	4	1	-4
	$\rightarrow 0$			
2014	1	5	1	5
2015	3	7	9	21
2016	5	8	25	40
2017	7	10	49	70
		43	168	91

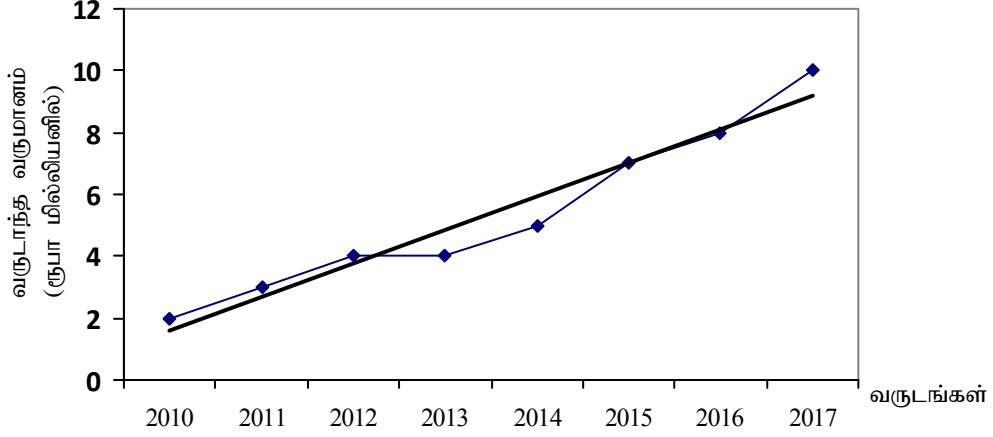
$$\beta_1 = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad \beta_0 = \frac{\sum xy}{n}$$

$$\beta_1 = \frac{91}{168} \quad \beta_0 = \frac{43}{8}$$

$$\beta_1 = \underline{\underline{0.54}} \quad \beta_0 = \underline{\underline{5.375}}$$

இதற்கேற்ப போக்குச் சமன்பாடு பின்வருமாறு:

$$\hat{y} = \underline{\underline{5.375 + 0.54x}}$$



$$x = -5$$

$$y = 5.375 + (0.54 \times -5)$$

$$y = \underline{\underline{2.675}}$$

$$x = 5$$

$$y = 5.375 + (0.54 \times 5)$$

$$y = \underline{\underline{8.75}}$$

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- போக்கினைச் சீரமைக்கும்பொழுது பிற்செலவுப் பகுப்பாய்வுடன் தொடர்புடைய இழிவு வர்க்க முறையின் மூலம் போக்குக் கோட்டைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும். இங்கு  $x$  இற்கான காலமாக  $\sum x = 0$  ஆகுமாறு மூலப் புள்ளியை இனங்கண்டு  $\beta_0, \beta_1$  இனது பெறுமானங்களை மதிப்பிட முடியும்.
- இதற்கமைய,  $\hat{\beta}_0 = \frac{\sum y}{n}$  உம்  $\hat{\beta}_1 = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$  ஊடாகக் கணிக்கப்பட்டு  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$  இற்கான போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- ஒற்றை வருட எண்ணிக்கைகள் காணப்படும் இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களின் பொழுது  $x$  பெறுமானத்தினை மூலத்தைச் சரியாக கால அலகிற்கு வருட பிரதியீடாக இருக்கும் வகையில் தெரிவு செய்தல் வேண்டும்.
- ஆயினும் இரட்டை வருடங்களின் எண்ணிக்கை காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களின் போது  $x$  இன் மூலத்தை சரியாக கால அலகிற்கு ஒத்ததாக இருக்குமாறு தெரிவு செய்ய முடியாது.  $x$  இன் மூலத்தை இரு வருடங்களின் நடுப்பகுதியாக எடுத்து அலகொன்றை அரை கால அலகொன்றாக எடுத்துப் போக்குச் சமன்பாட்டை கண்டுபிடிக்க முடியும்.
- இவ்வாறு வழக்களின் வகைகளின் கூட்டுத்தொகை  $\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  இழிவடையும் வகையில் போக்குக் கோட்டினை உருவாக்குதல் இழிவுவர்க்க முறை எனப்படும்.

இழிவு வர்க்க முறையின் அனுகூலங்கள்:

- உறுதியான போக்குக் கோடொன்று கிடைத்தல்.
- எதிர்கால போக்குப் பெறுமதியினை எதிர்வு கூற முடிதல்.
- கணித ரீதியான அடிப்படையில் தர்க்க ரீதியான போக்கக் கோடொன்று கிடைக்கப் பெறல்.

இழிவு வர்க்க முறையின் பிரதிகூலங்கள்:

- கணிப்பீடுகள் கடினமானது.
- எதிர்வு கூறும்போது கோடு செல்லபடியற்ற நிலையில் கிடைக்கப் பெறுகின்ற பெறுபேறு சரியானதாக அமையாமை.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.6:** போக்கினை உருவாக்குவதற்கு நகரும் சராசரி முறையினைப் பயன்படுத்துவார்.

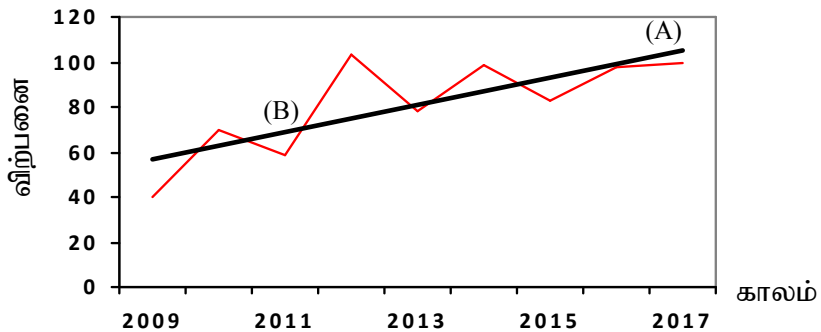
**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- காலத்தொடர் தரவுகளுக்கான நகரும் சராசரியினை விளக்குவார்.
- காலத்தொடரின் வரிசை ஒற்றை, இரட்டையாகவுள்ள சந்தர்ப்பங்களுக்கு வெவ்வேறாக நகரும் சராசரியினைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- மைய நகரும் சராசரியின் முக்கியத்துவத்தைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- நகரும் சராசரியின் மூலம் காலத்தொடரொன்றின் பருவகால, ஒழுங்கற்ற நகர்வுகளை நீக்கிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு நகரும் சராசரியின் மூலம் போக்குக் கோட்டை வரைந்து காட்டுவார்.
- நகரும் சராசரி முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தியவாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.
  - வீடொன்றை அமைக்க முன்னர் வீடு அமைக்கப்படவுள்ள தரையினை ஒழுங்குபடுத்துவதற்கு மேலதிக மண்ணைச் சமப்படுத்திச் சமதரையொன்று உருவாக்கப்படுகின்றது.
  - நாற்று மேடையொன்றில் நாற்றுக்களை நடுவதற்கு முன்னர் தரையானது சமப்படுத்தி ஒழுங்குபடுத்தப்படுகின்றது.
  - வயலில் நாற்றுக்களை நடமுன்னர் சம மட்டத்தில் நிலம் ஒழுங்குபடுத்தப்படுகின்றது. இவை பொதுவாக எமது நடைமுறை ரீதியான அனுபவ சந்தர்ப்பங்களாகும் என்பதை விளக்கவும்.
- இதேபோன்று காலத் தொடரொன்றில் காணப்படுகின்ற ஏற்ற இறக்கங்கள் நீக்கப்பட்டுச் சீரமைக்கப்பட்ட காலத் தொடரொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு நகரும் சராசரி முறையானது பயன்படுத்தப்படுகின்றதென்பதை விளக்கவும்.
- பின்வரும் வரைபடத்தினைக் வெண்பலகையில் வரைந்து காலத் தொடரொன்றில் ஏற்ற இறக்கங்கள் காணப்படுகின்றதெனவும் (A) இந்த ஏற்ற இறக்கங்களை நீக்குவதற்கு ஆகாரம் பயன்படுத்தப்பட்டுச் சீரமைக்கப்பட்ட காலத்தொடரினை (B) அவ்வரைபில் வரைந்து காட்டவும்.





- பின்வரும் செயற்பாடுகளில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- ஒரு வியாபார நிலையமொன்றின் 2009 ஆம் ஆண்டு தொடக்கம் 2017 ஆம் ஆண்டு வரை விற்பனை அலகுகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்) பின்வருமாறு:

வருடம்	விற்பனை அலகுகள் (000)
2009	90
2010	100
2011	88
2012	80
2013	72
2014	80
2015	83
2016	88
2017	100

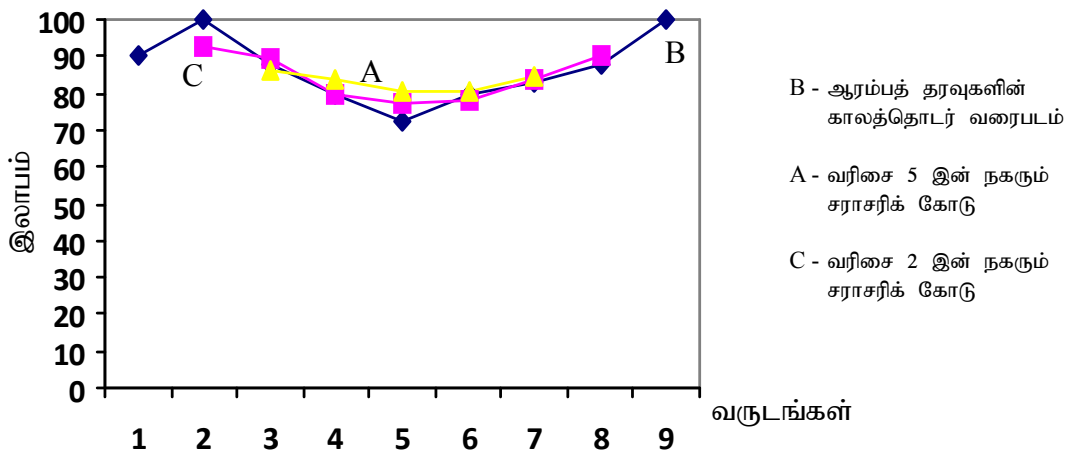
- வரிசை 3 ஆக இருக்கும்போதும் வரிசை 5 ஆக இருக்கும் போதும் நகரும் சராசரியினைக் கணிப்பிட்டுப் போக்குக் கோடுகளை ஒரே வரைபில் காட்டவும்.
- வரிசை 3 ஆக இருக்கும்போது நகரும் மொத்தக் கூட்டுத்தொகையினையும் மற்றும் நகரும் சராசரியினையும் காட்டும் பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வருடம்	விற்பனை அலகுகள்	மூன்று வருடங் களுக்கான கூட்டுத்தொகை	மூன்று வருடங் களுக்கான நகரும் சராசரி
2009	90	-	-
2010	100	278	92.66
2011	88	268	89.33
2012	80	240	80.00
2013	72	232	77.33
2014	80	235	78.33
2015	83	251	83.66
2016	88	271	90.33
2017	100	-	-

- வரிசை 5 ஆகவுள்ள நகரும் சராசரியினைக் கணிப்பதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும். அதற்கேற்பப் பின்வரும் அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வருடம்	விற்பனை அலகுகள்	5 வருடங்களுக்கான நகரும் கூட்டுத்தொகை	5 வருடங்களுக்கான நகரும் சராசரி
2009	90	-	-
2010	100	-	-
2011	88	430	86.0
2012	80	420	84.0
2013	72	403	80.6
2014	80	403	80.6
2015	83	423	84.5
2016	88	-	-
2017	100	-	-

- வரிசை 3 ஆக இருக்கும்போதும் காலம் 5 ஆக இருக்கும் போதும் நகரும் சராசரி வரைபடத்தில் அவற்றைக் குறித்துப் போக்குக் கோடுகளை வெவ்வேறாக வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அடிப்படை (மூலத்) தரவுகளற்ற மாறிகள் மைய நகரும் சராசரி முறையில் பெற்றுக் கொண்ட போக்குக் கோட்டில் காண முடியும் எனவும், அடிப்படைத் தரவுகளினூடாக இடம்பெற்றுள்ள ஏற்ற இறக்கல்களை இயலுமானவரை அகற்றி சீரான தன்மை கொண்டுள்ள முறையினையும் காலத்தொடர், வரிசை அதிகரிக்கும் அளவினை விட சீரான வளைகோடொன்று கிடைக்கும் எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும். அதேபோன்று வரிசை அதிகரிக்கும்போது காலத்தொடரின் உச்ச, இழிவு மட்டங்களில் காணப்படுகின்ற வருடங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அத்துடன் போக்கினை எதிர்வு கூறுவதற்காக நகரும் சராசரி முறை போதுமானதல்ல என்பதனையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

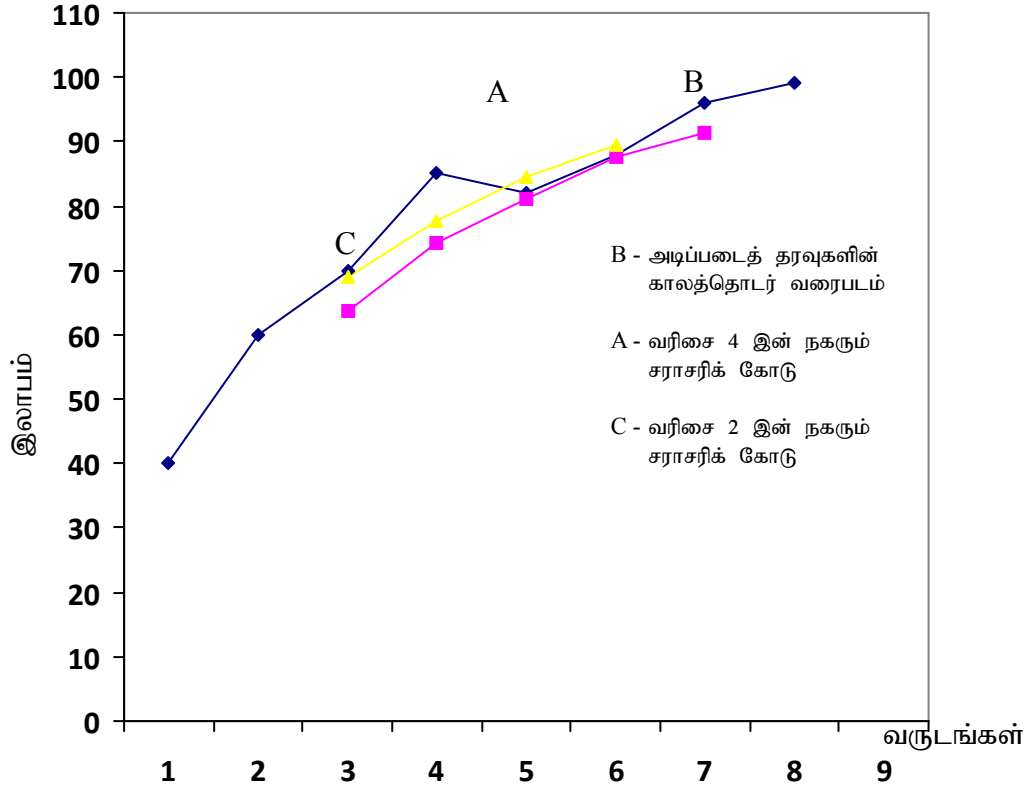


- வரிசை இரட்டை எண்ணிக்கையினைக் கொண்டிருக்கும்போது போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மைய நகரும் சராசரியினை உருவாக்குகின்ற முறையினைப் பின்வரும் பிரச்சினையின் துணையுடன் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- குறித்த கம்பனியொன்றின் 2010 ஆம் ஆண்டு தொடக்கம் 2017 ஆம் ஆண்டு வரையில் வணிகத்தின் இலாபம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. ஆகாரத்தை 4 என்ற அடிப்படையில் எடுத்து மைய நகரும் சராசரிப் பெறுமதியினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வருடம்	இலாபம்	4 வருடங்களில் நகரும் கூட்டுத்தொகை	4 வருடங்களுக்கான நகரும் சராசரி	2 வருடங்களுக்கான நகரும் சராசரியின் மொத்தம்	4 வருடங்களுக்கான மைய நகரும் சராசரி
2010	40	-	-	-	-
2011	60	-	-	-	-
2012	70	255	63.75	138.00	69.00
2013	85	297	74.25	155.50	77.75
2014	82	325	81.25	169.00	84.50
2015	88	351	87.75	179.00	89.50
2016	96	365	91.25	-	-
2017	99	-	-	-	-

- முதலாவது 4 வரிசைகளுக்கான நகரும் கூட்டுத்தொகையினைப் பெற்று 2 வருடங்களுக்கிடையில் அவற்றை உட்படுத்தி அதன் சராசரியினைப் பெற்றுப் கொள்வதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அதன் பின்னர் இரண்டு வருடங்களுக்குரிய நகரும் சராசரியின் கூட்டுத்தொகையினை யும் இரண்டு வருடங்களுக்கிடையில் குறித்து அதன் மைய நகரும் சராசரியினைப் பெற்று வரையில் உள்ளடக்குவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.



- நகரும் சராசரி முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- காலத் தொடரொன்றின் வருடாந்த / காலாண்டு / மாதாந்த / நாளாந்த தரவுகள் வழங்கப்பட்டிருக்கும்போது பொருத்தமான வரிசையொன்றைப் பயன்படுத்தி பெற்றுக் கொள்ளப்படுகின்ற நகரும் சராசரியின் மூலம் அல்லது மைய நகரும் சராசரியின் மூலம் போக்குப் பெறுமதியினைப் பெறல் நகரும் சராசரி முறை எனப்படும்.
- வேறு முறையில் கூறுவதாயின் நகரும் சராசரி என்பது காலத் தொடரொன்றின் ஒவ்வொரு வருடம், காலாண்டு, அன்றாடத் தரவுகள் வழங்கப்பட்டுள்ளபோது காலப் பகுதியொன்றினதும் அதற்கேற்ப முன்னரான, பின்னரான காலப் பகுதியின் பெறுமதி களின் சராசரியின் மூலம் உருவாக்கப்படுபவை செயற்கையான காலத்தொடர் எனப்படும்.
- இங்கு எத்தனை காலப்பகுதிக்குரிய பெறுமதிகளின் சராசரியினைப் பெற்றுக் கொள்வது என்பது அதாவது வரிசை தேவைப்படுகின்றமையால் நகரும் சராசரியினை விளக்குவதற்கு வரிசை முக்கியமானதாகும்.
- காலத் தொடரொன்றின் குறுங்கால ஏற்றத் தாழ்வுகளை நீக்குவதற்கு பெறுமதிகளைச் சேர்ப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற புள்ளி ரீதியான பெறுமதி வரிசை எனப்படும்.
- $y_1, y_2, \dots, y_n$  எனும் காலத் தொடரொன்றின்  $n$  வரிசையின் நகரும் சராசரி  $\frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}, \frac{y_2 + y_3 + \dots + y_n + 1}{n}, \frac{y_3 + y_4 + \dots + y_n + 2}{n}$  என்றவாறு இடையின் தொடரொன்றாக விளக்கம் கூற முடியும்.
- காலம் ஒற்றையாக இருக்கும்போது கணிக்கப்படுகின்ற ஒவ்வொரு நகரும் சராசரிப் பெறுமதி காலத்திற்கேற்பப் பயன்படுத்தப்படும்.
- வரிசை இரட்டையாக இருக்கும்போது இரு வருடக் கால அலகுகளுக்கிடையில் வருகின்ற நகரும் சராசரிகள் இரண்டு வீதம் எடுத்து அவற்றின் இடையினைப் பெறுவதன் மூலம் நகரும் சராசரி சரியாக கால அலகுகளுக்கு மையப்படுத்தப்படும். இது மைய நகரும் சராசரி எனப்படும்.
- காலத்தொடர் அதிகரிக்கும் அளவிற்கேற்ப கூடிய சீரமைக்கப்பட்ட வளைகோடொன்று கிடைத்தாலும் நகரும் சராசரித் தொடரின் இருபக்கத்திலும் இழக்கப்படும் தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்.
- காலத்தொடரைச் சீரமைப்பதன் மூலம் குறுங்கால ஏற்றத் தாழ்வுகள் நீக்கப்பட்டு நீண்டகால போக்கிற்கு மாற்ற முடியுமென்பதனால் போக்கினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு காலத்தொடரைச் சீரமைக்கும் முறையொன்றாக நகரும் சராசரி ஒரு சிறந்த முறையொன்றாகும்.

- நகரும் சராசரி முறையின் அனுகூலங்கள்:
  - கணிப்பிடுவதற்கு இலகுவான எளிய முறையொன்றாகும்.
  - பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற நகர்வுகள் நீக்கப்படுதல் மூலம் மிகச் சரியான போக்குக் கோட்டினைப் பெறமுடிதல்.
  - எளிய போக்குக் கோட்டினை விட சீரான போக்குக்கோடு செயற்றிறன் வாய்ந்தது.
- நகரும் சராசரி முறையின் பிரதிகூலங்கள்:
  - கால வரிசைக்கேற்ப காலத்தொடரின் ஆரம்ப, இறுதி போக்குப் பெறுமதிகள் இழக்கப்படுதல்.
  - எதிர்வு கூறலுக்காக பயன்படுத்த முடியாமை.
  - வளைவு முறையானது ஒழுங்கற்றதாக அமையும்போது ஆகாரத்தை தீர்மானிக்க முடியாதிருத்தல்.
  - ஆரம்பத் தொடரற்ற மாறிகள் உருவாகக்கூடியதாயிருத்தல்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.7:** பருவகாலச் சுட்டியினை உருவாக்குவதற்குச் சராசரி வீத முறையினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பருவகாலச் சுட்டியினை உருவாக்குவதற்கான சராசரி வீத முறையினை விளக்குவார்.
- சராசரி வீத முறைக்கமைய பருவகாலச் சுட்டியினைக் கணிப்பிடும் படிமுறைகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்திச் சராசரி வீத முறைக்கமையப் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவார்.
- சராசரி வீத முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை எழுதிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- 9.1 தேர்ச்சி மட்டத்தின் போது கற்ற காலத்தொடர் கூறுகளில் பருவகாலக் கூறும் ஒரு கூறும் என ஞாபகப்படுத்தி காலத் தொடர் பகுப்பாய்வின் போது பருவகால மாறலை மதிப்பிடல் அவசியமானது எனக் குறிப்பிடவும்.
- வகுப்பு மாணவர்களை மூன்று குழுக்களாக வகைப்படுத்தி வகுப்புக்களின் வரவு இடாப்புக்கள் மூன்றை மூன்று குழுக்களுக்கு வெவ்வேறாகப் பெற்றுக் கொடுத்துப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- ஒரு வாரத்தின் ஒவ்வொரு நாட்களுக்கும் ஏற்ப மாணவர்களின் அன்றாட வருகைக் கான பருவகாலச் சுட்டிகள் 5 யினை உருவாக்கும் பொருட்டு கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும் வரவு இடாப்பின் ஐந்து நாட்களும் பாடசாலை நடத்தப்பட்ட நான்கு வாரங்களை மாதிரியொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- உங்களால் பெறப்பட்ட நான்கு வாரங்களுள் முதலாவது வாரத்தில் மாணவர்களின் மொத்த வரவினைக் கணிக்கவும்.
- அப்பெறுமானத்தை அவ்வாரத்தில் பாடசாலை நடத்தப்பட்ட தினங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து அவ்வாரத்தின் சராசரி அன்றாட வருகையினைக் கணிப்பிடவும்.
- அவ்வாரத்தின் திங்கட்கிழமை வருகையினை வாரத்தின் சராசரி அன்றாட வருகையின் வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடவும்.
- இம்முறையில் நான்கு வாரங்களிலும் திங்கட்கிழமைகள் நான்கிற்குரிய வீதத்தைப் பெற்று அவற்றைக் கூட்டி நான்கால் வகுப்பதன் மூலம் நான்கு திங்கட்கிழமைக்குமான பொதுவான பெறுமானத்தைக் கணிக்கவும்.
- வாரமொன்றிற்கான காலம் நீண்ட காலமா ஒவ்வொரு நாட்களும் குறுகிய காலமொன்றா எனக் கருதி மேற்குறிப்பிட்டவாறு திங்கட்கிழமைக்குப் பெற்ற பொதுப் பெறுமதியினை சகல வாரத்திற்குரிய திங்கட்கிழமை பருவ காலச் சுட்டி எனப் பெயரிடவும்.

- திங்கட்கிழமையின் பருவகாலச் சுட்டியினைக் கணிப்பிட்ட முறையிலேயே செவ்வாய், புதன், வியாழன், வெள்ளி ஆகிய நான்கு நாட்களுக்குமான பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடவும்.
- அப்பருவ காலச் சுட்டிகள் ஐந்தினதும் கூட்டுத்தொகையைக் கணிப்பிடவும்.
- இக்கூட்டுத்தொகையானது 500 க்குச் சமமானதா என்பதனைப் பரிசீலனை செய்யவும்.
- கூட்டுத்தொகை 500க்கு வேறுபட்டிருப்பின் ஒவ்வொரு நாட்களுக்குமாக உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற சுட்டிப் பெறுமானங்களை அப்பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகையால் வகுத்து 500 ஆல் பெருக்கவும்.
- இறுதியாகக் கிடைத்த பெறுமதிகளை ஒவ்வொரு நாளிற்குமான பருவகாலச் சுட்டியாகப் பெயரிடவும்.
- ஒரே வகுப்பின் ஐந்து நாட்களுக்குமான பருவகாலச் சுட்டியை ஒப்பிட்டும் ஒரே நாளின் பருவ வகைச் சுட்டிகளை வகுப்புக்களிடையே ஒப்பிட்டும் வகுப்பின் 5 நாட்களிலும் மாணவர்களின் அன்றாட வருகை தொடர்பான கருத்துக்களை முன் வைக்கவும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - ஒரு வார காலத்தில் அவதானம் செலுத்தும் பொழுது ஒவ்வொரு நாட்களுக்குமான பருவகாலச் சுட்டியினைக் கணிப்பிட்ட முறைக்கமைய ஒரு வருட காலமொன்றிற் கான மாதாந்தப் பருவகாலச் சுட்டி, காலாண்டுப் பருவகாலச் சுட்டி போன்றவை களையும் கணிப்பிட முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - மேற்குறிப்பிடப்பட்ட படிமுறைகளினூடாகப் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவ தானது சராசரி வீத முறை என அழைக்கப்படும் என்பதைக் குறிப்பிடவும்.
  - சராசரி வீத முறையில் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் சிறந்த பண்புகள் மட்டுமன்றி பாதகமான பண்புகளும் காணப்படுகின்றன என்பதை மாணவர் களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.
- பின்வரும் செயற்பாட்டைப் படிப்படியாகக் கலந்துரையாடி காலாண்டிற்குரிய பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடவும்.

### செயற்பாடு

- வணிக நிறுவனமொன்று 2012 - 2016 காலாண்டு ரீதியான விற்பனை(ரூபா மில்லியனில்) பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

ஆண்டு	1ம் காலாண்டு	2ம் காலாண்டு	3ம் காலாண்டு	4ம் காலாண்டு
2012	30	40	36	34
2013	34	52	50	44
2014	40	58	54	48
2015	54	76	68	62
2016	80	92	86	82

- சராசரி வீத முறையைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு காலாண்டுக்குமான பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடவும்.

தீர்வுப் படிமுறை - 1

ஒவ்வொரு காலாண்டிற்குரிய சராசரி விற்பனையைக் கணிப்பிடல்.

$$2012 - \frac{30 + 40 + 36 + 34}{4} = \frac{140}{4} = 35$$

$$2013 - \frac{34 + 58 + 50 + 44}{4} = \frac{180}{4} = 45$$

$$2014 - \frac{40 + 52 + 54 + 48}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

$$2015 - \frac{54 + 76 + 68 + 62}{4} = \frac{260}{4} = 65$$

$$2016 - \frac{80 + 92 + 86 + 82}{4} = \frac{340}{4} = 85$$

படிமுறை - 2

சகல காலாண்டுத் தரவுகளையும் அந்தந்த வருடங்களின் காலாண்டிற்குரிய சராசரி விற்பனையின் அடிப்படையில் வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடவும்.

தீர்வு:

$\frac{30}{35} \times 100 = 85.71$	$\frac{40}{35} \times 100 = 114.29$	$\frac{36}{35} \times 100 = 102.86$	$\frac{34}{35} \times 100 = 97.14$
$\frac{34}{45} \times 100 = 75.56$	$\frac{52}{45} \times 100 = 115.56$	$\frac{50}{45} \times 100 = 111.11$	$\frac{44}{45} \times 100 = 97.78$
$\frac{40}{50} \times 100 = 80.00$	$\frac{58}{50} \times 100 = 116.00$	$\frac{54}{50} \times 100 = 108.00$	$\frac{48}{50} \times 100 = 96.00$
$\frac{54}{65} \times 100 = 83.08$	$\frac{76}{65} \times 100 = 116.92$	$\frac{68}{65} \times 100 = 104.62$	$\frac{52}{65} \times 100 = 95.38$
$\frac{80}{85} \times 100 = 94.12$	$\frac{92}{85} \times 100 = 108.24$	$\frac{86}{85} \times 100 = 101.18$	$\frac{82}{85} \times 100 = 96.47$



படிமுறை - 3

காலாண்டு வீதங்களின் இடைகளைக் கணிப்பிடவும்.

தீர்வு:

	1ம் காலாண்டு	2ம் காலாண்டு	3ம் காலாண்டு	4ம் காலாண்டு
	85.71	114.29	102.86	97.14
	75.56	115.56	111.11	97.78
	80.00	116.00	108.00	96.00
	83.08	116.92	104.62	95.38
	94.12	108.24	101.18	96.47
மொத்தம்	418.47	571.01	527.77	482.77
	<u>418.47</u>	<u>571.01</u>	<u>527.77</u>	<u>482.77</u>
இடை	5	5	5	5
	83.69	114.20	105.55	96.55

படிமுறை - 4

காலாண்டு வீதங்களின் இடைகளைக் கூட்டுத்தொகை 400 இற்குச் சமனாகுமாறு சீராக்கம் செய்யப்பட்டு நான்கு காலாண்டுகளின் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடவும்.

தீர்வு:

$83.49 + 114.20 + 105.55 + 96.55 = 399.79$  என்பதனால்,

1ம் காலாண்டின் சுட்டியை 83.70 என எடுப்பதன் மூலம் அதனை 400 இற்குச் சமப்படுத்த முடியும்.

1ம் காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி	=	83.70
2ம் காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி	=	114.20
3ம் காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி	=	105.55
4ம் காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி	=	<u>96.55</u>
		<u>400.00</u>

**பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- காலாண்டு ரீதியான பருவகாலச் சுட்டியைச் சராசரி வீத முறையினூடாகக் கணிப்பிடுவதற்காகப் பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்ற முடியும்.

படிமுறை - 1 ஒவ்வொரு வருடத்தினதும் காலாண்டுத் தரவுகளின் சராசரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

படிமுறை - 2 காலாண்டு ரீதியான தரவுகளுக்குரிய வருடத்தின் சராசரியினைக் வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடல்.

படிமுறை - 3 வெவ்வேறுபட்ட வருடங்களுக்குமான ஒவ்வொரு காலாண்டுக்கு முரிய வீதங்களின் சராசரியைக் கணித்தல்.

படிமுறை - 4 3ம் படிமுறையில் பெறப்படும் சராசரிப் பெறுமானங்களின் கூட்டுத் தொகை 400 ஆகுமாறு சீராக்கம் செய்து காலாண்டிற்குரிய பருவகாலச் சுட்டியைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

- சராசரி வீத முறைமையின் சாதகமான பண்புகளைப் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
  - இம்முறையானது இலகுவானதும் எளிமையானதுமான முறையொன்றாகும்.
  - காலத்தொடர் தரவுகளின் நீண்டகாலப் போக்குகள் உள்ளடக்கப்படாதிருந்தால் மட்டுமே இம்முறை பொருத்தமானது எனக் குறிப்பிட முடியும்.
- சராசரி வீத முறைமையின் பாதகமான பண்புகள்:
  - காலத்தொடரில் காணப்படும் போக்கு, சுழற்சி மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறல்கள் நீக்கப்பட்டுப் பருவகால மாறலை உருவாக்குவதற்கான கோட்பாட்டு ரீதியான அடிப்படைகளைக் கருத்திற் கொள்ளாமை.
  - இம்முறைமையின் மூலம் கிடைக்கும் சுட்டெண்ணை பொதுவான பகுப்பாய்வொன்றிற்காக உறுதிப்படுத்த முடியாதிருத்தல்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.8:** பருவகாலச் சுட்டியை உருவாக்குவதற்கு நகரும் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பருவகாலச் சுட்டியை உருவாக்குவதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்ற நகரும் சராசரி முறையினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நகரும் சராசரி முறைக்கமைய பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடும்படி முறைகளை விளக்குவார்.
- உதாரணங்களினூடாகப் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவார்.
- நகரும் சராசரி முறையில் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவதன் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடுவது தொடர்பில் தேர்ச்சி மட்டம் 9.7 இல் கற்ற சராசரி வீத முறையின் பிரதானமான குறைபாடாகிய போக்கு, சுழற்சி ஒழுங்கற்ற நகர்வுகளை நீக்காது பருவகாலச் சுட்டி கணிக்கப்படுவதன் காரணமாக பருவகாலச் சுட்டியினுள் அக்கூறுகளையும் உள்ளடக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- இதன் காரணமாக அக்கூறுகளைப் படிப்படியாக நீக்குவதன் மூலம் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பதன் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டி, அதற்காகப் பயன்படுத்தக் கூடிய முறையொன்றாக நகரும் சராசரி எனப்படுகின்ற முறையொன்று காணப்படுகின்றது என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை மூன்று குழுக்களாகப் பிரித்து மூன்று வகுப்புக்களின் மாணவர்களின் வரவு இடாப்புக்கள் மூன்றினை ஒரு குழுவிற்கு ஒன்று என்றவாறு மூன்று குழுவிற்கும் பகிர்ந்தளித்து மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 1**

- வாரமொன்றின் ஒவ்வொரு நாளுக்குமான மாணவர்களின் வரவிற்கான பருவகாலச் சுட்டிகள் ஐந்தினை உருவாக்குவதற்கு உங்களுக்குக் கிடைத்துள்ள மாணவர் வரவு இடாப்பின் 5 நாட்களும் பாடசாலை நடாத்தப்பட்ட நான்கு வாரங்களின் மாதிரி யொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- ஒவ்வொரு வாரத்திலும் நாளாந்த வரவுத் தரவுகளை ஒன்றன் பின் ஒன்றாக வரக் கூடியவாறு ஒழுங்குபடுத்தவும்.
- ஆகாரம் 5 எனக் கருதி நகரும் சராசரியினைக் கணிப்பிட்டு அந்த 5 நாட்களினதும் மத்திய (நடு) திகதிக்கு ஏற்புடையதாக அமையும் வகையில் அதனை எழுதிக் காட்டவும்.

- நகரும் சராசரிக்கு ஏற்புடையதாக வழங்கப்பட்டுள்ள காலத்தொடரின் மூலத் தரவுகளை நகரும் சராசரி வீதமொன்றாகக் கணிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- கிடைத்த வீதப் பெறுமதிகளைத் திங்களுக்குரிய பெறுமதிகள், செவ்வாய்க்குரிய பெறுமதிகள், புதனுக்குரிய பெறுமதிகள், வியாழனுக்குரிய பெறுமதிகள், வெள்ளிக் குரிய பெறுமதிகள் என வேறுபடுத்திக் கொள்ளவும்.
- ஒவ்வொரு நாளிற்குமான வீதப் பெறுமதிகளின் இடையினைக் கணிக்கவும்.
- கணிப்பிடப்பட்ட இடைகள் ஐந்தினதும் மொத்தம் 500 ஆகக் காணப்படுகின்றதா என்பதைப் பரீட்சிக்கவும்.
- ஐந்து இடைகளினதும் மொத்தம் 500 ஆகக் காணப்படாவிடின், ஒவ்வொரு நாளினதும் இடையினை, 5 நாட்களின் இடையின் மொத்தத்தினால் பிரித்து 500 இனால் பெருக்கவும்.
- கிடைத்த பெறுமதிகளை ஒவ்வொரு நாளிற்குமான பருவகாலச் சுட்டியாகக் குறிப்பிடவும்.
- ஒரே வகுப்பின் 5 நாட்களுக்குமான பருவகாலச் சுட்டிகளை ஒப்பிடுவதன் மூலமும், ஒரே நாளின் பருவகாலச் சுட்டிகளை வகுப்புக்களிடையே ஒப்பிடுவதன் மூலமும் மாணவர்களின் நாளாந்த வரவு தொடர்பிலான கருத்துக்களை முன்வைக்கவும்.
- காலாண்டு பருவகாலச் சுட்டியினை நகரும் சராசரி முறையில் கணிப்பிடுவதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 2

- காலத் தொடரொன்று தொடர்பில் பின்வரும் காலாண்டுத் தரவுகள் உங்களுக்கு வழங்கப்பட்டுள்ளன. இது ஒரு வகைச் சுற்றுலா வலயத்திற்கு வருகை தருகின்ற சுற்றுலாப் பயணிகள் தொடர்பான தரவுகளாகும். (எண்ணிக்கை ஆயிரங்களில்)

வருடம்	1ம் காலாண்டு	2ம் காலாண்டு	3ம் காலாண்டு	4ம் காலாண்டு
2012	68	62	61	63
2013	65	58	66	61
2014	68	63	63	67
2015	70	59	56	62
2016	60	55	51	58

- நகரும் சராசரி முறையினைப் பயன்படுத்தி காலாண்டு பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிக்கவும்.

தீர்வு:

படிமுறை 1:

- அடிப்படைத் தரவுகளை நகரும் சராசரியின் வீதமொன்றாகக் கணிப்பதற்காகப் பின்வரும் முறையில் அமைந்த அட்டவணையொன்றைத் தயாரித்துக் கொள்ளல்.

வருடம்	காலாண்டு	அடிப்படைத் தரவுகள்	நான்கு ஆகாரங்களின் நகரும் மொத்தம்	நகரும் சராசரி	மைய நகரும் சராசரி	வீதம்
2012	1	68	-	-	-	-
	2	62	-	-	-	-
	3	61	254	63.50	63.125	96.63
	4	63	251	62.75	62.250	101.20
2013	1	65	247	61.75	62.375	104.21
	2	58	252	63.00	62.750	92.43
	3	56	250	62.50	62.875	104.97
	4	61	253	63.25	62.870	95.50
2014	1	68	258	64.50	64.125	106.64
	2	63	255	65.25	64.500	97.67
	3	63	261	65.75	65.500	96.18
	4	67	263	64.75	65.250	102.68
2015	1	70	259	63.00	63.875	109.59
	2	59	252	61.75	62.375	94.59
	3	56	237	59.25	60.500	92.56
	4	62	233	58.25	58.750	105.53
2016	1	60	228	57.00	57.625	104.12
	2	55	224	56.00	56.500	97.35
	3	51	-	-	-	-
	4	58	-	-	-	-

படிமுறை 2:

- அடிப்படைத் தரவுகளை மைய நகரும் சராசரிக்கு வீத முறையில் கணிப்பிடப்பட்டுள்ள வீத நிரலின் பெறுமதிகளை காலாண்டு முறையில் வேறுபடுத்தி பின்வருமாறு காலாண்டு இடை வீதத்தைக் கணித்தல்.

வருடம்	நகரும் சராசரியின் வீதப் பெறுமதிகள்			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2012	-	-	96.63	101.20
2013	104.21	92.43	104.97	95.50
2014	106.04	97.67	96.18	102.68
2015	109.59	94.57	92.56	105.53
2016	104.12	97.35	-	-
மொத்தம்	423.96	382.04	390.34	404.91
இடை	105.99	95.51	97.585	101.23

- $105.99 + 95.51 + 97.585 + 101.23 = 400.315$  ஆக இருப்பதுடன் பின்வருமாறு அண்மிய முழுமையான பெறுமதிக்கு மேலேயுள்ள ஒவ்வொரு நகரும் சராசரியின் வீதப் பெறுமதிகளை மட்டம் தட்டி அவை 400 வரக்கூடியவாறு ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ள முடியும்.

$$106 + 95 + 98 + 101 = 400$$

அதற்கேற்ப ஒவ்வொரு காலாண்டிற்குமான பருவகாலச் சுட்டியாக இப்பெறுமதிகளை ஏற்றுக்கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

காலாண்டுகள்	I	II	III	IV
பருவகாலச்சுட்டி	106	95	98	101

நகரும் சராசரி வீதத்தின் பெறுமதியின் கூட்டுத்தொகை 400க்கு சமமாக இல்லாத சந்தர்ப்பத்தில் அது சரியாக 400க்கு சமமாகும் வரையில் பின்வருமாறு சீராக்கப்படல் வேண்டும்.

கிடைக்கப் பெற்றுள்ள நகரும் சராசரி  
வீதங்களின் இடை

$$\text{காலாண்டிற்குரிய சரியான பருவகாலச் சுட்டி} = \frac{\text{கிடைத்துள்ள மொத்தப் பெறுமதி}}{\text{கிடைக்கப்பெற்றுள்ள நகரும் சராசரி வீதங்களின் இடை}} \times 400$$

$$1. \text{ காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி} = \frac{105.99}{400.30} \times 400 = 105.9067$$

$$2. \text{ காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி} = \frac{95.51}{400.35} \times 400 = 95.4348$$

$$3. \text{ காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி} = \frac{97.585}{400.35} \times 400 = 97.5082$$

$$4. \text{ காலாண்டின் பருவகாலச் சுட்டி} = \frac{101.23}{400.35} \times 400 = 101.1503$$

400.0010

பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.

- மேற்குறிப்பிட்ட முறையில் பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிடல் நகரும் சராசரி முறை எனப்படுமென
- இம்முறையானது படிப்படியாக ஏனைய நகர்வுகளை நீக்கிப் பருவகாலச் சுட்டியைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையொன்றாகும் என
- காலத்தொடர் தரவுகளில் நகரும் சராசரிகளை எடுக்கும்போது பருவகால நகர்வு மற்றும் சீரற்ற நகர்வுகள் நீங்கி போக்கு மற்றும் சுழற்சிப் பெறுமதிகள் மாத்திரம் உள்ளடங்கியிருக்கும் என
- அடிப்படைத் தரவுகளை நகர்வுச் சராசரிகளின் வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடும்போது போக்கு மற்றும் சுழற்சிகள் நீக்கப்பட்டுப் பருவகால மற்றும் சீரற்ற பெறுமதிகள் மாத்திரம் கிடைக்கும் என எதிர்பார்க்கலாம் என
- வீதங்களின் இடையினைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் சீரற்ற நகர்வுகள் நீங்கிப் பருவகால நகர்வுகள் மாத்திரம் எஞ்சியிருக்கும் என எதிர்பார்க்கலாம் என
- காலத் தொடரொன்றிற்குரிய மாதாந்த தரவுகளின் மூலம் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குமான நகரும் சராசரியினைப் பயன்படுத்திப் பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பிட முடியுமென
- காலத் தொடரொன்றிற்குரிய காலாண்டுத் தரவுகளினூடாக நகரும் சராசரி முறையினைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு காலாண்டிற்குமான பருவகாலச் சுட்டியைக் கணிப்பிட முடியுமென
- நகரும் சராசரிக்குரிய வரிசை இரட்டைப் பெறுமதியினைக் கொண்டிருக்கும்போது மைய நகரும் சராசரி வரை கணிப்பிடப்படல் வேண்டும் என
- நகரும் சராசரி முறையில் பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் சாதகமானது போன்றே பாதகமான பண்புகளும் காணப்படுகின்றதென

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- காலத் தொடர் தரவுகளில் காணப்படுகின்ற போக்கு, சுழற்சி, சீரற்ற நகர்வுகளைப் படிப்படியாக நீக்கிப் பருவகால நகர்வுகளை வெளிப்படுத்துகின்ற முறையொன்றாக நகரும் சராசரி முறையினைக் குறிப்பிட முடிதல்.
- காலத்தொடர் தரவுகளில் (y) நகரும் சராசரி அல்லது மைய நகரும் சராசரிகளை எடுப்பதன் மூலம் காலத்தொடரின் பருவகால மற்றும் சீரற்ற நகர்வுகள் நீங்கி போக்கு, சுழற்சி தரவுகள் மாத்திரம் எஞ்சியிருக்கும். அடிப்படைத் தரவுகளை நகரும் சராசரியினால் பிரிக்கும்போது பருவகால மற்றும் சீரற்ற நகர்வுகள் மாத்திரம் எஞ்சியிருக்கும் ஒத்த காலாண்டுகளின் இடைகளைக் கணிப்பதன் மூலம் சீரற்ற நகர்வுகள் நீங்கி பருவகால நகர்வுகள் மாத்திரம் எஞ்சியிருக்கும் என எதிர்பார்த்தல், நகரும் சராசரி முறையினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பிடும் தர்க்க ரீதியான அடிப்படையாகும்.
- காலத் தொடரொன்றின் பருவகால நகர்வுகள் மாற்றமின்றிக் காணப்படும்போது அவற்றை அளவிடுவதற்கு ஏனைய முறைகளை விடச் சிறந்த சுட்டியாக நகரும் சராசரி முறையினூடாகக் கிடைக்கப் பெறும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

- நகரும் சராசரி முறையில் காலாண்டு பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பிடும் படிமுறைகள் பின்வருமாறு:
  1. ஒவ்வொரு வருடத்திற்குமான காலாண்டுத் தரவுகளை (y) ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாக தொடர்ச்சியாக அமையக்கூடியவாறு காலத்தொடரில் நிலைக்குத்தாகக் காட்டுதல்.
  2. காலத்தொடரிற்கான வரிசை 4வது நகரும் சராசரியினைக் கணித்து, அவற்றின் மைய நகரும் சராசரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
  3. காலத்தொடர் பெறுமதி (y) க்கு ஏற்புடையதாக நகரும் சராசரிப் பெறுமதியின் வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடல்.
  4. மேலே மூன்றாவது படிமுறையில் பெற்றுக் கொண்ட வீதங்களைக் காலாண்டு அடிப்படையில் வேறுபடுத்தி நான்கு காலாண்டுகளுக்கான வீதங்களின் இடையினைக் கணிப்பிடல்.
  5. 4வது படிமுறையில் கிடைத்த வீத இடைகளின் மொத்தமானது 400க்குச் சமமாகக் காணப்படாவிடின் 400க்குச் சமப்படும் வகையில் சீராக்கங்களை மேற்கொள்ளல்.
- பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பதற்கு நகரும் சராசரி முறையில் பின்வரும் சாதகமான பண்புகள் காணப்படுகின்றன.
  - நகரும் சராசரி முறையினூடாகப் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்களை மிகச் சரியாகக் கணிப்பிட முடியும்.
  - கூடுதலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற முறையொன்றாகப் பருவகாலச் சுட்டி காணப்படல்.
- பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிப்பிடுவதற்கு நகரும் சராசரி முறையின் பாதகமான பண்புகளில் சில பின்வருமாறு:
  - சராசரி வீத முறையைப் போன்ற எளிய முறையொன்றாகக் காணப்படாமை.
  - காலத்தொடரின் தொடக்க, முடிவு பருவகாலங்கள் சிலவற்றிற்குரிய நகரும் சராசரி வீதப் பெறுமானங்கள் கிடைக்காமை.
- காலத்தொடர் தரவுகளில் இறுதிப் பெறுமதி காணப்படும் சந்தர்ப்பங்களில் நகரும் சராசரிக்குப் பதிலாக நகரும் இடைப் பெறுமதிகளைப் பயன்படுத்த முடியும்.



**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.9:** பருவ காலங்களிலிருந்து தரவுகளை நீக்கிப் பொருத்தமான தீர்மானங்களை எடுப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பருவ காலங்களிலிருந்து தரவுகளை நீக்குதலை விளக்குவார்.
- காலத் தொடர் தரவுகளின் பருவகால மாறலை நீக்குவதன் தேவைப்பாடு பற்றி விளக்குவார்.
- காலத் தொடரின் ஆரம்பத் தரவுகளை உரிய பருவகாலச் சுட்டியைப் பயன்படுத்தி நீக்குவார்.
- காலத்தொடர் வரைபினடிப்படையில் பருவகாலத்திலிருந்து நீக்கப்பட்ட தரவுகளை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- பருவகால மாறல்களை நீக்கப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்த தீர்மானமெடுப்பார்.
- பருவகாலத்தினை நீக்கிய தரவுகளுக்கு பருவகாலச் சுட்டியை உட்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- தரவுகளைப் பருவகாலத்திலிருந்து நீக்கப்படுதலை விளக்குவதற்காகப் பின்வரும் செவ்வியை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து வழங்கப்பட்ட செயற்பாடுகளில் ஈடுபடுத்தவும்.

வாடகை வண்டி

உரிமையாளர்:- என்ன முதலாளி, இன்று நடையில் எங்கே போறீங்க, வாங்க, நான் கொண்டு போய் விடுகிறேன்.

வியாபாரி:- ஹா, போவோம் போவோம்.

வாடகை வண்டி

உரிமையாளர்:- எங்கே உங்கட கார், ஏதாவது பிரேக்டவுனொன்றா?

வியாபாரி:- பாருங்கோவன் பெரிய பிரச்சினையொன்று. லீசிங் கட்ட முடியாமல் போயிற்று. காரை லீசிங் கம்பனியால எடுத்துச் சென்று விட்டாங்க.

வாடகை வண்டி

உரிமையாளர்:- அது என்ன முதலாளி! பிஸ்னஸ்ஸில் பிரச்சினையா?

வியாபாரி:- முன்னைப் போலவே இந்தக் காலத்திலும் மழை பெய்யும் என நினைத்து வங்கியிலிருந்து எடுத்த கடனின் கூடுதலான அளவுக்கு குடை உற்பத்தி செய்தேன். வேறு வருடங்களிலும் இந்தக் காலத்தைப் போலவே செய்தேன். இந்தக் காலத்தில் மழை பெய்யவில்லை. அதனால் எனது எல்லா எதிர்ப்பும் பாழடைந்து போனது.

நான் இந்த நேரத்தில் என்ன செய்வேன் என்று யோசிக்கிறேன். இந்த முறை கடை வாடகையைக் கூடக் கொடுக்க முடியாத நிலைதான் ஏற்படும்.

வாடகை வண்டி  
உரிமையாளர்:-

மழை பெய்யிர காலத்தில் எல்லா வருடங்களிலும் எங்களுக்கும் நல்ல பிஸ்னஸ்தான். நான் இந்தத் தடவை சிறிய கடனொன்றை எடுத்து நல்லதாக வாகனத்தைச் செய்து ஆயத்தமாகத்தான் இருக்கிறேன்.

வியாபாரி:-

அப்படியானால் நீயும் என்னைப் போல வருத்தத்தில் விழுந்திட்டாய் போல.

வாடகை வண்டி  
உரிமையாளர்:-

எதிர்பார்த்த மாதிரி முன்னைய மாதிரி மழை பெய்யாட்டி வருமானம் எவ்வளவாக இருக்கும் எனக் கணக்குப் பார்த்து அதற்கும் ஆயத்தமாக இருந்ததால் மழை பெய்யவில்லை என்று எனக்குப் பெரிய பிரச்சினையொன்றும் இல்லை.

வியாபாரி:-

உண்மைதான். நானும் அப்படி ஆயத்தமாக இருந்திருந்தால் இந்தப் பிரச்சினை ஏற்பட்டிருக்காது. நாங்க நெனைக்கிற மாதிரி மேல கீழ் போறது இது நிலையானதாக இல்ல தானே.

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - பருவகாலம் மாறல்கள் காரணமாக மாறியொன்று தற்காலிகமாக மேல் கீழான நிலைகளுக்கு உட்படுவதனால் பருவகால மாறிகளினடிப்படையில் மாறியொன்றின் போக்கினை எதிர்வு கூறுதல் சிரமமானதாகும்.
  - பருவகால மாறல்களுடன் கூடிய தரவுகளினடிப்படையில் மேற்கொள்ளப்படும் எதிர்வு கூறுதல் தொடர்பாக நம்பிக்கை வைத்து வணிக நடவடிக்கைகளைத் திட்டமிடுவது இடருடன் கூடியதாகும்.
  - எதிர்வு கூறலொன்றை மேற்கொள்ளும்பொழுது காலத்தொடர் தரவுகளில் காணப்படும் பருவகால மாறல்கள் நீக்கப்படுதல் அவசியமானதாகும். அது காலத் தொடர் தரவுகளிலிருந்து பருவகால மாறல்களை நீக்குதல் என்றழைக்கப்படும்.
  - பருகாலச் சுட்டியைப் பயன்படுத்தி பருவகால மாறல்களிலிருந்து காலத்தொடர் தரவுகளை விடுவிக்க முடியும்.

### செயற்பாடு - 1

- பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

பருவகால மாறல்களின் அடிப்படையில் குளிர் களி விற்பனை

விற்பனை	கூடிய மழைபொழியும் காலம் டிசம்பர் - மார்ச்	வெப்பமான காலம் ஜூன் - ஆகஸ்ட்
சராசரி மட்டம்	60%த்தை விடக் குறைவடையும்	50%த்தை விட உயர்வடையும்.
2016 ஆம் ஆண்டின் விற்பனை	800 kg	1 800 kg

2016 ஆம் ஆண்டின் உத்தேச காலநிலையில் மாற்றங்கள் இடம்பெறவில்லை எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றைக் கணிப்பிடவும்.

1. டிசம்பர் - மார்ச் காலப் பகுதியின் குளிர் களி விற்பனை எவ்வளவு?
2. ஜூன் - ஆகஸ்ட் காலப் பகுதியின் குளிர் களி விற்பனை எவ்வளவு?

தீர்வு: செயற்பாடு - 1

1. டிசம்பர் - மார்ச் காலப் பகுதியின் உண்மை விற்பனைப் பெறுமானம் 800 kg ஆகும். இது சராசரி விற்பனை மட்டத்திலிருந்து 60% உம் வீழ்ச்சியடைந்த பின்னரான விற்பனையாக இருப்பதனால் அக்காலத்தில் கடுமையான மழை கிடைக்காதிருப்பின்

விற்பனையாக இருக்க வேண்டிய தொகையானது  $\frac{800}{40} \times 100 = 2000 \text{kg}$  ஆகும்.

2. ஜூன் - ஆகஸ்ட் காலப் பகுதியின் உண்மை விற்பனைப் பெறுமானம் 1 800 kg ஆகும்.

இது சராசரி விற்பனை மட்டத்தை விட 50% த்தால் உயர்வடைந்த விற்பனை என்பதனால் இக்காலம் வரட்சியான காலமல்லாதிருப்பின் விற்பனையாக இருக்க

வேண்டிய தொகை  $\frac{1800}{150} \times 100 = 1200 \text{kg}$

பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலைக் கட்டியெழுப்புங்கள்.

- பருவகால மாறல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு சில பருவகால விற்பனையானது சராசரி விற்பனையை விட உயர்ந்து செல்வதுடன் சில பருவ காலங்களின் சராசரி விற்பனையை விடக் கீழ்நோக்கிச் செல்லும்.
- இவ் ஒவ்வொரு பருவ காலங்களுக்காகப் பொதுவான பருவகாலச் சுட்டி காணப்படு மாயின் காலத்தொடர் தரவுகளை பருவகாலச் சுட்டியின் மூலம் வகுப்பதனால் (இழிவாக்கல் செய்வதன் மூலம்) பருவகால மாறல்களை நீக்க முடியும்.

செயற்பாடு - 2

- தைக்கப்பட்ட ஒரு வகை ஆடைக்கான 2015, 2016 ஆம் ஆண்டுகளுக்குரிய காலாண்டு ரீதியான விற்பனைகளும் அவ் ஒவ்வொரு காலாண்டுகளுக்குமுரிய பொதுப் பருவ காலச் சுட்டியும் பின்வருமாறு உங்களுக்குத் தரப்படுகின்றது.

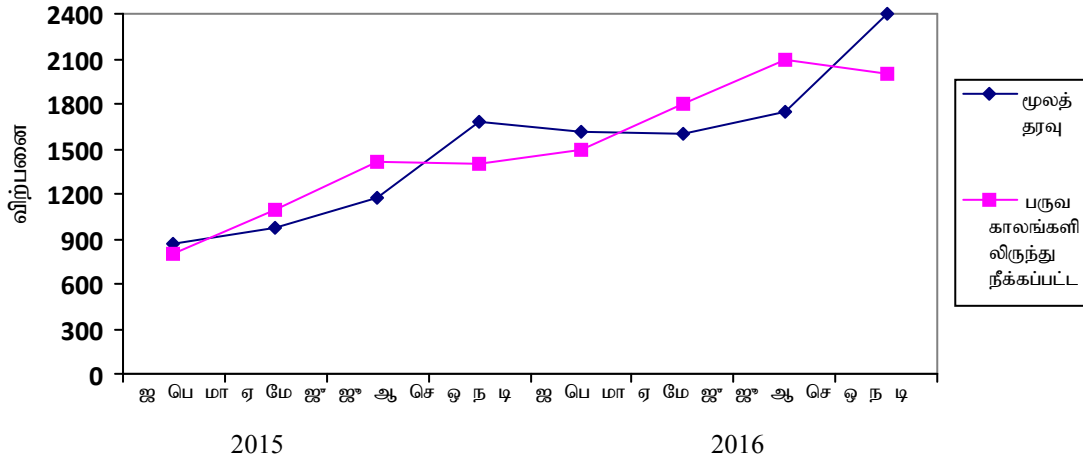
காலாண்டுகள்	விற்பனை அலகுகள்		பருவகாலச் சுட்டி
	2015	2016	
ஜனவரி - மார்ச்	864	1620	108
ஏப்ரல் - ஜூன்	979	1602	89
ஜூலை - செப்டம்பர்	1172	1743	83
ஒக்டோபர் - டிசம்பர்	1680	2400	12

1. 2015, 2016 ஆம் ஆண்டுகளின் காலாண்டுகளுக்குரிய விற்பனையை பருவகாலத் தாக்கங்களிலிருந்து நீக்கிக் காட்டவும்.
2. 2015 ஆம், 2016 ஆம் ஆண்டுகளின் காலாண்டு விற்பனைகளும் அக்காலாண்டு களுக்காகப் பெற்றக் கொள்ளப்பட்ட பருவகாலத் தாக்கங்களிலிருந்து நீக்கி விற்பனைப் பெறுமானங்களை ஒரே வரைபில் வரைந்து காட்டவும்.
3. வரைபினடிப்படையில் உங்களது கருத்துக்களை வெளிப்படுத்தவும்.

தீர்வு: செயற்பாடு - 2

1. பருவகாலத் தாக்கங்களிலிருந்து நீக்கப்பட்ட தரவுகள்

2015 - I காலாண்டு	$864 \div \frac{108}{100} = 800$
II காலாண்டு	$979 \div \frac{89}{100} = 1100$
III காலாண்டு	$1172 \div \frac{83}{100} = 1412$
IV காலாண்டு	$1680 \div \frac{120}{100} = 1400$
2016 - I காலாண்டு	$1620 \div \frac{108}{100} = 1500$
II காலாண்டு	$1602 \div \frac{89}{100} = 1800$
III காலாண்டு	$1743 \div \frac{83}{100} = 2100$
IV காலாண்டு	$2400 \div \frac{120}{100} = 2000$



- பருவகாலங்களிலிருந்து நீக்கப்பட்ட தரவுகளில் மாறல்கள் குறைவாக இருக்கின்றது என்பதனை அவதானிக்கக் கூடியதாக இருக்கின்றது. பருவகாலங்கள் நீக்கப்படும்பொழுது அனேகமான போக்குப் பெறுமானங்கள் கிடைக்கப் பெறுவதே இதற்குரிய காரணமாகும்.
- பருவ காலங்களிலிருந்து நீக்கப்பட்ட தரவுகளுக்குப் பருவகாலங்களை உட்படுத்துவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்க.

### செயற்பாடு - 3

- 2016 ஆம் ஆண்டில் இலங்கையில் சுற்றுலா வலையத்திற்கு வருகை தரும் என எதிர்பார்க்கக்கூடிய உல்லாசப் பிரயாணிகளின் எண்ணிக்கையை பருவ காலங்களிலிருந்து நீக்குவதற்காகச் சீரமைக்கப்பட்டதன் பின்னர் பின்வரும் தரவுகள் உங்களுக்குத் தரப்படுகின்றது.

காலாண்டு	உல்லாசப் பிரயாணிகளின் எண்ணிக்கை
2016 - 1ம் காலாண்டு	22
2ம் காலாண்டு	20
3ம் காலாண்டு	16
4ம் காலாண்டு	18

பருவகாலங்களிலிருந்து நீக்குவதற்காகப் பயன்படுத்தப்பட்ட பருவகாலச் சுட்டிகள் முறையே 80, 110, 90, 120 ஆக இருப்பின் கூடுதலாக வருகை தரும் உல்லாசப் பிரயாணிகள் வருகையை அறிக்கைப்படுத்தும் காலாண்டையும் குறைவான உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கையினை அறிக்கைப்படுத்தும் காலாண்டினையும் குறிப்பிடுங்கள்.

தீர்வு: செயற்பாடு - 3

Iம் படிமுறை: ஒவ்வொரு காலாண்டுகளிலும் அறிக்கைப்படுத்தப்படும் உல்லாசப் பிரயாணிகளின் எண்ணிக்கையை கணிப்பிடுவதற்காகப் பருவகாலத்திலிருந்து நீக்கப்பட்ட தரவுகளுக்காக பருவகாலங்களை உட்படுத்துவதற்காக காலாண்டு ரீதியான பருவகாலச் சுட்டிகள் மூலம் பெருக்கப்படல்.

$$\begin{aligned} 2016 - 1\text{ம் காலாண்டு} & 22 \times \frac{80}{100} = 17.6 \\ & 2\text{ம் காலாண்டு} & 20 \times \frac{110}{100} = 22.0 \\ & 3\text{ம் காலாண்டு} & 16 \times \frac{90}{100} = 14.4 \\ & 4\text{ம் காலாண்டு} & 18 \times \frac{120}{100} = 21.6 \end{aligned}$$

IIம் படிமுறை: கூடுதல் மற்றும் குறைவான உல்லாசப் பிரயாணிகள் வருகை தரும் காலாண்டுகளை இனங்காணல்.

கூடுதலாக உல்லாசப் பிரயாணிகள் வருகை தரும் காலாண்டு 2 ஆவது காலாண்டாகும்.

குறைவான உல்லாசப் பிரயாணிகள் வருகை தரும் காலாண்டு 3 ஆவது காலாண்டாகும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- பருவகாலங்களுடன் கூடிய தரவுகளைப் பயன்படுத்தி எதிர்வு கூறல் மேற்கொள்வது சிரமமானது.
- உத்தேச பருவ மாறல்கள் ஏற்படாவிடின் உருவாகின்ற வணிக நிலைமைகளுக்கு முகங்கொடுப்பதற்கும் வணிகர்கள் ஆயத்தமாக இருத்தல் வேண்டும்.
- இதன் காரணமாக பருவகால மாறல்களிலிருந்து சுயாதீனமான தரவுகளைப் பெற்று அவற்றின் போக்குத் தொடர்பாகவும் அறிந்திருத்தல் வேண்டும்.
- காலாண்டு அல்லது மாதாந்தக் காலத் தொடர் தரவுகளை குறிப்பிடப்பட்ட ஒவ்வொரு காலாண்டுக்கோ அல்லது மாதத்திற்கு ஒத்ததாகவோ பருவகாலச் சுட்டிகளில் அவதானம் செலுத்துவதன் மூலம் பருவ காலங்களிலிருந்து விடுவித்துக் கொள்ள முடியும்.
- பருவ காலத் தாக்கங்களிலிருந்து விடுவிக்கப்பட்ட தரவுகளை பருவ காலச் சுட்டிகளினால் பெருக்குவதன் மூலம் மீண்டும் பருவ காலத்துடன் கூடிய தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

**தேர்ச்சி 9.0:** காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறிகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 9.10:** காலத்தொடர் கூறுப் பகுப்பாய்வினைப் பயன்படுத்தி எதிர்வு கூறுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எதிர்வு கூறலை விபரிப்பார்.
- நீண்டகாலப் போக்கு, பருவகாலச் சுட்டி என்பவற்றைப் பயன்படுத்திக் காலத்தொடர் மாறிகளை எதிர்வு கூறுவார்.
- நீண்டகாலப் போக்குக் கோட்டில் சமன்பாட்டின் அடியில் மாற்றம் செய்து எதிர்வு கூறலை மேற்கொள்வார்.
- வருடாந்தத் தரவுகளை மாதங்களுக்கு அல்லது காலாண்டுக்குப் பொருந்தச் செய்து எதிர்வு கூறலை மேற்கொள்வார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- தரம் 12 இன் 1ம், 2ம், 3ம் தவணைப் பரீட்சைகள் தரம் 13 இன் 1ம் தவணைப் பரீட்சை எனும் நான்கு தவணைப் பரீட்சைகளில் வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் தாம் பெற்ற புள்ளிகளை முறையாக ஒரு தாளில் எழுதிக் கொள்ளுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அதற்கேற்ப தரம் 13 இல் 2ம், 3ம் தவணைப் பரீட்சைகளில் தமக்குக் கிடைக்கக் கூடிய புள்ளிகளைக் கருதுகோளின் அடிப்படையில் எழுதுமாறு மாணவர்களுக்கு அறிவுறுத்தவும்.
- இவ்வாறு ஒரு மாறியின் கடந்தகால நடத்தையினைப் பரிசீலித்து அம்மாறியில் எதிர்காலத்தில் ஏற்படக்கூடியதென அனுமானிக்கும் பெறுமதியினைத் தர்க்கரீதியாகக் கருதுதல், எதிர்வு கூறல் (forecasting) எனப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- எந்தவொரு காலத்தொடர் மாறியினதும் எதிர்காலப் பெறுமதியினை எதிர்கூறல் பொருத்தமானது மற்றும் பயனுடையது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- $y = 284 + 1.44x$   
y என்பது கம்பனியொன்றின் வருடாந்த விற்பனை வருமானம் மில்லியன் ரூபாவிலும் x அலகு ஒன்றினை ஒரு வருடம் எனவும் (அடி வருடம் - 2014) எனும் போக்குச் சமன்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.  
2022 ஆம் வருடத்தில் போக்குப் பெறுமதியினை எதிர்வு கூறுவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- அப்பெறுமதி ரூபா 295 520 000 ஆகும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- இந்த எதிர்வு கூறலானது போக்கினை மாத்திரம் அடிப்படையாகக் கொண்டே இது மேற்கொள்ளப்பட்டது என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- காலத்தொடர் மாறியொன்றின் பெறுமதியினை எதிர்வு கூறும்போது பருவகாலக் கூறுகளின் தாக்கங்களையும் கவனத்தில் கொள்ளல் பொருத்தமானது என்ற கருத்தினைக் கட்டியெழுப்பவும்.

- சுழற்சி மற்றும் சீரற்ற கூறுகள் அடிக்கடி இடம்பெறாமையினால் எதிர்வுகூறலுக்கு அவற்றைப் பயன்படுத்தத் தேவையில்லை என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- $y = (\beta_0 + \beta_1 x) \times \frac{S}{100}$  சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்திக் காலத்தொடர் மாறியின்

மொத்தப் பெறுமதியான  $y$  இனை எதிர்வு கூறமுடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டி மாணவர்களைப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுத்தவும்.

$y = 71 + 0.36x$  என்பது காலாண்டுத் தரவுகளைப் பயன்படுத்திக் கட்டியெழுப்பப்பட்ட போக்குக் கோடாகும். இங்கு அடியாண்டாகிய 2016 முதலாம் காலாண்டாவதுடன்  $x$  அலகு ஒரு காலாண்டாவதுடன்  $y$  அலகொன்றை மில்லியன் ரூபாவாகும். குறிப்பிட்ட மாறிகளுடன் தொடர்புடையதாகப் பருவகாலச் சுட்டியானது பின்வருமாறு கணிக்கப்பட்டுள்ளது.

காலாண்டுகள்	பருவகாலச் சுட்டி
I	102
II	120
III	90
IV	88

2020 ஆம் ஆண்டின், 3 ஆவது காலாண்டுப் பெறுமதியினை எதிர்வு கூறவும்.

- 2016 முதலாம் காலாண்டிலிருந்து 2020 ஆம் ஆண்டின், 3 ஆவது காலாண்டு வரை முறையே காலாண்டுகளை இலக்கமிட்டு 2020 இன் 3 ஆவது காலாண்டுக்குரிய தொடர் இலக்கத்தை பெற்றுக் கொள்வதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும். அதற்கேற்ப உரிய சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி 2020 இன் 3 ஆவது காலாண்டுக்குரிய பெறுமதியினை எதிர்வு கூறவும்.

தீர்வு:

$$2016 - 1\text{ம் காலாண்டு } 0 \text{ ஆயின் } Q_1 = 0 \quad Q_2 = 1 \quad Q_3 = 2$$

$$2016 - 3\text{ம் காலாண்டு } 2 \text{ ஆகும்.}$$

$$2020 - 3\text{ம் காலாண்டு } 2+4 \times 4 = 18 \text{ ஆகும்.}$$

அதற்கேற்ப,

2020 ஆம் ஆண்டின், 3 ஆவது காலாண்டிற்குரிய பெறுமதி

$$y = (71 + 0.36x) \times \frac{90}{100}$$

$$y = (71 + 0.36 \times 18) \times \frac{90}{100}$$

$$y = (71 + 6.48) \times 0.9$$

$$y = 77.48 \times 0.9$$

$$y = 69.732$$

$$= \underline{\underline{\text{ரூபா } 69\,732.000}}$$



- நீண்டகாலப் போக்குக் கோட்டின் அடியினை மாற்றுவதன் மூலமும் எதிர்வு கூறலை மேற்கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- $y = 284 + 1.44x$  (2014 - அடி வருடம்)  
போக்குக் கோட்டின் அடியாண்டு 2018 வரை மாற்றுகின்ற முறையினை விளக்கவும்.

- $y = 284 + 1.44(x + 4)$   
 $y = 284 + 1.44x + 5.76$   
 $y = \underline{\underline{289.76 + 1.44x}}$

- வருடாந்த போக்குக் கோடு வழங்கப்பட்டிருப்பின் அதற்கேற்ப மாதாந்த போக்குக் கோட்டின் சமன்பாடு அல்லது காலாண்டுப் போக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- $y = 284 + 1.44x$  - (2014 அடி வருடம்)  
சமன்பாட்டின் அடியினை 2015 சனவரி மாதத்திற்கு நகர்த்தி 2015 செப்டம்பர் மாதத்தின் போக்குப் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கான ஆலோசனையை மாணவர் களுக்கு வழங்கவும்.

- 2014.07.01 மாதாந்த போக்கினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு  $y = 284 + 1.44x$  சமன்பாட்டின் இடைவெட்டு 12 ஐ, தொடர் இலக்கம் 144 இனால் வகுக்க வேண்டும் என்பதை சுட்டிக் காட்டவும். அப்போது,

$$y = \frac{284}{12} + \frac{1.44x}{144}$$

$$y = 23.67 + 0.01x - 2014.07.01$$

- 2015 சனவரி மாதத்திற்கு அடி வருடத்திற்கு நகர்த்தும் போது அதன் அடிப்படைத் திகதி 2015 சனவரி 15யினை பயன்படுத்துவது பொருத்தமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டி அதிலிருந்து அடி வருடத்தை மாற்றுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$y = 23.67 + 0.01(x + 6.5)$$

$$y = 23.67 + 0.065 + 0.01x$$

$$y = 23.735 + 0.01X \text{ (2015.01.15)}$$

இதற்கேற்ப 2015.09.15 போக்குப் பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.

$$y = 23.735 + 0.01 \times 8$$

$$y = 23.735 + 0.08$$

$$y = 23.815$$

$$= \underline{\underline{\text{ரூபா } 23 \text{ } 815.000}}$$

- இதே விடையினை 1வது போக்குச் சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமா என்பதைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்பதற்கு மாணவர்களை அதில் ஈடுபடுத்தவும். அதன்போது,

$$y = 23.67 + 0.01x - 2014.07.01$$

அப்போது 2015.09.15 வரை  $14\frac{1}{2}$  மாதங்கள் காணப்படுவதனால்,

$$y = 23.67 + 0.01 \times 14.5$$

$$y = 23.67 + 0.145$$

$$y = 23.815$$

$$= \underline{\underline{\text{ரூபா } 23 \ 815.000}}$$

இம்முறையில் வருடாந்த போக்குச் சமன்பாட்டின் உதவியுடன் காலாண்டுக்கான போக்குக் கோட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

$$y = 284 + 1.44x - 2014.07.01$$

$$y = \frac{284}{4} + \frac{1.44x}{16}$$

$$y = 71 + 0.09x - 2014.07.01$$

- இந்தக் காலாண்டுப் போக்குக் கோட்டின் அடியாண்டினை 2014 இறுதி காலாண்டுக்கு நகர்த்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

(2014.07.01 – 2014.11.15 வரை காலாண்டு  $1\frac{1}{2}$  ஆகும்.)

$$y = 71 + 0.09(x + 1.5)$$

$$y = 71 + 0.135 + 0.09x$$

$$y = 71.135 + 0.09x - 2014.11.15$$

இதற்கேற்ப 2017 முதலாம் காலாண்டின் போக்குப் பெறுமதியினை எதிர்வு கூறுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

2014 - IV வது காலாண்டிலிருந்து 2017 - I வது காலாண்டு வரை காலாண்டுகளின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

இதற்கமைய 2017 1ம் காலாண்டின் போக்கின் பெறுமானம்,

$$y = 71.135 + 0.09 \times 9$$

$$y = 71.135 + 0.81$$

$$y = 71.945$$

$$= \underline{\underline{\text{ரூபா } 71 \ 945.000}}$$

இதனை 2014.07.01ம் திகதியின் அடிப்புள்ளியிலிருந்து நேரடியாக பெற்றுக் கொள்ள முடியுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

அப்போது 2014.07.01- 2017.02.15 வரை காலாண்டுகளின் எண்ணிக்கை  $10\frac{1}{2}$  ஆகும்.

$$y = 71 + 0.09 \times 10.5$$

$$y = 71 + 0.945$$

$$y = 71.945$$

$$= \underline{\underline{\text{ரூபா 71 945.000}}}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- காலத் தொடர் பகுப்பாய்வின் இறுதி நோக்கம் எதிர்வுகூறுதலாகும்.
- கட்டியெழுப்பப்பட்ட காலத்தொடர் மாதிரியொன்றைப் பயன்படுத்தி ஏதேனும் மாறியொன்றிற்காக வழங்கப்படுகின்ற எதிர்கால காலஅலகொன்றிற்கான மொத்தப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதே எதிர்வுகூறுதலாகும்.
- $y = \beta_0 + \beta_1 x$  எனும் மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டு கட்டியெழுப்பப்படும் போக்குச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி யாதேனும் எதிர்காலப் பகுதியொன்றின்  $y$  இன் பெறுமானத்தை எதிர்வு கூற முடியும்.
- பொதுவாக காலத்தொடரொன்றின் எதிர்காலப் பெறுமானத்தை எதிர்வு கூறுவதற்காக நீண்டகாலப் போக்குப் பருவ காலக் கூறு எனும் இரண்டையும் அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வருமாறு பயன்படுத்த முடியும்.

$$y = (\beta_0 + \beta_1 x) \times \frac{S}{100}$$

- கட்டியெழுப்பப்பட்ட போக்குக் கோடொன்றின் அடியினை அல்லது அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் காலப்பகுதியைத் தேவைக்கேற்ப மாற்றிக் கொள்ள முடியும்.
- அவ்வாறு அடியில் மாற்றம் செய்யும்போது தொடர்ச்சியுடன் கூடிய இடைவெட்டு மாற்றமடைந்த புதிய போக்குச் சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- வருடத்திற்குப் போக்குச் சமன்பாடு வழங்கப்பட்டுள்ளபோது அதனுடாக மாதாந்த போக்குச் சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$y = \frac{\beta_0}{12} + \frac{\beta_1 x}{144}$$

- வருடத்திற்கான போக்குச் சமன்பாடு வழங்கப்பட்டுள்ளபோது அதனுடாகக் காலாண்டு அடிப்படையிலான போக்குச் சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$y = \frac{\beta_0}{4} + \frac{\beta_1 x}{16}$$

- வருடாந்த போக்குக் கோடொன்றின் அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் திகதி வருடத்தின் மத்தியில் வரும் திகதியும் மாதாந்த போக்குக் கோடொன்றின் அடிப்படைத் திகதி மாதத்தின் மத்தியில் வரும் திகதியும் காலாண்டுக்கான போக்குக் கோடொன்றின் அடிப்படைத் திகதி காலாண்டின் மத்தியில் வரும் திகதியுமாகும்.

**தேர்ச்சி 10.0:** முகாமைத்துவத் தீர்மானமெடுப்பதற்குப் புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 10.1:** உற்பத்திப் பொருளொன்றின் தரம், தரத்தில் செல்வாக்குச் செலுத்தும் மாறல்கள் என்பனவற்றை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- உற்பத்திப் பொருளின் தரம் என்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.
- உற்பத்திப் பொருளின் தரங்கள் வேறுபடுவதில் செல்வாக்குச் செலுத்தும் நிகழ்தகவுக் காரணங்களை உதாரணங்களுடன் விளக்குவார்.
- உற்பத்திப் பொருளொன்றில் தரம் மாற்றமடைவதில் தாக்கம் செலுத்துவதும் சாட்டக் கூடியதுமான காரணிகளை உதாரணங்களோடு விளக்குவார்.
- உற்பத்திப் பொருளொன்றின் தரத்தைப் பாதுகாப்பதற்குத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறையைப் பயன்படுத்துவதன் முக்கியத்துவத்தை உறுதிப்படுத்துவார்.
- புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு என்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.
- புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டின் நன்மைகளை எழுதிக் காட்டுவார்.
- பொருளொன்றின் அல்லது சேவையொன்றின் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்துவதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய புள்ளி விபர நுட்ப முறைகளை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- தரம் என்றால் என்ன என்பதனை மாணவர்களுக்கு விளக்குவதற்காகப் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் மாணவர் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - பாடசாலையொன்றின் மாணவர்களின் சீருடை தொடர்பாக ஆண் பிள்ளைகளின் நீளக் காற்சட்டைகளின் காலின் சுற்றளவு 16” என நிர்ணயிக்கப்பட்டிருத்தல்.
  - பாடசாலையொன்றின் பெண்பிள்ளைகளின் சட்டையொன்றின் நீளம் முழங்காலின் மத்திய பகுதி எனக் குறிக்கப்படல்.
  - உற்பத்திப் பொருளொன்றில் ISO சான்றிதழ் குறிக்கப்பட்டிருத்தல்.
  - SLS சான்றிதழ் அற்ற சுவைச் சரக்குப் பொதியொன்றில் 500g என நிறை குறிக்கப் பட்டிருத்தல்.
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களுக்கு ஏற்றவாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- காற்சட்டையின் காலின் சுற்றளவு 16” என்பதும் சட்டையின் நீளம் முழங்கால் மத்தி என்பதும் முழுமையானதும் நிலையானதுமான நியமம் ஒன்றெனவும் மாணவர் களுக்கு தெளிவுபடுத்தவும்.
- SLS சான்றிதழைக் கொண்ட பொருளொன்றாக இருப்பின் இலங்கைத் தரக் கட்டளைப் பணியகத்தின் நியமத்திற்கமைய உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருளொன்று என உறுதிப் படுத்தப்பட்ட பொருளொன்றாகும் என்பதனை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- ISO சான்றிதழுடன் கூடிய பொருளொன்றாக இருப்பின் சர்வதேச தரச் சான்றிதழைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு ஏற்றவாறான நியமங்களுக்களுடன் காணப்படும் பொருளொன்று என மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- SLS சான்றிதழ் அற்ற ஆயினும் 500g என நிறை குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும் சுவைச் சரக்குப் பொதியொன்றின் முழுமையான குறித்த நியமமாக இருப்பது 500g நிறை மட்டமாகும் என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும். இங்கு தரச் சான்றிதழ் இல்லாமையினால் அப்பொருளின் தரம் உறுதிப்படுத்தப்படவில்லை என்றும் நுகர்வோர்களுக்கு 500g என்பது முழுமையான உறுதியான நியமத்திற்குப் பொருளின் நிறை காணப்படுகின்றதா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்ய முடியும் என்பதனை விளக்கவும்.
- முழுமையான குறித்த வெளியீட்டுக்குப் பொருத்தமானவாறு பொருள் அல்லது சேவை காணப்படுவது உற்பத்திப் பொருளின் தரம் என அழைக்கப்படும் என்பதனை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- உற்பத்திப் பொருளின் தரத்தில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துவதில் தாக்கம் செலுத்தும் காரணிகள் இரண்டு காணப்படுகின்றது என்பதை விளக்குவதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- உற்பத்தியொன்று முழுமையான குறித்த நியமத்திற்கமைய இல்லாதிருப்பதில் தாக்கம் செலுத்தக்கூடிய காரணங்களை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.

நியத்திற்கு ஏற்புடையாமல் இருப்பதற்கான காரணங்கள்	A	B	C
• இயந்திரமானது சிறியளவில் வெப்பமடைதல்			
• இயந்திரம் சரியான முறையில் ஒழுங்குபடுத்தப்படாமை			
• சூழல் வெப்பம் மாற்றமடைதல்			
• வழுவூன் கூடிய மூலப்பொருள்கள் பயன்படுத்தப்படல்			
• இயந்திரத்தின் பகுதிகள் தேய்வுறுதல்			
• பருவ காலங்கள் மாற்றமடைதல்			

- பின்வரும் ஆலோசனைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - எழுமாற்றாக ஏற்படும் மாறியொன்றாக இருப்பின் A எனக் காட்டப்படும் இடத்தில் (✓) அவ்வாறில்லாவிடின் (×) எனும் அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தவும்.
  - மாறல்களுக்கான காரணங்களை இனங்கண்டு அதனைத் திருத்த முடியுமாயின் நிரலில் B (✓) அடையாளத்தையும் அவ்வாறு செய்ய முடியாவிடின் (×) அடையாளத்தையும் இடவும்.
  - வழுவூன் திருத்தாது இயற்கையாகவே சரியான தன்மையை எடுக்கக்கூடியதாக இருப்பின் C நிரலில் (✓) எனும் அடையாளத்தையும், அவ்வாறில்லாவிடின் (×) எனும் அடையாளத்தையும் இடவும்.
  - A நிரலில் (✓) அடையாளமும் B நிரலின் (×) அடையாளமும், C நிரலின் (✓) அடையாளமும் காணப்படுவதற்கான காரணங்களை ஒரு பக்கத்திலும் ஏனைய காரணங்களை அடுத்த பக்கத்திலும் இருக்குமாறு இரு வகைகளாக வேறுபடுத்து மாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

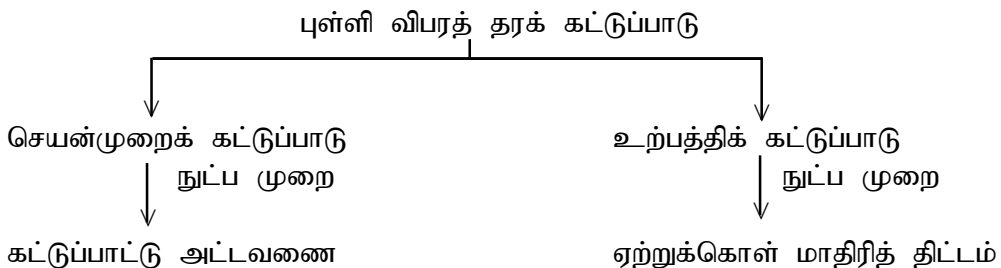
தீர்வு:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• இயந்திரம் சிறியளவில் வெப்பமடைதல்.</li> <li>• சூழலின் வெப்பம் மாற்றமடைதல்.</li> <li>• பருவ காலங்கள் மாற்றமடைதல்.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• இயந்திரம் சரியான முறையில் ஒழுங்குபடுத்தப்படாமை.</li> <li>• வழுவூன் கூடிய மூலப்பொருள்கள் பயன்படுத்தப்பட்டிருத்தல்.</li> <li>• இயந்திரத்தின் பகுதிகள் தேய்வடைதல்.</li> </ul>
---	---

- மேற்காட்டிய வகைப்படுத்தல்களுக்கமைய எழுமாற்றாக உருவாகின்ற மாறிகளுக்கான காரணங்களை இனங்கண்டு திருத்த முடியாத, வழுவைச் சீரமைப்பின்றி இயற்கையானதாகச் சீரமைப்பு இடம்பெறக்கூடிய மாறிகளை எழுமாற்று மாறிகள் எனவும், அவ்வாறு இடம்பெறாத மாறிகளைச் சாட்டுதல் செய்யக்கூடிய மாறிகள் எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- உற்பத்திச் செயல் முறைகளுக்காகப் பயன்படுத்தப்படும் மூலப்பொருள்களும் உற்பத்திச் செயல் முறையில் கிடைக்கும் வெளியீட்டுப் பொருள்கள் குறிப்பிட்ட நியமத்திற்கமைய இருக்கின்றதா இல்லையா என்பதனைப் பரிசீலனை செய்வது மிக முக்கியமானது எனவும், அது **உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு** என அழைக்கப்படுவதுடன் இதற்காக “ஏற்றுக் கொண்ட மாதிரித் திட்டம்” எனும் நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகிறது எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- உற்பத்திச் செயல் முறையின்போது உற்பத்திப் பொருள் முழுமையான குறிப்பிட்ட நியமத்திற்கமைய பூர்த்தி செய்யப்படுகின்றதா இல்லையா என்பதனைப் பரிசீலனை செய்தல் **செயல் முறைக் கட்டுப்பாடு** எனவும், அதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் நுட்ப முறைகள் **கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை** எனவும் மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மேலே கலந்துரையாடப்பட்ட செயல்முறைக் கட்டுப்பாடு, உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு ஆகிய இரு பகுதிகளின் மொத்தமே புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாடாகும் என மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டின் பயன்களை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிக் குறிப்புக்களை எழுதிக் கொள்ளவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- உற்பத்திப் பொருள் அல்லது சேவையொன்றின் உத்தேச பூரணமான குறித்த தரம் அதன் தரமாகும்.
- உற்பத்தியொன்றின் முழுமையான குறிப்பிட்ட நியமத்திற்கமைய இல்லாதிருப்பதில் தாக்கத்தைச் செலுத்தும் காரணங்கள் இரண்டாகும்.
  1. எழுமாற்று மாறி (தொடர்ச்சியான மாறிகள் / நிகழ்தகவு மாறிகள்)
  2. சாட்டுதல் செய்யக்கூடிய மாறிகள் (எழுமாற்றல்லாத மாறிகள்)
- எழுமாற்றாக ஏற்படக்கூடிய மாறிகளுக்கான காரணங்களை இனங்கண்டு சீரமைக்க முடியாத, வழுவைச் சீரமைக்காது இயற்கையாகவே சீரமைப்பு இடம் பெறக்கூடிய மாறி எழுமாற்று மாறி என அழைக்க முடியும்.
- மாறிகளுக்கான காரணங்களை இனங்கண்டு சீரமைக்கக்கூடிய வழுவினைச் சீரமைக்கும் வரையில் அவ்வழுவை அவ்வாறே காணப்படும் மாறிகளைச் சாட்டக்கூடிய மாறிகள் என்றழைக்க முடியும்.



- புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டின் பயன்கள்:
  - வழுவை முன்னரே இனங்காணக்கூடியதாக இருப்பதனால் மூலப்பொருள், உழைப்பு, காலம், பணம் என்பனவற்றின் வீணடிப்புக்களை இழிவுபடுத்த முடியும்.
  - உற்பத்தியின் விளைதிறனை அதிகரிக்க முடியும்.
  - சந்தையினுள் பொருள் நிராகரிப்பை இழிவுபடுத்திக் கொள்ள முடியும்.
  - பயிற்சி பெற்ற தரக் கட்டுப்பாட்டாளர்களைப் பயன்படுத்திக் குறைவான சோதனைக் கிரயத்தில் உயர் தர மட்டத்தை உறுதிப்படுத்தக் கூடியதாக இருத்தல்.

**தேர்ச்சி 10.0:** முகாமைத்துவத் தீர்மானமெடுப்பதற்குப் புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 10.2:** மாறிகளைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகப் பொருத்தமான முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

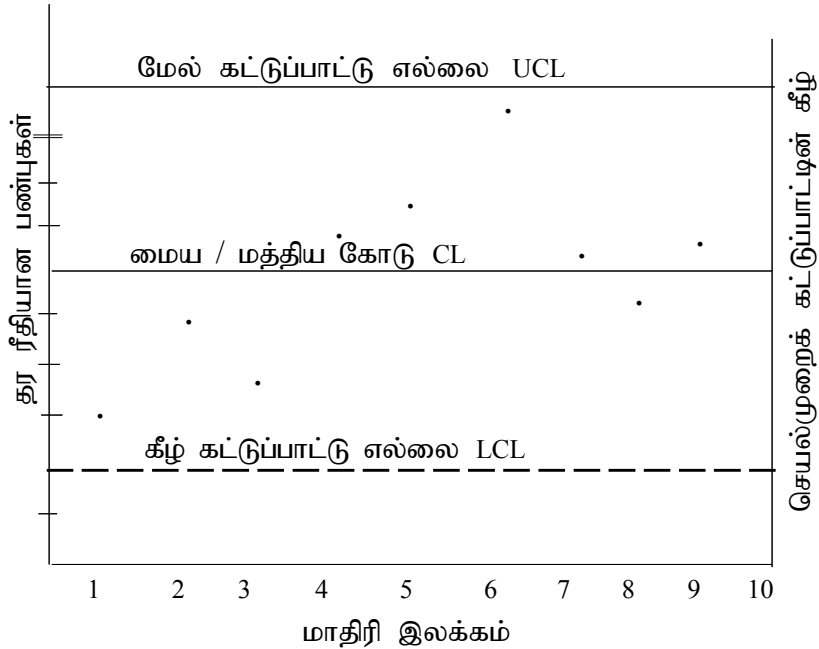
- செயற்பாட்டுக் கட்டுப்பாடு என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவார்.
- மாறிகளின் கட்டுப்பாட்டினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- மாறிகளின் கட்டுப்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை விளக்குவார்.
- மாறிக் கட்டுப்பாட்டிற்கான இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைக் ( $\bar{x}$  - அட்டவணை) கட்டியெழுப்புவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ளபோது இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்காக கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ளபோது இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்படாதபோது  $\bar{x}$  அட்டவணையைத் தயாரிப்பதற்குச் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திக் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்படாதபொழுது  $\bar{x}$  அட்டவணையை உருவாக்குவார்.
- உற்பத்திச் செயல் முறைக் கட்டுப்பாட்டிற்காக வீச்சு அட்டவணை (R அட்டவணை)யை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ளபோது வீச்சு அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ளபோது வீச்சுக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்படாதபோது வீச்சு அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்படாதபோது வீச்சு அட்டவணையை உருவாக்குவார்.
- இடை, வீச்சுக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைகளினூடாக உற்பத்திச் செயல்முறைகள் தொடர்பான கருத்துக்களைக் கூறுவார்.
- கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் பயன்களை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- வீட்டில் உணவு வேலையொன்றைத் (சோறும் கறிகள் சிலவும்) தயாரித்துக் கொள்ளும் செயற்பாட்டின்போது சந்திக்கின்ற பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களிடம் கேட்டு அவற்றை வெண்பலகையில் எழுதவும்.
- உணவு வேலையொன்றிற்குத் தேவையான பொருட்களைத் தெரிவு செய்வதிலிருந்து சமைத்த உணவுகளை உணவு மேசையில் பரிமாறும் வரையில் இடம் பெறுகின்ற ஒவ்வொரு கருமங்களையும் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடி அவற்றை முறையாக ஒழுங்குபடுத்தவும்.



- சுவை, மணம் நிறைந்த தரமான சுவையான உணவு வேலையொன்றைத் தயாரித்துக் கொள்வதற்கு மேலே குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு படிமுறைகளின் போதும் மிகக் கவனமாகவும் சுத்தமாகவும் அவற்றை மேற்கொள்ளல் வேண்டும் என்பதைக் கலந்துரையாடலின் ஊடாக உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.
- வேறு அவ்வாறான உற்பத்தி நடைமுறைகள் தொடர்பாக மாணவர்களிடம் கேட்டு அவற்றைக் வெண்பலகையில் குறிக்கவும்.
- அந்த ஒவ்வொரு செயல்முறைகளின் இறுதியிலும் வெளியாகும் உற்பத்திகளின் (பொருள்/ சேவை) தரத்தினை அளவிட்டுப் பார்ப்பதற்கான முறையினைக் கேட்டறியவும்.
- சில பொருள்களின் தேறிய நிறை, நீளம், அகலம், உயரம், ஆயுட்காலம் போன்ற விடயங்களை அளவிட்டுப் பார்த்து அவை உத்தேச வெளியீட்டுடன் பொருந்துகின்றது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறான காரணிகள் உற்பத்தியொன்றின் தரத்தினை அளவிட்டுக் கூறும் மாறிகளாகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- உற்பத்தியொன்றின் தரத்தில் காணப்படுகின்ற இவ்வாறான மாறிகள் உரிய நியமங்களுக்கேற்ப இடம் பெற்றுள்ளதா என்பதைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற புள்ளி விபர நுட்ப முறையாக “கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை” காணப்படுகின்றது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பின்வரும் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையில் பருமட்டான மாதிரியினை வகுப்பறையின் முன்னால் காட்சிப்படுத்தவும்.



- இவ்வட்டவணையில் கிடை அச்சில் சோதனைக்கு உட்படுத்தப்படும் ஒவ்வொரு மாதிரியின் இலக்கங்களும் நிலைக்குத்து அச்சில் உரிய தரப் பண்புகளும் அதாவது உற்பத்தியின் நிறை, நீளம், அகலம் போன்ற மாறிகள் வெளிக் காட்டப்படுகின்றது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- உற்பத்தியில் உத்தேச பொதுவான தரமட்டம் மையக்கோட்டின் மூலம் வெளிக்காட்டப் படுகிறது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மத்திய கோட்டிற்கு இரு பக்கங்களிலும் மையத்திலிருந்து நியம விலகல் மூன்று என்றவாறு தூரத்தில் இருக்குமாறு மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையும் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லையும் உருவாக்கப்படும் எனக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- கருத்திற் கொள்ளப்படும் தரப் பண்புகளுக்கமைய அளவிடுவதன் மூலம் கணிக்கப் படும் மாதிரிப் புள்ளி விபரப் பெறுமானங்களை ஒத்த மாதிரிப் இலக்கத்திற்கு முன்னாள் அடையாளமிடும் பொழுது சகல புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் அமைந்திருப்பின் செயற்பாடு கட்டுப்பாட்டிற்குட்பட்டுள்ளது எனும் தீர்மானத்திற்கு வர முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அவ் ஒவ்வொரு மாதிரிப் புள்ளிகளும் அல்லது பெறுமானங்களும் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு மேலாக அல்லது கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குக் கீழாகவோ அமைந் திருப்பின் அச்செயல் முறையானது செயன்முறைக் கட்டுப்பாட்டிற்குட்படவில்லை என்ற முடிவிற்கு வரமுடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பின்வரும் தரவுகளை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து மாணவர்களைச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு 1:**

- இயந்திரத்தின் மூலம் பொதி செய்யப்படும் மிளகாய்த்தூள் பொதியொன்றின் தேறிய நிறையினைப் பரிசோதனை செய்வதற்காக அதன் உற்பத்திச் செயல்முறை யில் வேறுபட்ட 10 சந்தர்ப்பங்களின் போது பருமன் 5 வீதப்படியான மாதிரிகள் 10 பெறப்பட்டதுடன் அவ் ஒவ்வொரு மாதிரியின் ஒவ்வொரு பொதிகளிலும் உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும் மிளகாய்த் தூளின் தேறிய நிறையினை அவதானித்து பெறப்பட்ட தரவுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

மாதிரி இலக்கம்	பொதி இலக்கம்				
	1	2	3	4	5
1	240	244	250	249	248
2	247	246	247	248	251
3	250	246	245	247	246
4	251	248	249	250	249
5	249	249	248	249	248
6	246	242	247	248	248
7	244	241	246	249	251
8	243	244	248	246	245
9	248	247	247	251	249
10	251	250	247	249	249

- இவ் அவதானிப்புத் தரவுகளினூடாக இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்கு வதற்காகப் பின்வரும் படிமுறைகளினூடாக மாணவர்களை அதில் ஈடுபடுத்தவும்.
    - (1) ஒவ்வொரு மாதிரித் தரவுகளினதும் இடையினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்  $\bar{x}$ .
    - (2) ஒவ்வொரு மாதிரியினதும் வீச்சினைப் (R) பெற்றுக் கொள்ளவும்.  
மாதிரி வீச்சு = கூடிய அவதானிப்பு - குறைவான அவதானிப்பு
    - (3) அனைத்து மாதிரிகளினதும் இடைகளின் இடையினை அதாவது பெரிய இடையினைப் (Grand Mean  $\bar{\bar{X}}$ ) பெற்றுக் கொள்ளவும்.
    - (4) அவ்  $\bar{\bar{X}}$  பெறுமானத்தை (பெரிய இடை) கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மையக் கோடாகக் கருதுவது பொருத்தமானது எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
    - (5)  $\bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$  மூலமாக மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் (UCL) கணிப்பிடுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
    - (6)  $\bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$  இனூடாக கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் (LCL) கணிப்பிடுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- கவனிக்கவும்: கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின்  $A_2$  எனும் காரணிக்ரூரிய பெறுமானம்  $n = 5$  வரிசையை வாசிப்பதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

#### தீர்வு:

செயற்பாடு - 1 ஒவ்வொரு மாதிரிகளினதும் இடையினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

மாதிரிப் பெறுமானம்	மொத்தம் $\sum_{i=1}^5 X_i$	இடை $\bar{x}$	மாதிரி வீச்சு R
1	1231	246.2	10
2	1239	247.8	5
3	1234	246.8	5
4	1247	249.4	3
5	1243	248.6	1
6	1231	246.2	6
7	1231	246.2	10
8	1226	245.2	5
9	1242	248.4	4
10	1246	249.2	4
	$\Sigma \bar{x}$	2474.0	$\Sigma \bar{x} = 53$

- கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மையக்கோடு  $CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}}{k}$

k என்பது மாதிரி எண்ணிக்கைகளாகும் எனக் கருதுவோம்.

$$\therefore \bar{\bar{x}} = \frac{2474}{10} = \underline{\underline{247.4}}$$

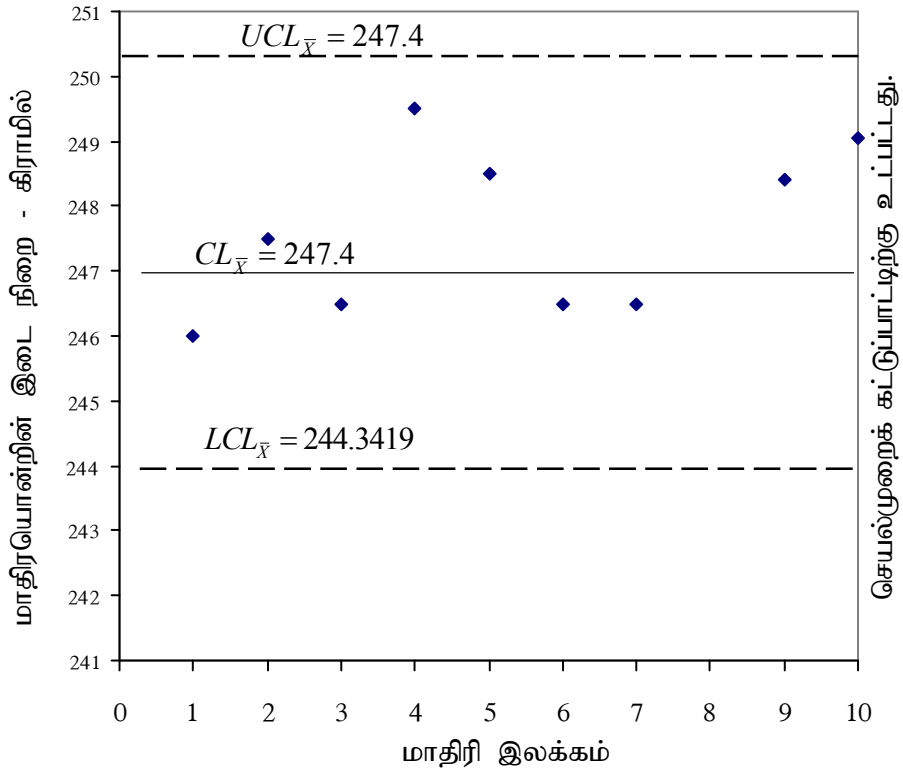
- மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$\begin{aligned}
 UCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\
 &= 247.4 + 0.577 \times \frac{53}{10} \\
 &= 247.4 + 0.577 \times 5.3 \\
 &= 247.4 + 3.0581 \\
 &= \underline{\underline{250.4581}}
 \end{aligned}$$

- கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$\begin{aligned}
 LCL_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \\
 &= 247.4 - 0.577 \times 5.3 \\
 &= 247.4 - 3.0581 \\
 &= \underline{\underline{244.3419}}
 \end{aligned}$$

### இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை



- நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைக் கட்டி யெழுப்புவதற்கான ஆரம்பமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.
- மாணவர்கள் சிலரிடம் பல்வேறுபட்ட அளவுடைய அப்பியாசக் கொப்பிகள் சிலவற்றை வகுப்பின் முன் கொண்டு வரச் செய்து அவற்றின் முன்பக்கத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் நீள அகலங்களைக் கேட்டுக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
- அப்பியாசப் புத்தகங்களின் உற்பத்தி செயன்முறைகளினூடாக வெளிவரும் வெளியீடு களில் உத்தேச பூரணமான குறித்த நியம அளவுகளே அவ்வாறு பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டுங்கள்.
- இவ்வாறு நியமங்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ள வேறு பொருட்கள் தொடர்பாகவும் மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- இதற்கமைய பால்மாப் பொதியொன்றின் தேறிய நிறை, அதில் உள்ளடங்கியுள்ள கல்சியம், கொழுப்பு, உயிர்ச்சத்து, கனிய உப்புக்கள், காபோஹைதரேட்டுக்கள் போன்ற போசணைப் பதார்த்தங்களின் பெறுமதிகளின் வீதம் என்பன முன்னரே நிர்ணயிக்கப்படும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறான வகையில் யாதேனும் மாறியொன்றின் இடைக்காக  $\mu'$  எனவும் நியம விலகலுக்காக  $\sigma'$  எனவும் நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டிருக்கலாம் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அப்பொழுது இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவதற்குப் பொருத்தமான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் எவ்வாறு அமைந்திருக்க வேண்டும் என்பதனை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- மையக் கோடானது முழுமையான குறித்த இடையினைக் கொண்ட  $\mu'$  ஆகவும், மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_{\bar{x}} = \mu' + \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}}$  எனவும், அமைக்கப்படுவது நியாயமானது எனக் கலந்துரையாடலினூடாக வெளிப்படுத்தவும். ( $\frac{3}{\sqrt{n}}$  இன் பெறுமானம் A எனும் தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.)
- இதற்கமைய மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை =  $UCL_{\bar{x}} = \mu' + A\sigma'$  எனவும், கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை =  $LCL_{\bar{x}} = \mu' - A\sigma'$  எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.  
அரிசி ஆலை உரிமையாளரொருவர் 25 kg நிறை கொண்ட அரிசிப் பொதிகளை சந்தைக்கு வழங்குகின்றார். அவரினால் வழங்கப்படும் அரிசி உறையொன்றின் தேறிய நிறை இடை  $\mu' = 24.9$  kg ஆகவும், நியம விலகல்  $\sigma' = 1.5$  kg எனும்

நியமத்தில் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ளது எனக் கருதிக் கொள்ளவும். இச் செயல் முறையில் ஒரு தடவைக்கு அரிசிப் பொதிகள் 12 வீதம் என 10 மாதிரிகள் சோதனை செய்யப் பட்டது. ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் அரிசிப் பொதியொன்றின் இடை நிறை பின்வருமாறு இருந்தது.

மாதிரிப் பெறுமானம்	மாதிரி இடை நிறை $\bar{x}$ kg
1	24.85
2	24.92
3	24.76
4	25.01
5	24.96
6	23.82
7	23.24
8	24.65
9	25.73
10	24.52

இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணிப்பிட்டுச் செயற்பாடானது கட்டுப்பாட்டிலிருந்து விலகியுள்ளதா என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

தீர்வு:

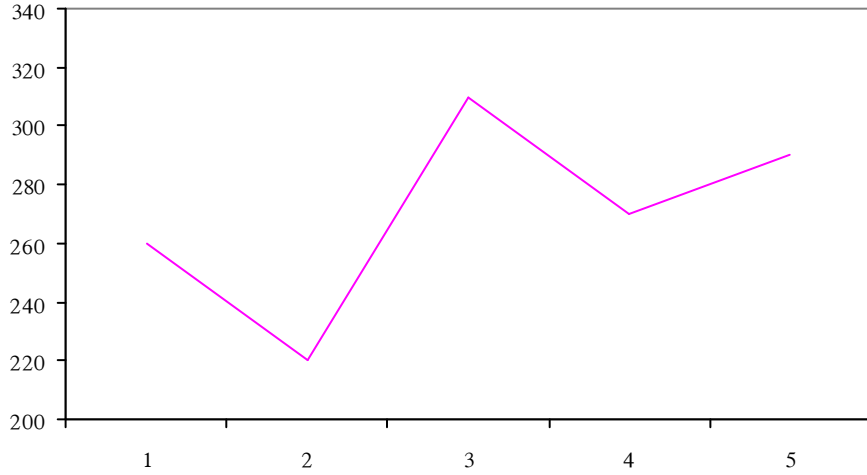
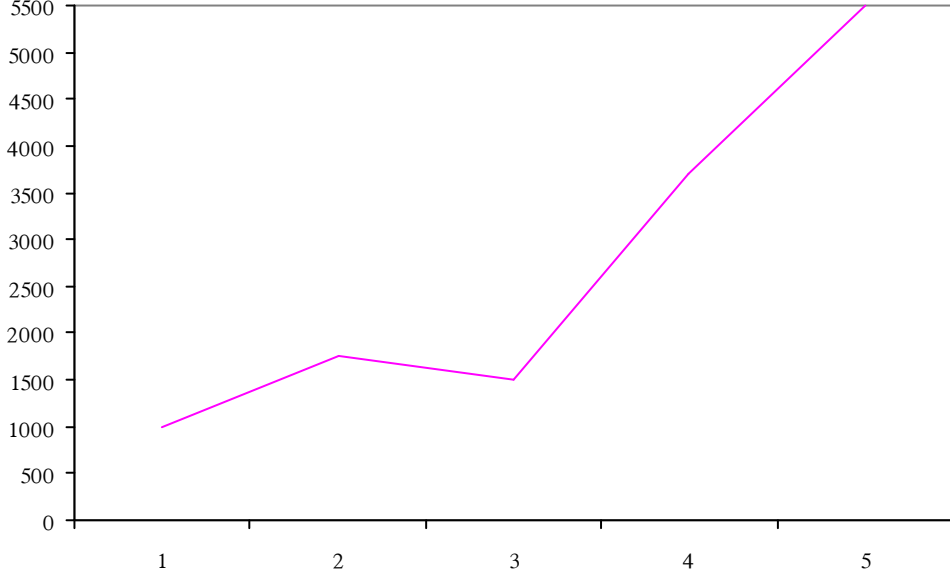
$$\begin{aligned} \text{மையக்கோடு } CL_{\bar{x}} &= \mu' \\ &= 24.9kg \end{aligned}$$

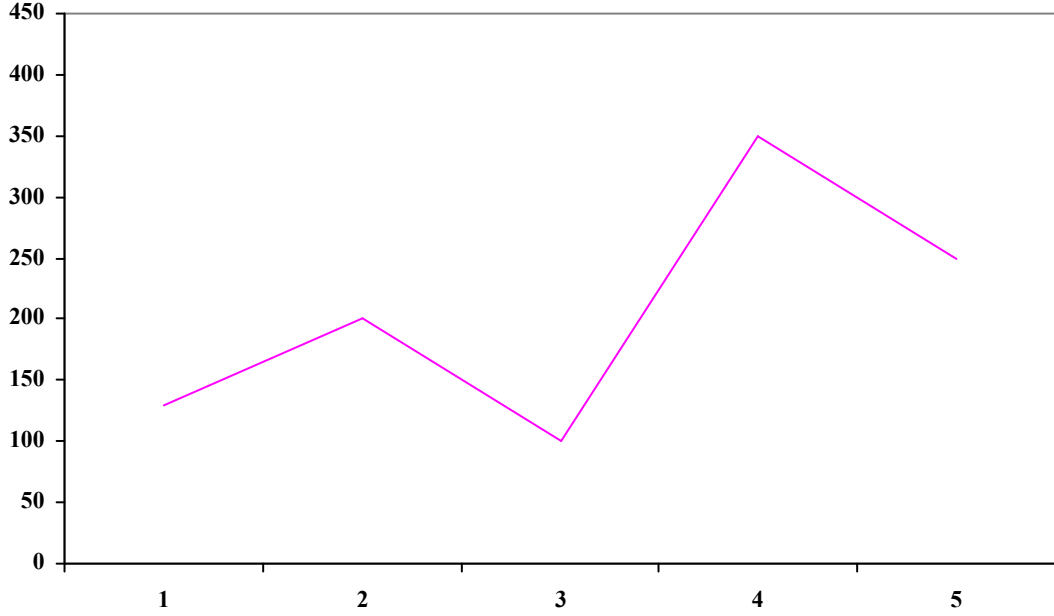
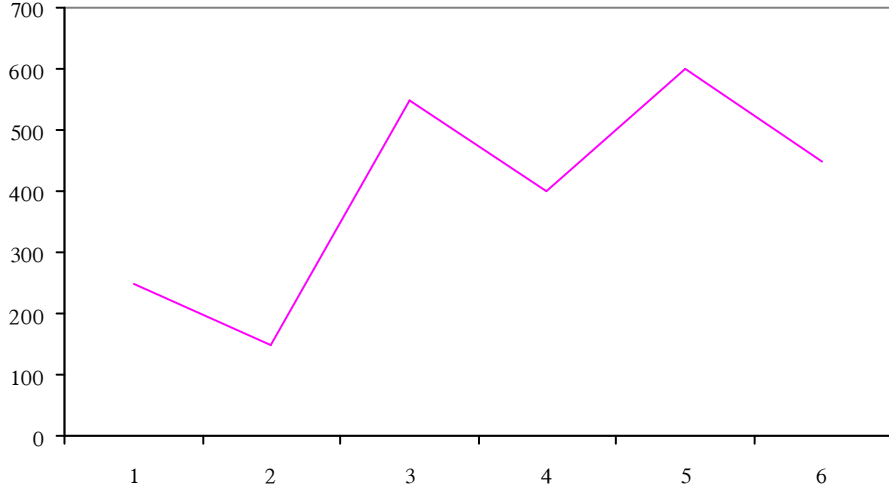
$$\begin{aligned} \text{மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை } UCL_{\bar{x}} &= \mu' + A\sigma' \\ &= 24.9 + 0.866 \times 1.5 \\ &= 24.9 + 1.299 \\ &= \underline{\underline{26.199}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை } LCL_{\bar{x}} &= \mu' - A\sigma' \\ &= 24.9 - 0.866 \times 1.5 \\ &= 24.9 - 1.299 \\ &= \underline{\underline{23.601}} \end{aligned}$$

இதற்கமைய மாதிரி இலக்கம் 7 இன் இடையான 23.24 ஆனது கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு கீழாக அமையப் பெற்றிருப்பதனால் இச் செயற்பாடு கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குட்படவில்லை என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- பின்வரும் வரைபுகளை வகுப்பின் முன் காட்சிப்படுத்தி அவை ஒவ்வொன்றினதும் உயர் பெறுமானத்தையும் தாழ் பெறுமானத்தையும் அடையாளமிடச் செய்யவும்.





- இப்பெறுமானங்கள் இரண்டிற்கிடையிலான வேறுபாட்டை கோடொன்றின் மூலம் குறித்துக் காட்டவும்.
- இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதிரியினதும் உயர்வான, தாழ்வான பெறுமானங்களுக்கிடையிலான வேறுபாடான வீச்சின் மூலமும் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையொன்றை உருவாக்குவது பொருத்தமானது எனக் கலந்துரையாடலினூடாக வெளிப்படுத்தவும்.
- மேலே செயற்பாடு - 1 இல் இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை உருவாக்கப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தின்போது பயன்படுத்திய வீச்சினையும் இடைவீச்சினையும்  $\bar{R}$  மீண்டும் ஞாபகத்திற்குக் கொண்டு வாருங்கள்.
- இவ்வீச்சுக்களினூடாக கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்க முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.



- இங்கு வீச்சு அட்டவணையின் மையக் கோட்டை  $\bar{R}$  எனக் கருதுவதும் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையை  $\bar{R} + 3\sigma_R$  எனவும், கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லையை  $\bar{R} - 3\sigma_R$  எனவும் பிரயோகிப்பது நியாயமானது என வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.
- கணிப்பிடலை இலகுபடுத்தும் பொருட்டு தரக்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின்  $D_3, D_4$  எனும் காரணிகளைப் பயன்படுத்தி வீச்சு அட்டவணையொன்றின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.  
மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_R = D_4\bar{R}$   
கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_R = D_3\bar{R}$   
மையக்கோடு  $CL_R = \bar{R}$
- மேலே வழங்கப்பட்ட இடைக்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவதற்காக பயன்படுத்தப்பட்ட மிளகாய்த்தூள் பொதி செய்தல் செயற்பாடு தொடர்பான சந்தர்ப்பத்தை வகுப்பில் முன்வைத்து அதற்கான வீச்சட்டவணையை உருவாக்குவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

தீர்வு:

மாதிரி இலக்கம்	மாதிரி வீச்சு
1	10
2	5
3	5
4	3
5	1
6	6
7	10
8	5
9	4
10	4

- வீச்சின் இடையினைக் கணிப்பிடவும்.

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{\sum R}{K} \\ &= \frac{53}{10} \\ &= \underline{\underline{5.3}}\end{aligned}$$

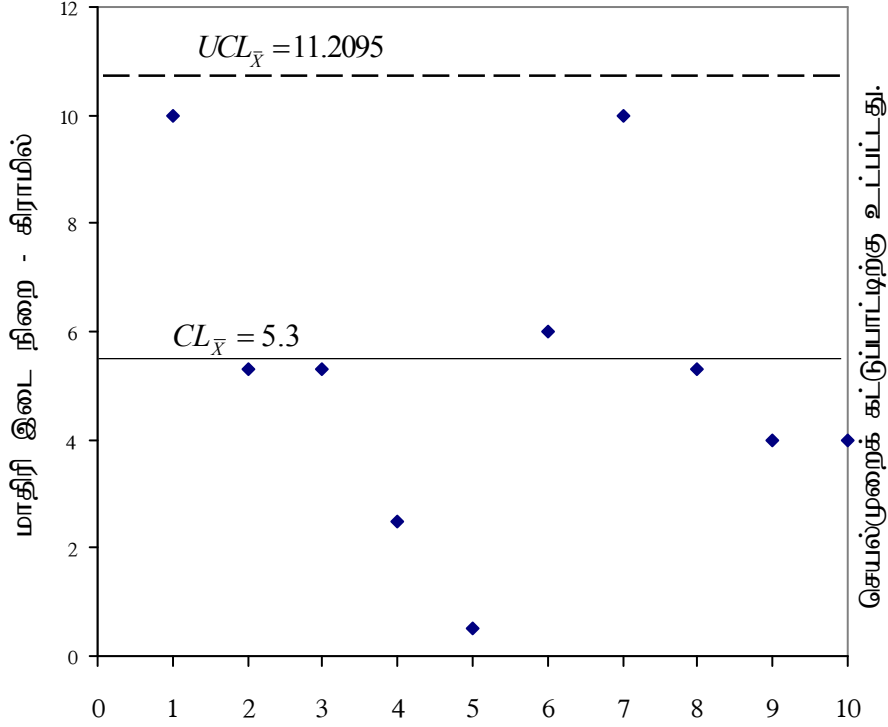
- மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$\begin{aligned}UCL_R &= D_4 + \bar{R} \\ &= 2.115 \times 5.3 \\ &= \underline{\underline{11.2095}}\end{aligned}$$

- கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$\begin{aligned}LCL_R &= D_3 - \bar{R} \\ &= 0 \times 5.3 \\ &= \underline{\underline{0}}\end{aligned}$$

## வீச்சட்டவணை - R அட்டவணை



- உற்பத்திச் செயல்முறையின் உதவி கொண்டு யாதேனும் மாதிரியொன்றின் மாதிரி வீச்சுத் தொடர்பாக குடி நியம விலகல்  $\sigma'$  என முன்னரே நிர்ணயிக்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது பின்வரும் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி வீச்சு அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையை தீர்மானிக்க முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_R = D_2\sigma^1$

மையக்கோடு  $CL_R = d_2\sigma^1$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_R = D_1\sigma^1$

- $D_2, d_2, D_1$  எனும் காரணிகளை தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி உரிய மாதிரிப் பருமனின் அடிப்படையில் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- பின்வரும் பயிற்சியை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
  - பிஸ்கட் தொழிற்சாலையொன்றின் பிஸ்கட் பொதியொன்றின் தேறிய நிறை கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதனை செய்யும் செயல்முறையானது நியம விலகல் 2.8g முழுமையாக நிர்ணயிக்கப்பட்ட நியமத்தில் நிறுவப்பட்டுள்ளது எனக் கருதிக் கொள்ளவும்.

- 10 பருமன்களுடனான மாதிரிகள் 10ஐப் பரிசோதனை செய்ததன் மூலம் பெற்ற அவதானிப்புக்களின் வீச்சுப் பின்வருமாறு கணிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

மாதிரிப் பெறுமானம்	வீச்சு
1	4
2	8
3	3
4	2
5	1
6	10
7	12
8	11
9	8
10	5

கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கணிப்பிட்டுச் செயல்முறைக் கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\begin{aligned} \text{மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை } UCL_R &= D_2\sigma' \\ &= 5.469 \times 2.8 \\ &= \underline{\underline{15.3132}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{மையக்கோடு } CL_R &= d_2\sigma' \\ &= 3.078 \times 2.8 \\ &= \underline{\underline{8.6184}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை } LCL_R &= D_1\sigma' \\ &= 0.687 \times 2.8 \\ &= \underline{\underline{1.9236}} \end{aligned}$$

- வழங்கப்பட்ட மாதிரி வீச்சுக்களைக் கிடைக்கப் பெற்ற கட்டுப்பாட்டு எல்லையோடு சீரமைப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும். (கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை வரையாது)

**தீர்வு:**

- மாதிரி இலக்கம் 5 இன் வீச்சுப் பெறுமானமானது கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குக் கீழாக அமையப் பெற்றுள்ளது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.
- வீச்சட்டவணையொன்றில் ஒரு பெறுமானம் கீழ் எல்லையிலிருந்து கீழாக அமையப் பெற்றிருப்பதன் காரணமாக செயற்பாடு கட்டுப்பாட்டிலிருந்து விலகி உள்ளது எனக் கருதப்படுவது நியாயமற்றதாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- மாறியின் அவதானிப்பு வீச்சு கீழ்நோக்கிச் செல்லல் என்பது பொதுவான நிலைமைகளாகும் என்பதையும் குறிப்பிட்டுக் காட்டுங்கள்.
- செயற்பாட்டுக் கட்டுப்பாட்டின்போது இடைக்கட்டுப்பாட்டைப் போன்றே வீச்சு அட்டவணையும் ஒரே அளவு முக்கியத்துவம் கொண்டது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வட்டவணைகள் இரண்டிற்கமையச் செயற்பாடானது கட்டுப்பாட்டிற்குட்பட்டதாகக் காணப்படுமாயின் அது மிக உயர்வான அடைவுத்தன்மையாகும் எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- பொருள் அல்லது சேவைகளை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்று யாதேனும் உற்பத்திச் செயல்முறைக்குரிய பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களில் அதன் செயற்பாட்டுத் தன்மையை மேற்பார்வை செய்து உத்தேச நியமத்திற்கும் கிரயங்களுக்குமேற்ப உற்பத்தி நடவடிக்கைகள் இடம்பெறுகின்றதா என்பதனை அச் செயல்முறையின் பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களின்போது இடைக்கிடை தெரிவு செய்யப்படும் எழுமாற்று மாதிரியினூடாகச் சோதனை செய்வது புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டில் பயன்படுத்தப்படுகின்ற செயல்முறைக் கட்டுப்பாடு என்றழைக்கப்படும்.
- உற்பத்தியொன்றின் தேறிய நிறை, நீளம், அகலம், உயரம், பருமன், ஆயுட்காலம் போன்ற காரணிகளுள் ஒன்றை அல்லது பலவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு அதன் தரத்தினை அளவிட்டுக் காட்டப்படுவதுடன் அது அடைவு மாறியாகும்.
- இம்மாறிகள் உத்தேச நியமங்களுக்கும் கட்டுப்பாட்டிற்கும் அமைய இருக்கின்றதா என்பதனைச் சோதனை செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் புள்ளி விபர நுட்ப முறையானது **கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைப் பகுப்பாய்வு** என்றழைக்கப்படும்.
- உற்பத்திச் செயல்முறையொன்றிலிருந்து எழுமாற்றாக எடுக்கப்படும் மாதிரிகளுக்கமைய மாதிரி இலக்கங்களை கிடை அச்சிலும், உற்பத்திகளின் தரத்தினை சோதனை செய்வதற்குரிய மாறிகளின் தரப் பண்புகளை நிலைக்குத்து அச்சிலும் தொகுதித் தளமொன்றில் உத்தேச தர மட்டங்களின் சராசரிப் பெறுமானம் (மையப் பெறுமானம்) மையக் கோட்டிலும், அக்கோட்டிலிருந்து இரு பக்கங்களிலும் நியம விலகல் 3 வீதத் தூரத்தில் அமைக்கப்படுகின்ற கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் இரண்டையும் (மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கும் கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை) உள்ளடக்கிய செங்கோண ரீதியான அட்டவணையே கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையாகும்.
- செயல் முறைக் கட்டுப்பாட்டின் போது மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையும் மற்றும் துணைப் பண்புகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை என இரு வகையான அட்டவணைகள் காணப்படுகின்றன.
- மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையானது மீண்டும் இடைக் கட்டுப்பாட்டு  $n | t | z | f | s ; ( \bar{X} - \text{அட்டவணை} )$  வீச்சு அட்டவணைகள் ( R - அட்டவணை) என இரு வகைப்படுத்தப்படும்.

- இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்கு முன்னரே குறித்த நியமங்களை நிர்ணயிக்கப் படாதபோது மாதிரித் தரவுகளினூடாகக் கணிக்கப்படும் பரமானங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு இதற்குத் தேவையான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் நிர்ணயிக்கப்படும்.
- உற்பத்திச் செயன்முறையினூடாக இடையிடையே பெற்றுக் கொள்ளப்படும் சமமான பருமனைக் கொண்ட எழுமாற்று மாறிகளின் இடையினைக் கணிப்பிட்டு ( $\bar{X}$ ) அதன் பின்னர் இவ்வனைத்து மாறிகளினது இடைகளின் இடையின் (பாரிய இடை -  $\bar{\bar{X}}$ ) கணிக்கப்படும்.
- இப்பாரியளவு இடையானது குறித்த இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மையக் கோடாகக் கருதப்படும்.

- மையக் கோட்டிலிருந்து நியம விலகல் 3 இற்கு மேலாக மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை அமைக்கப்படும் ( $UCL$ )

$$UCL_{\bar{X}} = (\bar{X}) + 3\sigma_{\bar{X}} \text{ ஆகும்.}$$

- இவ்வாறான முறையில் மையக் கோட்டிலிருந்து நியம விலகல் 3 இற்குக் கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை ( $LCL_{\bar{X}}$ ) அமைக்கப்படும்.

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

- இங்கு மாதிரி இடைகளின் நியம விலகல்களின் ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) இரு மடங்கு  $A = \bar{R}$  இன் மூலம் பெற்றுக் கொள்வதற்கான இலகு வழிமுறையொன்று இருக்கின்றது.  $\bar{R}$  என்பது ஒவ்வொரு மாதிரியின் வீச்சுக்களின் இடையைக் குறிக்கின்றது. (ஒவ்வொரு மாதிரிகளின் உயர் பெறுமானத்திற்கும் தாழ் பெறுமானத்திற்கும் இடையிலான வேறுபாடு வீச்சாகும்.)  $A_2$  எனும் காரணியின் பெறுமானத்தைத் தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- அதற்கேற்ப கட்டுப்பாட்டு எல்லையினை பின்வருமாறு முன்வைக்க முடியும்.

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}, \quad CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

- எவையேனும் மாறியொன்றின் இடை  $\mu'$  எனவும், நியம விலகல்  $\sigma'$  எனவும் நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவதற்காகப் பின்வருமாறு கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கணிக்க முடியும். மையக்கோடு

$$CL_{\bar{X}} = \mu'$$

$$\text{மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad UCL_{\bar{X}} = \mu' + \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}}$$

$$\text{கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad LCL_{\bar{X}} = \mu' - \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}}$$

- $\frac{3}{\sqrt{n}}$  இன் பெறுமானங்கள் A எனும் தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மூலம் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பொழுது மேலே குறிப்பிடப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைப் பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.

மையக்கோடு  $CL_{\bar{X}} = \mu'$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_{\bar{X}} = \mu' + A\sigma'$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_{\bar{X}} = \mu' - A\sigma'$

- இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்கு மேலதிகமாக ஒவ்வொரு மாதிரியின் அவதானிப்பு வீச்சுக்களைக் கருத்திற் கொண்டும், வீச்சு அட்டவணை எனும் பெயரில் மேலுமொரு கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையொன்றை உருவாக்க முடியும்.

- உற்பத்தியின் நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்படாத பொழுது வீச்சு அட்டவணையொன்றின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையானது பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_R = \bar{R} + \frac{3\sigma_R}{\sqrt{n}}$

மையக்கோடு  $CL_R = \bar{R}$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_R = \bar{R} - \frac{3\sigma_R}{\sqrt{n}}$

- இக்கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை இலகுவாகக் கணிப்பிடுவதற்காகத் தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் சூத்திரம் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளன.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_R = D_4 \bar{R}$

மையக்கோடு  $CL_R = \bar{R}$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_R = D_3 \bar{R}$

- மாதிரி வீச்சுக்களின் நியம விலகலுக்காக  $\sigma'$  மூலம் நியமங்கள் நிர்ணயிக்கப்பட்டுள்ள பொழுது பின்வரும் முறையில் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கணிப்பிட முடியும்.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $UCL_R = D_2 \sigma'$

மையக்கோடு  $CL_R = d_2 \sigma'$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை  $LCL_R = D_1 \sigma'$

- மாறிகளின் கட்டுப்பாட்டிற்கு செயல்முறைக் கட்டுப்பாட்டின்போது இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை வீச்சு அட்டவணை போன்ற இரண்டும் முக்கியமானதாக இருக்கின்றது.

- இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையின் மூலம் ஒவ்வொரு மாதிரியின் இடையானது அதன் பாரியளவு இடைப் பெறுமானத்திலிருந்து (குடி இடையிலிருந்து) எந்தளவு தூரத்தில் அமைந்திருக்கின்றது என்பது அளவிட்டுப் பார்க்கப்படும்.

- குறித்த மாறிகளின் அவதானிப்புக்களின் மாறல்கள் (வேறுபாடுகள்) அதன் இடைவீச்சிலிருந்து எந்தளவு தூரத்தில் இருக்கின்றது என்பது வீச்சு அட்டவணை மூலம் பரிசோதனை செய்யப்படும்.
- இவ்வட்டவணைகள் இரண்டிற்குமைய செயற்பாடுகள் கட்டுப்பாட்டில் காணப்படுமாயின் அது மிகவும் சாதகமான நிலைமையொன்றாகும்.
- இடைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்கமைய கட்டுப்பாட்டிலுள்ள செயல் முறையொன்று வீச்சு அட்டவணைக்கமைய கட்டுப்பாட்டிற்கு அப்பாற்பட்டிருக்குமாயின் அங்கு அவதானிப்புக்களின் மாறல்கள் பாரியளவிலான ஏற்ற இறக்கங்களைக் கொண்டிருப்பதைக் காணக்கூடியதாக இருக்கும். இவ்வாறான நிலைமையானது சிறந்த சாதகமான நிலைமையொன்றாகக் கருத முடியாது.

**தேர்ச்சி 10.0:** முகாமைத்துவத் தீர்மானமெடுப்பதற்குப் புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 10.3:** துணைப் பண்புகளைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகப் பொருத்தமான முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- துணைப் பண்புகளை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- உற்பத்தித் துறையின் துணைப் பண்புகளுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- துணைப் பண்புகளைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகக் காணப்படுகின்ற கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைகளைப் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- $P$  அட்டவணைக்குப் பொருள் கூறுவார்.
- $P$  அட்டவணையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு  $P$  அட்டவணையை உருவாக்கி விளக்குவார்.
- $nP$  அட்டவணைக்குப் விளக்கம் கூறுவார்.
- $nP$  அட்டவணையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான  $nP$  அட்டவணையை வரைந்து விளக்குவார்.
- $C$  அட்டவணையை விளக்குவார்.
- $C$  அட்டவணையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்குரிய  $C$  அட்டவணையை வரைந்து விளக்குவார்.
- $U$  அட்டவணைக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- $U$  அட்டவணையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான  $U$  அட்டவணையை வரைந்து காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- துணைப் பண்புக் கட்டுப்பாட்டினை விளக்குவதற்காக வகுப்பு மாணவர்களை முன்று குழுக்களாக வகைப்படுத்தி வேறுபட்ட வகைகளிலான மரக்கறி விதைப் பொதி யொன்று வீதம் அக்குழுக்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து, பின்வரும் ஆலோசனைகளை யும் வழங்கவும்.
  - உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற விதை வகையின் சுட்டுத்துண்டில் குறிக்கப் பட்டுள்ளவற்றை நன்றாக அவதானிக்கவும்.
  - உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற விதை வகைகளின் முளை இடக்கூடிய வீதத்தைச் சிறந்த முறையில் அறிந்து கொள்ளவும்.
  - குழுவினரின் ஒருவர் அம்முளையிடக்கூடிய வீதத்தை அனைவரும் கேட்கக் கூடியவாறு உரத்த குரலில் குறிப்பிடவும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - மரக்கறி விதைகளின் தர ரீதியான பண்பானது அவற்றின் முளையிடக்கூடிய விதைகளை வீதமான அதாவது முளைக்கும் விதையின் வீதத்தின் அடிப்படையிலேயே வெளிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.
  - விதைகளின் முளைத்தல் தன்மையினை அளவிடுவதற்கான அளவீட்டல்கொண்டு இல்லாதிருப்பதனால் அவற்றின் தரரீதியான தன்மையினை முளையிடக்கூடிய சம வீதத்தின் அடிப்படையிலே தீர்மானிக்கப்படும்.



- உயரம், நிறை, நீளம், ஆயுட்காலம் போன்றன அளவீட்டு அலகுகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடக்கூடிய தரமட்டங்கள் தவிர்ந்த அளவீட்டு அலகொன்றைப் பயன்படுத்தி அளவிட முடியாத தரமட்டங்களும் உற்பத்திகளில் காணப்படுகின்றது.
- துர்நாற்றமும் நறுமணமும், ஓசை சுவை, மென்மையும் கடினமும் போன்ற உளரீதியான காரணிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவ்வாறான உற்பத்திகளின் தரத்தினை மதிப்பிட முடியும் என்பதுடன் அவ்வாறான காரணிகள் துணைப்பண்புகளாகும்.
- அவ்வாறான உற்பத்திகளின் தரப்பண்புகளைக் கணிப்பதற்கு வழுவற்ற விகிதம் அல்லது வழுவடனான விகிதத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- உற்பத்திச் செயல் முறையொன்றில் வெளியீடான அவ்வாறான பொருள்களின் மாதிரி வழு சம விகிதத்தில் அல்லது மாதிரி வழுவடன் கூடிய எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்படுத்தப்படுவதன் மூலம் அவற்றின் தரரீதியான தன்மையினைப் பாதுகாக்கக் கூடியதாக இருக்கும்.
- இதற்காகப் பயன்படுத்தக்கூடிய நான்கு வகையான அட்டவணைகள் காணப்படுகின்றன.
  - (1) வழு சமவிகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை (P எனும் அட்டவணை)
  - (2) வழு அலகுக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை (nP எனும் அட்டவணை)
  - (3) அலகு வழு எண்ணிக்கைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை (C எனும் அட்டவணை)
  - (4) துணைப்பண்பு ரீதியான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை U எனும் அட்டவணை
- சம விகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்கும் செயல்முறையில் கட்டுப்பாட்டு நிலைமையினை அறிந்து கொள்வதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

### செயற்பாடு - 1

- உற்பத்திச் செயல்முறையின் மூலம் மின்குமிழ்கள் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. தரக் கட்டுப்பாட்டாளர் நாளொன்றில் உற்பத்தி செய்த மின்குமிழ்களில் 100ஐ எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து சோதனைக்குட்படுத்துகின்றார். 10 தினங்களில் பெறப்பட்ட தகவல்கள் பின்வருமாறு இருந்தது.

திகதி	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழுவடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை	3	4	1	3	1	2	4	3	0	4

- (1) சமவிகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்குவதற்காகக் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (2) சமவிகிதப் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்கி மாதிரி வழுச் சமவிகிதங்களை அதில் அடையாளப்படுத்தவும்.
- (3) செயல் முறையின் கட்டுப்பாட்டு நிலைமையைக் கேட்டறியவும்.

தீர்வு: செயற்பாடு - 1

1 ஆம் படிமுறை:  $\bar{p}$  யைக் கணிப்பிடல்.

$$P = \frac{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{25}{100 \times 10} = \underline{\underline{0.025}}$$

2 ஆம் படிமுறை: மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் (UCL) கணிப்பிடல்.

$$\begin{aligned}
 UCL &= \bar{P} + 3\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n} \\
 &= 0.025 + 3\sqrt{0.025(1-0.025)/100} \\
 &= 0.025 + 3 \times \sqrt{0.000244} \\
 &= 0.025 + 0.047 \\
 UCL &= \underline{\underline{0.072}}
 \end{aligned}$$

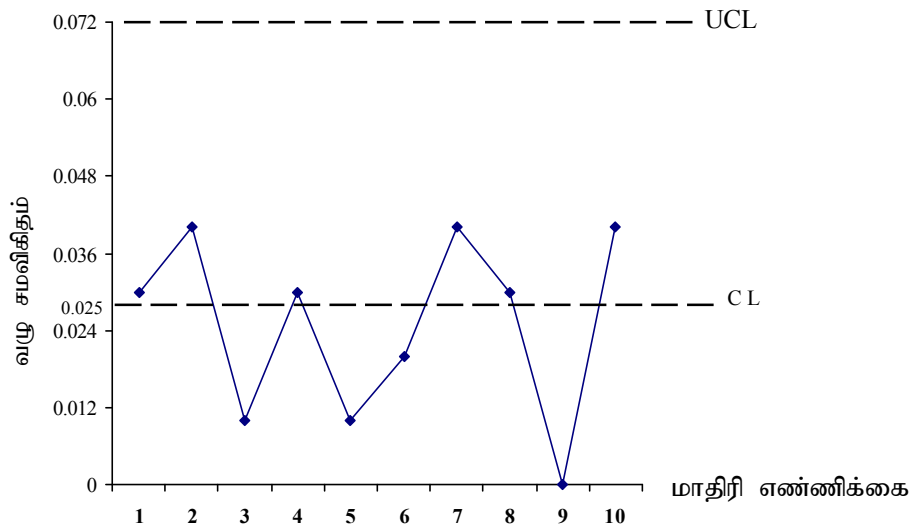
3 ஆம் படிமுறை: கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் (LCL) கணிப்பிடல்.

$$\begin{aligned}
 LCL &= \bar{P} - 3\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n} \\
 &= 0.025 - 3\sqrt{0.025(1-0.025)/100} \\
 &= 0.025 - 0.047 = -0.022 \\
 LCL &= \underline{\underline{0}}
 \end{aligned}$$

4 ஆம் படிமுறை: மாதிரி சமவிகிதங்களைக் கணிப்பிடல்.

மாதிரி எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மாதிரி விகிதங்கள்	$\frac{3}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{0}{100}$	$\frac{4}{100}$
மாதிரி விகிதங்கள்	0.03	0.04	0.01	0.03	0.01	0.02	0.04	0.03	0	0.04

5 ஆம் படிமுறை: சமவிகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைக் கட்டியெழுப்பல்.



6 ஆம் படிமுறை: விளக்கம்

- அனைத்து மாதிரி விகிதங்களும் கட்டுப்பாட்டு எல்லையினுள் அமைந்திருப்பதனால் செயற்பாடானது கட்டுப்பாட்டிற்குட்பட்டுள்ளது.
- $np$  அட்டவணையை விளக்குவதற்காக மாணவர்களுக்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

### செயற்பாடு - 2

- உற்பத்திச் செயன்முறையொன்றின்போது ஒவ்வொரு தினங்களிலும் 50 அலகுகள் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டு சோதனைக்குட்படுத்தப்பட்டது. 10 நாட்களில் பெற்ற வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு அமைந்திருந்தது.

நாள்கள்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கை	3	3	4	1	2	1	2	2	4	8

- (1) மாதிரி வழுக்களின் எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை உருவாக்கும் பொருட்டு கட்டுப்பாட்டு எல்லையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (2) ஒவ்வொரு மாதிரியும் வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கையை அடையாளமிட்டு  $np$  அட்டவணையை உருவாக்கவும்.
- (3) செயல் முறைக் கட்டுப்பாட்டு நிலைமையைக் கேட்டறியவும்.

தீர்வு: செயற்பாடு - 2

1 ஆம் படிமுறை:  $\bar{p}$  யைக் கணிப்பிடல்.

$$\bar{p} = \frac{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\bar{p} = \frac{30}{50 \times 10} = 0.06$$

2 ஆம் படிமுறை:  $n\bar{p}$  யைக் கணிப்பிடல்.

$$n\bar{p} = 500 \times 0.06 = 3$$

3 ஆம் படிமுறை: மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணிப்பிடல்.

$$LCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 3 + 3\sqrt{3 \times 0.94}$$

$$= 3 + 3\sqrt{2.82}$$

$$= 3 + 5.038$$

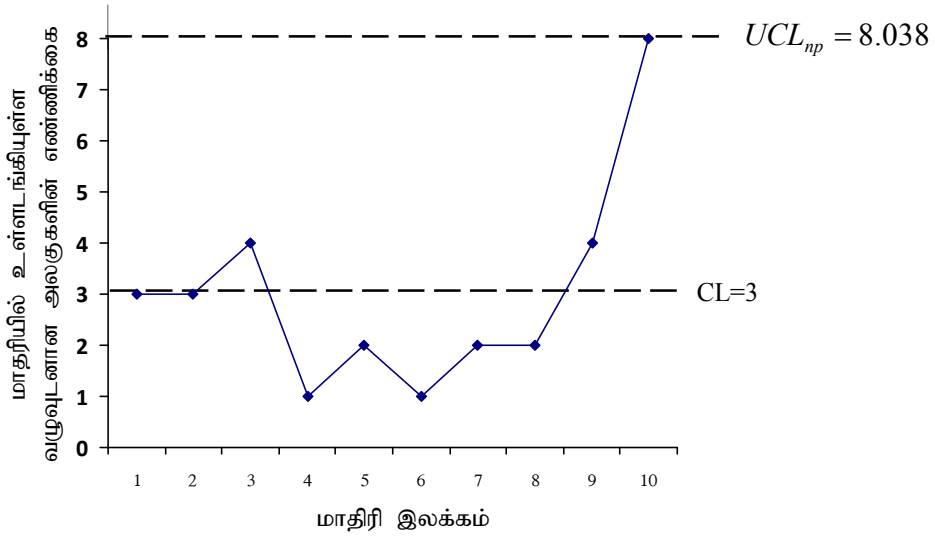
$$= \underline{\underline{8.038}}$$

4 ஆம் படிமுறை: கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணிப்பிடல்.

$$\begin{aligned}
 LCL &= n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \\
 &= 3 - 3\sqrt{3 \times 0.94} \\
 &= 3 - 5.038 \\
 &= -2.038 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

மறை (-) பெறுமதி என்பதனால் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை 0 எனக் கருத வேண்டும்.

5 ஆம் படிமுறை:  $np$  அட்டவணையை உருவாக்கல்.



6 ஆம் படிமுறை: செயற்பாட்டின் கட்டுப்பாட்டு நிலைமையைத் தூண்டுதல்.

சகல மாதிரிப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லையினுள் அமைந்துள்ளதனால் செயன்முறைக் கட்டுப்பாட்டிலுள்ளது. அவ்வாறாயினும் இறுதி மாதிரியில் வழுவடனான அலகுக்களின் எண்ணிக்கை (8) மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு மிகவும் அண்மித்ததாக இருப்பதனால் செயன்முறை தொடர்பில் மிக அவதானமாக இருத்தல் வேண்டும்.

- C அட்டவணையை விளக்குவதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 3

- அச்சுப் பிழைகளுடன் கூடியதாக தட்டச்சில் பதிவு செய்யப்பட்ட  $A_4$  அளவுடைய 10 பக்கங்களைப் பொருத்தமான முறையில் பிரித்து வழங்கி பின்வரும் ஆலோசனை வழங்கவும்.
- உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்றுள்ள  $A_4$  அளவுடைய கடிதத்திலுள்ள அச்சுப் பிழைகளின் எண்ணிக்கைகளைக் கணிக்கவும்.

- குழுக்களிலுள்ள ஒருவர் அதிலுள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கையினைச் சத்தமிட்டுக் கூறவும்.
- குழுவினிலுள்ள ஒருவர் முன்வந்து அத்தொகையினை வெண்பலகையில் குறிக்கவும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிவருமாறு கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.
  - தட்டச்சு செய்யப்பட்ட பக்கமொன்றிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினை அளவீட்டு கருவியொன்றைப் பயன்படுத்தி அளவிட முடியாத தர மட்டமொன்றாகும்.
  - வெளியீட்டு அலகொன்றிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினை கட்டுப்படுத்துவதன் மூலம் வெளியீட்டின் தரத்தினைப் பாதுகாக்க முடியும்.
  - வெளியீட்டு அலகொன்றிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினை கட்டுப்படுத்துவதும் துணைப் பண்புக் கட்டுப்பாட்டில் உள்ளடங்கும்.
  - வெளியீட்டு அலகொன்றின் வழக்களின் அளவினைக் கட்டுப்படுத்துவதினூடாக வெளியீட்டின் தரத்தினைப் பாதுகாப்பதற்காகவும் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையொன்றாக C அட்டவணையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
  - ஒவ்வொரு அலகிலும் காணப்படுகின்ற வழக்களின் எண்ணிக்கை மைய (இடை) வழுவைச் சுற்றி மாறுகின்ற முறையினை C அட்டவணை காட்டும்.
  - எழுமாற்றான முறையில் வெளியீடொன்றில் காணப்படுகின்ற இவ்வாறான வழக்களின் எண்ணிக்கை பொய்ச்சோன் பரம்பலை பின்பற்றியதாக அமையும் எனக் குறிப்பிடலாம்.
  - C அட்டவணையின் மத்திய கோடு [மைய (இடை) வழக்களின் எண்ணிக்கை] C எனவும் மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை, மைய வழக்களின் எண்ணிக்கைக்கு நியம விலகல்கள் மூன்றினைச் சேர்ப்பதன் மூலம் கணிப்பிட முடியும்.
- கலந்துரையாடலின் பின்னர் மீண்டும் பின்வரும் ஆலோசனைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - வெண்பலகையில் எழுதப்பட்டுள்ள வழங்கப்பட்டுள்ள  $A_4$  அளவுடைய கடிதத்தில் காணப்பட்ட வழக்களின் எண்ணிக்கையின் இடையினைக் கணிப்பிட்டு அதனை C எனக் குறிக்க.
  - வழக்களின் எண்ணிக்கையின் இடையின் வர்க்கமூலத்தைக் கணிக்க. அது இங்கு நியமவிலகலாக கருதப்படுவதற்கான காரணங்களைத் தருக.
  - கிடைத்த விடையினை 3 ஆல் பெருக்கி கிடைக்கும் விடையினை இடை வழுவெண்ணிக்கையுடன் கூட்டுக.
  - அதனை C அட்டவணையின் உயர் கட்டுப்பாட்டு எல்லை எனப் பெயரிடுக.
  - ஒவ்வொரு பக்கத்திலுமுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையானது கட்டுப்பாட்டு எல்லை யினுள் காணப்படுகின்றதா என்பதை அவதானித்து உங்கள் முடிவினைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

#### செயற்பாடு - 4

30 cm x 60 cm அளவுடைய இரும்புத் தகரங்களின் உற்பத்திச் செயற்பாட்டின் 20 வெளியீடுகள் சோதனை செய்யப்பட்டது. ஒவ்வொரு தகரங்களிலும் அவதானிக்கப் பட்ட பழுதுகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

7	6	5	4	3	4	5	7	3	4
5	6	6	4	4	3	4	3	5	5

C அட்டவணையொன்றை உருவாக்கி தகரமொன்றிலுள்ள பழுதுகளின் எண்ணிக்கை கட்டுப்பாட்டு நிலையில் காணப்படுகின்றதா என்பதைச் சுட்டிக் காட்டுக.

#### தீர்வு: செயற்பாடு - 4

படிமுறை - 1 பழுதடைந்த எண்ணிக்கையின் இடையினைக் கணிப்பிடல்.  
தகரத்திலுள்ள பழுதுகளின் எண்ணிக்கை C ஆயின்,  
தகடுகளின் எண்ணிக்கை K ஆயின்,

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \frac{\sum Ci}{k} \\ &= \frac{93}{20} \\ \bar{C} &= \underline{\underline{4.65}}\end{aligned}$$

படிமுறை - 2 மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணிப்பிடல்.

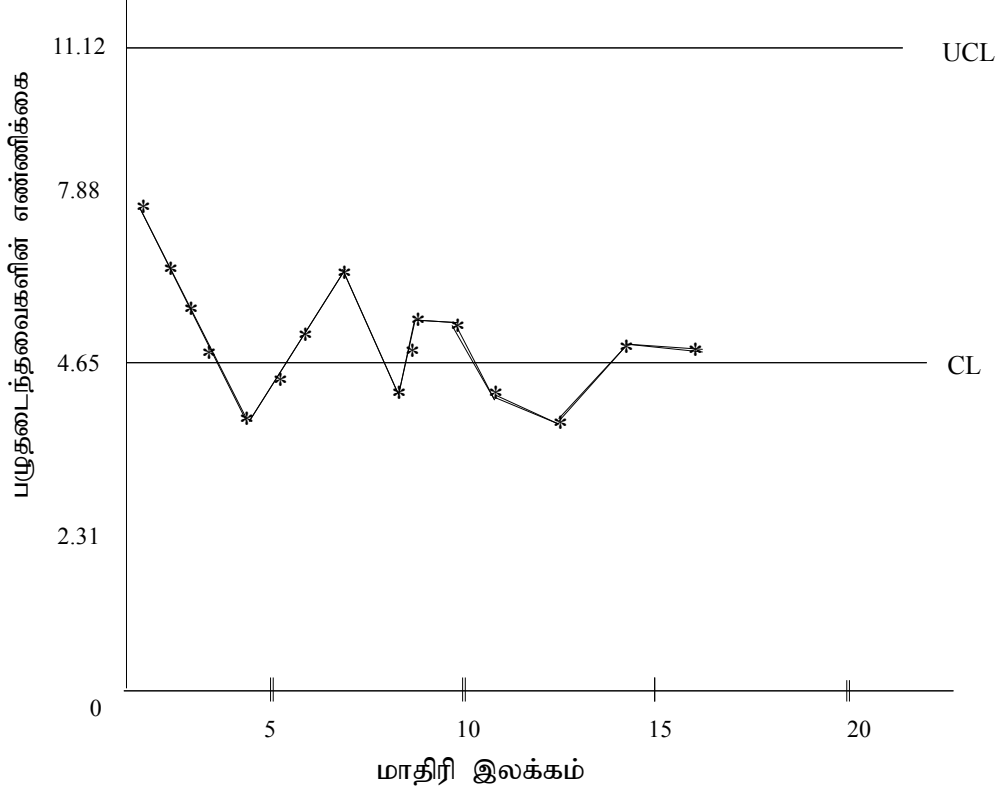
$$\begin{aligned}LCL &= \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}} \\ &= 4.65 + 3\sqrt{4.65} \\ &= 4.65 + 3 \times 2.56 \\ &= 4.65 + 6.47 \\ &= \underline{\underline{11.12}}\end{aligned}$$

3 ஆம் படிமுறை: கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணிப்பிடல்.

$$\begin{aligned}LCL &= \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}} \\ &= 4.65 - 3 \times \sqrt{4.65} \\ &= 4.65 - 3 \times 2.56 \\ &= 4.65 - 6.47 \\ &= -1.82 \\ &= \underline{\underline{0}}\end{aligned}$$

#### 4 ஆம் படிமுறை:

ஒவ்வொரு தகரங்களின் பழுதடைந்த எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையில் அடையாளப்படுத்தல்.



#### 5 ஆம் படிமுறை:

அனைத்து பழுதடைந்தவைகளின் எண்ணிக்கை கட்டுப்பாட்டு எல்லையினுள் உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பதனால் செயற்பாடு கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது.

- U அட்டவணையை விளக்குவதற்கு பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்கும் பொருத்தமான கட்டுப்பாட்டு எல்லை எது என மாணவர்களிடம் வினவவும்.
  - (1) 6m x 4m பிளாத்திக் குழாயிலுள்ள நீர் வழியக்கூடிய ஓட்டைகளின் எண்ணிக்கை.
  - (2) ஒரு மீற்றர் துணியொன்றின் பழுதுகளின் எண்ணிக்கை.
  - (3) ஒரு வகை 16" அளவுடைய ஷேர்ட் வகையொன்றிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கை.
  - (4) ஒரு வகை மோட்டார் வாகனமொன்றில் காணப்படுகின்ற வழக்களின் எண்ணிக்கை.
  - (5) கட்டட ஒப்பந்தக் கம்பனியொன்றினால் நிர்மாணிக்கப்படுகின்ற கட்டடத் தொகுதியில் ஒரு கட்டடத்திலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கை.
- மாணவர்கள் வழங்கும் விடைகளுக்கேற்ப பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.
  - 6m x 4m பிளாத்திக் குழாயிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு C அட்டவணை பொருத்தமானது. அதிலுள்ள சந்தர்ப்பமானது ஒரேவகையான வழக்களை கட்டுப்படுத்த முடியும் என்பதனாலாகும்.

- ஒரு மீற்றர் துணியிலுள்ள பழுதுகளின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்த C அட்டவணை பொருத்தமானது. காரணம் அதிலுள்ள சந்தர்ப்பமொன்றின் மூலம் இடம்பெறுகின்ற ஒரே மாதிரியான வழக்களைக் கட்டுப்படுத்துவது தேவையானது என்பதனாலாகும்.
- ஷேர்டிலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்த C அட்டவணை பொருத்தமானது. 16” ஷேர்ட் என்பது ஒரு சந்தர்ப்பம் என்பதனாலாகும்.
- மோட்டார் வாகனத்தில் காணப்படுகின்ற வழுவினைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு “C” அட்டவணை பொருத்தமற்றது. அதற்குக் காரணம் மோட்டார் வாகனம் என்பது பாரியளவிலான உருப்படியொன்று என்பதுடன் அதிலுள்ள பல்வேறு பகுதிகளில் பல்வேறு வகையான வழக்கள் காணப்படலாம். அதாவது என்ஜினில் காணப்படுகின்ற வழு, ஜியர் முறைமையில் காணப்படுகின்ற வழு, மின்வழங்கல் முறைமையில் உள்ள வழு எனப் பலவாகும். இங்கு ஒவ்வொரு பகுதியும் சம சந்தர்ப்பங்களைக் கொண்டிருக்க வில்லை. அதனால் வேறு வகையான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை யொன்று இதற்குத் தேவையாகும். இவ்வாறான சந்தர்ப்பமொன்றில் உற்பத்தி உருப்படியொன்றின் வழுவினைக் கட்டுப்படுத்த U அட்டவணை பொருத்தமானதாகும்.
- கட்டடத் தொகுதியொன்றிலுள்ள கட்டடத்தில் வழக்களின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு “C” அட்டவணை பொருத்தமற்றது. பாரிய அளவைக் கொண்டதே கட்டமாகும். இது பல்வேறு முறையிலான பல்வேறு அளவுகளைக் கொண்ட துணைப்பகுதிகளுடன் கூடியதாகும். கூரை, சுவர் முறைமை, குளியலறை வசதிகள், குளிர்நீர் செயன்முறை, கழிவுகற்றல் முறைமை என்பன அவையாகும். இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களின்போது வழக்களைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு U அட்டவணை பயன்படுத்தப்படும்.
- மிகப் பெரிய அளவுகளுடைய உற்பத்தி உருப்படிகளில் அளவுகளை அளவிட முடியாத தரப் பண்புகள் காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பத்தில் அதனைத் துணைப்பகுதிகளாக வேறுபடுத்தி ஒவ்வொரு பகுதியிலுமுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கை U எனக் கவனத்தில் கொண்டு கணிப்பிட்டு உற்பத்தி உருப்படியொன்றில் காணப்படுகின்ற வழக்களின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு U அட்டவணை பயன்படுத்தப்படும்.
- U அட்டவணையைத் தயாரிப்பதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

#### செயற்பாடு - 5

- பார ஊர்திகளை உற்பத்தி செய்யும் கம்பனியொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கன்டேனர் வாகனங்களில் அவதானிக்கப்பட்ட வழக்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:  
4 3 6 5 4 4 5 6 7 4 8 4
- (1) கன்டேனர் வாகனத்திலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கையினை U எனக் கருதி வாகனத்திலுள்ள வழக்களின் எண்ணிக்கை  $\bar{U}$  யினைக் கணிக்க.
- (2)  $\bar{U}$  கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையினை உருவாக்குவதற்கு பின்வருமாறு மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை, கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$UCL_u = \bar{U} + 3\sqrt{\bar{U}}$$

$$CL_u = \bar{U}$$

$$LCL_u = \bar{U} - 3\sqrt{\bar{U}}$$



- (3) “U” கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டுக் கோட்டை தொகுதித் தளத்தின் மீது வரைந்து காட்டி 12 கன்டெனர்களின் ஒவ்வொரு வண்டியினதும் வழு எண்ணிக்கையினைத் தொகுதித் தளத்தின் மீது அடையாளப்படுத்தவும்.
- (4) கன்டெனர் வண்டிகளின் உற்பத்திச் செயல்முறையின் கட்டுப்பாட்டு நிலைமையினைக் கேட்டறியவும்.

**தீர்வு:** செயற்பாடு - 5

$$(1) \bar{U} = \frac{\sum ui}{k} = \frac{60}{12} = 5$$

$$(2) UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}}$$

$$= 5 + 3\sqrt{5}$$

$$= 5 + 3 \times 2.236$$

$$= \underline{\underline{11.708}}$$

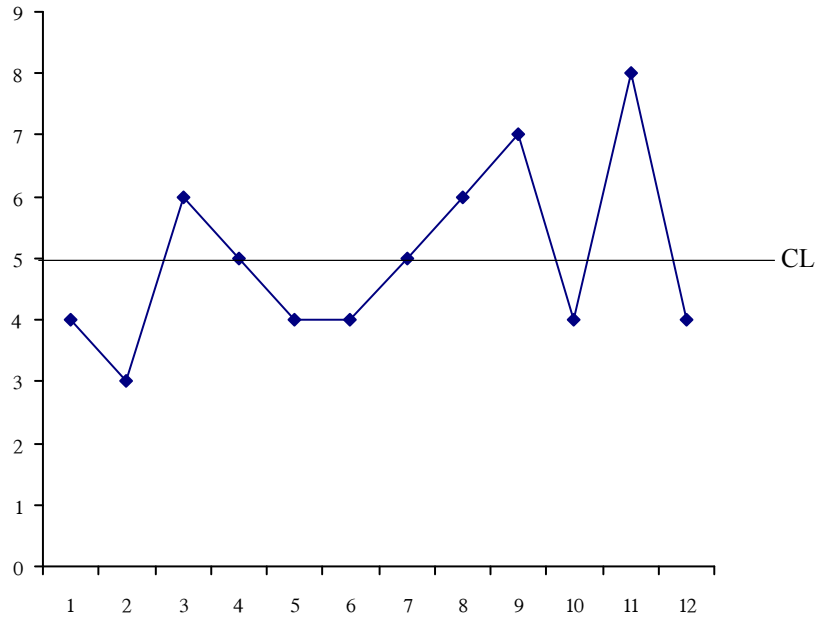
$$(3) LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\bar{U}}$$

$$= 5 - 3\sqrt{5}$$

$$= 5 - 3 \times 2.236$$

$$= -1.708$$

$$= \underline{\underline{0}}$$



சகல வழு எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்பாட்டு எல்லையினுள் அமைந்திருப்பதனால் செயற்பாடானது கட்டுப்பாட்டிற்குள் காணப்படுகின்றது.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- உற்பத்தியொன்றின் சில தரப்பண்புகள் சிலவற்றை அளவிடுவது இலகுவானதன்று. அவ்வாறான துணைப்பண்புகளைப் பொருளில் காணப்படுகின்ற அல்லது காணப்படாதது என்ற எடுகோளின் அடிப்படையிலேயே இனம் காணப்படும்.
- பொருட்கள் அவற்றின் நியமங்களுக்கு ஏற்புடையதாக இல்லாதிருப்பின் அப்பொருள் வழுவூடான பொருள் எனவும் ஏற்புடையதாக இருக்கும்போது வழுவற்ற பொருள் எனவும் வகைப்படுத்தலாம்.
- உற்பத்தியொன்றின் தர நியமங்களை ஏதேனும் அளவீடொன்றைப் பயன்படுத்தி அளவிட முடியாத சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றின் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகத் துணைப் பண்புக் கட்டுப்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- துணைப் பண்புக் கட்டுப்பாட்டிற்குப் பின்வரும் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
  - சம விகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை ( $p$  அட்டவணை)
  - வழு அலகு புள்ளி விபரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை ( $np$  அட்டவணை)
  - அலகு வழு புள்ளி விபரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை ( $C$  அட்டவணை)
  - பகுதியொன்றின் அலகு புள்ளிக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை ( $u$  அட்டவணை)
- மாதிரி வழு விகிதங்களைக் கட்டுப்படுத்துவதன் மூலம் உற்பத்தியொன்றின் தரத்தினைப் பூரணமாக குறித்த மட்டத்தில் காணப்படுகின்றதா என்பதைப் பரீட்சிப்பதே கட்டுப்பாட்டு முறையின் நோக்கமாகும்.
- மாதிரி வழு விகிதமொன்று இடை விகிதத்தைச் சுற்றி மாற்றமடைகின்ற முறையானது சமவிகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை ( $p$ ) மூலம் எடுத்துக் காட்டப்படுகின்றது.
- சமவிகிதக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையொன்றின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையினை நிர்ணயிப்பதற்காக மாதிரி விகிதத்திற்கான மாதிரிப் பரம்பலின் இடை  $\mu_p$  யும் நியம விலகல்  $\sigma_p$  யும் தேவைப்படும்.
- பருமன் 100 அல்லது அதை விடக் கூடிய மாதிரி வலு விகிதங்கள் செவ்வன் பரம்பலொன்றில் பின்பற்றப்படுகின்றது எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படுவதனாலும், மாதிரி விகிதத்தின் நியம வலு  $\sqrt{\bar{P}(1-\bar{p})/n}$  என்பதனாலும், சமவிகித கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை யொன்றின் கட்டுப்பாட்டு எல்லை பின்வருமாறு நிர்ணயிக்கப்படும்.
  - மையக்கோடு  $CL = \bar{P}$
  - மேல்கட்டுப்பாட்டுக் கோடு  $UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$
  - கீழ்க்கட்டுப்பாட்டுக் கோடு  $LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$
  - வழங்கப்பட்ட மாதிரித் தரவுகளினூடாக  $\bar{P}$  ஐ பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

$$\bar{P} = \frac{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த வழு அலகுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சகல மாதிரிகளினதும் மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை}}$$

- சகல மாதிரி விகிதங்களும் கட்டுப்பாட்டு எல்லையினுள் அமைந்திருக்குமாயின் செயற்பாட்டில் காணப்படுவது எழுமாற்று மாறிகள் மாத்திரம் என்பதனால் செயற்பாடு கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது எனக் குறிப்பிட முடியும்.
- கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை உருவாக்கும் பரிசோதகரின் வசதி கருதி வழி விகிதத்திற்குப் பதிலாக நேரடியாக மாதிரியொன்றின் வழி அலகுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையைப் பயன்படுத்தி, வழி அலகுப் புள்ளிக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை,  $np$  அட்டவணையைக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.
- மாதிரி வழி அலகு எண்ணிக்கையின் இடை  $n\bar{p}$  யும் நியம வலு  $3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$  என்பதனால்  $np$  அட்டவணையின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைப் பின்வருமாறு உருவாக்கலாம்.  
மையக்கோடு  $CL = n\bar{p}$   
மேல் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு  $UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$   
கீழ் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு  $LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$
- மாதிரி வழி விகிதங்களின் இடை  $\bar{p}$  ஐ மாதிரிப் பருமனினால் பெருக்கி  $n\bar{p}$  கணிப்பிடப்படும்.
- மாதிரியொன்றின் இடை வழி அலகுகளின் புள்ளியைச் சுற்றி மாதிரி வழிப் புள்ளிகள் சிதறி இருக்கின்ற முறையானது  $np$  அட்டவணை மூலம் காட்டப்படும்.
- வெளியீட்டலகொன்றில் காணப்படுகின்ற வழிக்களின் எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்படுத்துவதன் மூலம் வெளியீடொன்றின் தரத்தினைப் பாதுகாத்துக் கொள்வது C அட்டவணையின் நோக்கமாகும்.
- துணிப்பொதியொன்றில் காணப்படுகின்ற வழிக்களின் எண்ணிக்கை, அச்சிடப்பட்ட பக்கமொன்றில் காணப்படுகின்ற அச்சுப்பிழைகளின் எண்ணிக்கை, கண்ணாடியின் சதுர அடியொன்றில் காணப்படுகின்ற குமிழ்களின் எண்ணிக்கை போன்ற வழி நிலைமைகளைக் கட்டுப்படுத்த C அட்டவணை பயன்படுத்தப்படும்.
- ஒரேவகையான சந்தர்ப்பங்களைக் கொண்ட பிரதேசமொன்றில் நிகழ்கின்ற நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை வழிக்களின் எண்ணிக்கையாகக் கருதும்போது முழுமையான வழிக்களின் எண்ணிக்கையின் மாதிரிப் பரம்பலை புவசோன் பரம்பலின் மூலம் அண்ணளவாக்கம் செய்யலாம்.
- C அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.  
 $CL = \bar{c}$   
 $UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$   
 $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$
- கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை மறைப் பெறுமதியாயின்  $LCL = 0$  ஆகக் கருதலாம்.

- மிகக் கூடிய அளவு கொண்ட வெளியீட்டு உருப்படிகளில் ஏற்படக்கூடிய வழக்களைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற துணைப்பண்பு ரீதியான கட்டுப்பாட்டு மிதி அட்டவணை என அழைக்க முடியும்.
- அக்கூடிய உருப்படிகளை துணைப்பகுதிகளாக வகைப்படுத்தி அந்த ஒவ்வொரு பகுதியிலும் காணப்படுகின்ற வழக்களின் எண்ணிக்கையினை  $U$  எனும் வகையில் கணிப்பிட்டு  $U$  அட்டவணை உருவாக்கப்படும்.
- பாரிய அளவு கொண்ட உருப்படியொன்றின் சராசரி வழக்களின் எண்ணிக்கையினைக் கட்டுப்படுத்துவதன் மூலம் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்துவது  $U$  அட்டவணையின் நோக்கமாகும்.
- $U$  அட்டவணைக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லையினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

மையக்கோடு

$$CL = \bar{u}$$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}}$$

கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}}$$

**தேர்ச்சி 10.0:** முகாமைத்துவத் தீர்மானமெடுப்பதற்குப் புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 10.4:** உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டிற்குப் பொருத்தமான முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டினை விளக்குவார்.
- உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டிற்காகக் காணப்படும் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரித் திட்டத்தை விளக்குவார்.
- தனி மாதிரித் திட்டத்தை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- மாதிரியெடுத்தல் திட்டமொன்றைக் கட்டியெழுப்பும் முறையை விளக்குவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையியை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையியொன்றை உருவாக்குவதற்குத் தேவையான தகவல்களை வழங்குவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையியொன்றை (LTPD) உருவாக்குவார்.
- ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட தர மட்டத்தை (AQL) விளக்குவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையியின் மீது (AQL) ஐ உருவாக்குவார்.
- உற்பத்தியாளரின் இடருக்குப் பொருள் கூறுவார்.
- இருப்புப் பழுதடைதல் விகிதத்திற்குப் பொருள் (LTPD) கூறுவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு ரீதியான வளையியின் மீது (LTPD) யை உருவாக்குவார்.
- நுகர்வாளர் இடருக்குப் பொருள் கூறுவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு ரீதியான வளையியின் மீது உற்பத்தி இடரையும் நுகர்வாளர் இடரையும் அடையாளப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களுக்கமைய ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தரமட்டம், இருப்புப் பழுதடைதல் விகிதம், உற்பத்தியாளரின் இடர், நுகர்வாளரின் இடர் என்பவற்றைக் கணிப்பிடுவார்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு ரீதியான வளையியின் பயன்களை விளக்குவார்.
- சிறந்த ஏற்றுக் கொள்ளும் மாதிரியெடுத்தல் திட்டமொன்றின் தரத்தை விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - நெல் சந்தைப்படுத்தல் அதிகார சபையின் நெல் கொள்வனவு செய்யும் நிலைய மொன்று விவசாயிகளிடமிருந்து நெல் கொள்வனவு செய்யும்போது மாதிரியைப் பரிசோதனை செய்யும் முறை.
  - பெற்றோலியக் கூட்டுத்தாபனம் வெளிநாட்டுக் கம்பனிகளிலிருந்து கிடைக்கும் மசகு எண்ணெயினைக் கொள்வனவு செய்வதற்காக மாதிரியைச் சோதனை செய்யும் முறை.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - கொள்வனவு செய்யும் நபர் இருப்புக் கொள்வனவிற்கு முன்னர் அவை ஏற்கனவே ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட நியமத்திற்கமைய இருக்கின்றதா என்பதனை உறுதிப்படுத்துவதற்கு ஆர்வம் காட்டுவார் என்பதை விளக்கவும்.

- இதற்கமைய எந்த இருப்பு சிறந்தது எவை மோசமானவை என்பதனைத் தீர்மானிப்பதற்கு ஏதாவது சோதனை முறையொன்று தேவையானது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இதற்காக இருப்பில் இருக்கும் சகல அலகுகளையும் சோதனை செய்வதாயின் கூடுதலான காலம், நிதி என்பவற்றைச் செலவு செய்ய வேண்டி ஏற்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இருப்பில் இருக்கும் அலகுகளிலிருந்து (சாம்பல்) மாதிரியொன்றை எடுத்து அதனை அடிப்படையாகக் கொண்டு முழு இருப்பினையும் ஏற்றுக் கொள்ளவதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதனைத் தீர்மானிப்பதற்கு அனேக நிறுவனங்கள் கருமமாற்றுகின்றன என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- மாதிரியொன்றைப் பரிசோதனை செய்து ஏற்றுக் கொள்வதா, இல்லையா என்பதனைத் தீர்மானிப்பதற்கு ஏற்றுக் கொள் மாதிரித் திட்டம் எனும் புள்ளி விபர ரீதியான திட்ட மொன்றைப் பயன்படுத்த முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- ஏற்றுக்கொள் மாதிரியெடுத்தல் திட்டமொன்றில் பிரதானமாக மூன்று பிரிவுகள் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளது எனக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையியைக் கட்டியெழுப்புவதற்காகப் பின்வரும் மாதிரித் திட்டத்தை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து வழங்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

## செயற்பாடு - 1

- **மாதிரியெடுத்தல் திட்டம்:**

மூலப்பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்யும் நிறுவனமொன்று அந்நிறுவனத்திற்குக் கிடைக்கப் பெறும் 2500 அலகுகளில் மூலப்பொருள் இருப்பில் 10 அலகுகளைக் கொண்ட மாதிரியொன்றை எழுமாற்றாகத் சோதனை செய்ததன் பின்னரே கொள்வனவு செய்கின்றது. பரிசோதனை செய்யப்படும் மாதிரியில் பழுதடைந்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை 2 அல்லது அதைவிடக் குறைவாக இருப்பின் இவ்விருப்புத் தொகை ஏற்றுக் கொள்ளப்படும். இல்லையெனின் நிராகரிக்கப்படும்.

- பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தவும்.

அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தும் பொழுது  ${}^n C_x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$  ஈருறுப்பு நிகழ்தகவுத் தொழிற் பாட்டைப் பயன்படுத்தவும்.

$N = 2500$		$n = 10$			$c = 2$
இருப்பு	பழுதடைந்த விகிதம்	நிகழ்தகவு			இருப்பின் ஏற்றுக்கொள்ளும் நிகழ்தகவு $P(0) + P(1) + P(2)$
		$P(x=0)$	$P(x=1)$	$P(x=2)$	
A	5%				
B	10%				
C	15%				
D	20%				
E	25%				
F	30%				

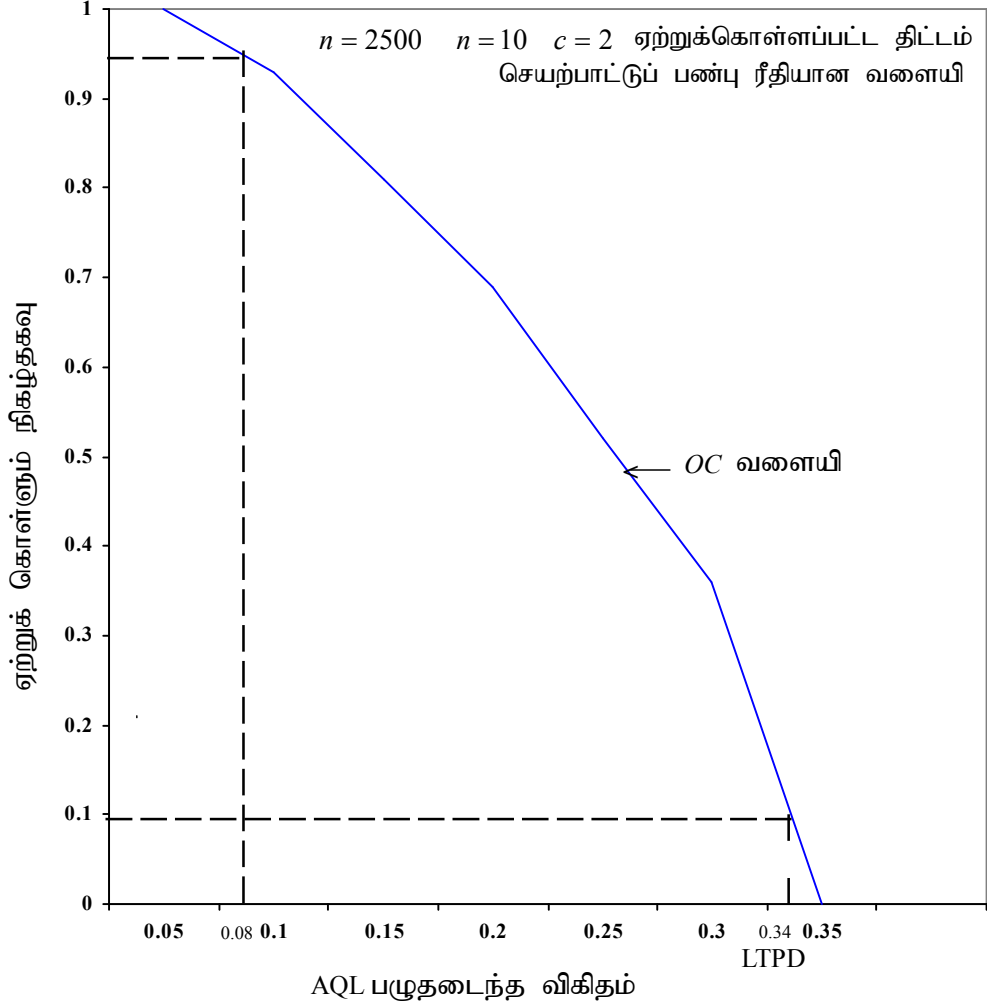
- அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தியதன் பின்னர் OC வளையியைக் கட்டியெழுப்புவதற்காக பின்வரும் ஆலோசனையைப் பின்பற்றவும்.
  - வரைபுத் தாளொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்
  - OC வளையியை வரைவதற்காக வரைபுத்தாளின் கிடை அச்சில் பழுதடைந்த விகிதங்களையும் நிலைக்குத்து அச்சில் ஏற்றுக் கொள் நிகழ்தகவினையும் அடையாளப்படுத்துவதற்குப் பொருத்தமானவாறு அளவீடுகளைக் குறித்துக் கொள்ளவும்.
  - பழுதடைந்த விகிதத்தையும் அதற்கமைய ஏற்றுக் கொள் நிகழ்தகவினையும் தொகுதிகளாக எடுத்துப் புள்ளி வலயத் தளத்தின் மீது அடையாளப்படுத்தவும்.
  - பழுதடைதல் வீதம் 0 ஆக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்தில் ஏற்றுக் கொள் நிகழ்தகவு 1 ஆக இருக்கும் எனவும், அப்புள்ளியையும் தொகுதித் தளத்தின் மீது அடையாளப்படுத்தவும்.
  - இவ்வனைத்துப் புள்ளிகளையும் தொடராகச் சீரான கோடொன்றின் மூலம் இணைக்கவும்.
  - சீரான கோட்டின் வலது அந்தம் கிடை அச்சைத் தொடாதவாறு அதற்கு மிக அண்மியதாக ஓரளவு நீளத்திற்கு வரையவும். (சீரான கோடு கிடையச்சைத் தொடும் சந்தர்ப்பம் நடைமுறைக்கு பொருத்தமற்றது என்பதனால்)
  - இச்சீரான வளையியை OC வளையி எனப் பெயரிடவும்.
  - நீங்கள் உருவாக்கிய OC வளையி அட்டவணையை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தவும்.

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - ஒவ்வொரு இருப்புக்களிலும் காணப்படக்கூடிய பழுதடைந்த விகிதங்களினதும் மாதிரித் திட்டத்திற்கமைய அவ் ஒவ்வொரு இருப்புக்களும் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட நிகழ்தகவினைக் காட்டும் வரைபு செயற்பாட்டுப் புள்ளி ரீதியான வளையி OC வளையி என அழைக்கப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - OC வளையியொன்றின் தன்மையானது மாதிரியெடுத்தல் திட்டத்தின் மாதிரிப் பருமன்  $n$  மற்றும் ஏற்றுக் கொள் எண்ணிக்கையான  $C$  என்பவற்றின் மீது தங்கி இருப்பினும் OC வளையியின் சரிவின் மீது மாதிரிப் பருமன்  $n$  னே கூடுதலான தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - $n$  விசாலமாகும் அளவிற்கு OC வளையின் சரிவு அதிகரிக்கின்றது.
  - OC வளையியின் சரிவு அதிகரிக்குமளவிற்கு இருப்பைக் கொள்வனவு செய்பவரின் (நுகர்வாளரின்) பாதுகாப்பு அதிகரிக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாணவர்களினால் உருவாக்கப்பட்ட OC வரைபிற்கமைய நுகர்வாளர் 0.95 உச்ச நிகழ்தகவில் ஏற்றுக் கொள்ளப்படும் இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய அதி குறைந்த வீதத்தை அடையாளப்படுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அதனை ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தரமட்டம் (AQL) என மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாணவர்களினால் உருவாக்கப்பட்ட OC வளையிக்கமைய நுகர்வாளன் 0.10 ஐக் கொண்ட அதி குறைந்த நிகழ்தகவில் ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகின்ற இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய உச்ச பழுதடைந்த விகிதம் என அடையாளப்படுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அது நிராகரிப்புத் தரமட்டம் (RQL) எனும் இருப்பு வீத பழுதடைதல் விகித அளவு (LTPD) என குறிப்பிடலாம்.
- மாணவர்களினால் உருவாக்கப்பட்ட AQL யும் RQL யும் வரைபின் உதவியுடன் OC வளையியின் பயன்களைக் கலந்துரையாடவும்.

**செயற்பாடு - 1** பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணை

$N = 2500$		$n = 10$			$c = 2$
இருப்பு	பழுதடைந்த வீதம்	நிகழ்தகவு			இருப்பின் ஏற்றுக்கொள்ளும் நிகழ்தகவு $P(0) + P(1) + P(2)$
		$P(x = 0)$	$P(x = 1)$	$P(x = 2)$	
A	5%	0.5987	0.3151	0.0746	0.9884
B	10%	0.3487	0.3874	0.1937	0.9298
C	15%	0.1969	0.3474	0.2759	0.8202
D	20%	0.1074	0.2684	0.3020	0.6778
E	25%	0.0563	0.1877	0.2816	0.5256
F	30%	0.0282	0.1211	0.2335	0.3828





- உற்பத்தியாளரின் இடரையும் நுகர்வோரின் இடரையும் கணிப்பதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 2

- ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட திட்டமொன்றின்  $N = 1000$ ,  $n = 10$  உம்  $c = 1$  ஆகவும் இருப்பின் பின்வரும் ஒவ்வொரு இருப்புக்களினதும் சிறந்த இருப்புக்களையும் மோசமான இருப்புக்களையும் வேறுபடுத்திக் காட்டவும்.
  - A - பழுதடைந்த உருப்புகள் 50 உடனான 1000 அலகுகளைக் கொண்ட இருப்பு.
  - B - பழுதடைந்த உருப்புகள் 100 உடனான 1000 அலகுகளைக் கொண்ட இருப்பு.
  - C - பழுதடைந்த இருப்பு 150 உடனான 1000 அலகுகளைக் கொண்ட இருப்பு.
  - D - பழுதடைந்த இருப்புக்கள் 20%த்துடனான 1000 அலகுகளைக் கொண்ட இருப்பு.
- ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட திட்டத்திற்கமைய அவ் ஒவ்வொரு இருப்பும் ஏற்றுக் கொள் நிகழ்தகவினையும் நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவினையும் கணிப்பிடவும்.

- நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட பெறுபேற்றினூடாகப் பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப் படுத்தவும்.

இருப்பு	பழுதடைந்த வீதம்	சிறந்தது மோசமானது என	ஏற்றுக்கொள் நிகழ்தகவு	நிராகரிப்ப தற்கான நிகழ்தகவு	யாருக்கு இடர் ஏற்பட முடியும்.	அவ்வீடர்
A						
B						
C						
D						

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரித் திட்டத்திற்கமைய சிறந்த இருப்பாகக் காணப் பட்டாலும் அது நுகர்வோரினால் நிராகரிப்பதற்கான சந்தர்ப்பம் உண்டு எனவும் அது முதலாம் வகை வழு என்றழைக்கப்படும்.
  - ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரித் திட்டத்திற்கமைய மோசமான இருப்பாகக் காணப் பட்டாலும் கூட அவை நுகர்வாளரினால் ஏற்றுக் கொள்வதற்குச் சந்தர்ப்பம் உண்டு எனவும் அது இரண்டாவது வகை வழு எனக் கருதப்படும்.
  - முதலாம் வகை வழு இடம் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு உற்பத்தியாளர் இடர் என்றும், இரண்டாம் வகை வழு இடம் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு நுகர்வாளர் இடர் என்றும் அழைக்கப்படும்.

## செயற்பாடு - 2 இற்கான தீர்வு

- சிறந்த இருப்பென்பது இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட திட்டத்தில்,  $\frac{c}{n} \left[ \frac{\text{ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட எண்ணிக்கை}}{\text{ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரிப் பருமன்}} \right]$  ஐத் தாண்டாது இருக்கும் இருப்பைக் குறிக்கும். அதாவது  $\frac{1}{10} = 0.1$  ஐத் தாண்டாத பழுதடைந்த வீதத்துடன் கூடிய இருப்பு சிறந்த இருப்பாகும். இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம் 0.1 ஐ அண்மித்ததாக இருப்பின் அது மோசமான இருப்பாகும்.

A இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{50}{1000} = 0.05$  ஆக இருப்பதனால் அது சிறந்த இருப்பாகும்.

B இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{100}{1000} = 0.1$  ஆக இருப்பதனால் அது சிறந்த இருப்பாகும்.

C இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{150}{1000} = 0.15$  ஆக இருப்பதனால் அது சிறந்த இருப்பாகும்.

D இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{200}{1000} = 0.20$  ஆக இருப்பதனால் அது சிறந்த இருப்பாகும்.

மாதிரியின் பழுதடைந்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை  $X$  ஆக இருப்பின், A இருப்பின் ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு

$$P(X \leq C) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$n = 10, P = 0.05$  ஆக இருப்பதனால் ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாக

$$= P(X \leq 1) = 0.5987 + 0.3151 = \underline{\underline{0.9138}}$$

∴ A இருப்பினை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= 1 - P(X \leq C)$$

$$= 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - 0.9138$$

$$= \underline{\underline{0.0862}}$$

B இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு

$$= P(X \leq C) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$n = 10, P = 0.1$  ஆக இருப்பதனால் ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாக

$$= P(X \leq 1) = 0.3487 + 0.3874 = \underline{\underline{0.7361}}$$

∴ B இருப்பு நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= 1 - P(X \leq C)$$

$$= 1 - 0.7361$$

$$= \underline{\underline{0.2639}}$$

C இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு

$$= P(X \leq C) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$n = 10, P = 0.15$  ஆக இருப்பதனால் ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாக

$$= 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 0.1969 + 0.3471 = \underline{\underline{0.5440}}$$

∴ C இருப்பினை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - 0.5440$$

$$= \underline{\underline{0.4560}}$$

$$\begin{aligned}
& D \text{ இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு} \\
& = P(X \leq C) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \\
& n = 10, P = 0.20 \text{ ஆக இருப்பதனால் ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாக} \\
& = P(X \leq 1) = 0.1074 + 0.2684 = \underline{0.3758} \\
& \therefore D \text{ இருப்பினை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு} \\
& = 1 - P(X \leq 1) \\
& = 1 - 0.3758 \\
& = \underline{0.6242}
\end{aligned}$$

தீர்வு:

பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணை

இருப்பு	பழுதடைந்த விகிதம்	சிறந்தது மோசமானது	ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு	நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு	யாருக்கு இடர் ஏற்படலாம்	மொத்த இடர்
A	0.05	சிறந்தது	0.9138	0.0862	உற்பத்தியாளருக்கு	0.0862
B	0.10	சிறந்தது	0.7361	0.2639	உற்பத்தியாளருக்கு	0.2639
C	0.15	மோசமானது	0.5440	0.4560	நுகர்வாளருக்கு	0.5440
D	0.20	மோசமானது	0.3758	0.6242	நுகர்வாளருக்கு	0.3758

- ஏற்றுக் கொள்ளும் மாதிரியின்போது ஈருறுப்புப் பரம்பலுக்கு அண்ணளவாக்கம் செய்யப்பட்டதொன்றாக பொய்சோன் பரம்பலைப் பயன்படுத்துவது தொடர்பில் விளக்கம் பெறுவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

### செயற்பாடு - 3

ஏற்றுக்கொள் திட்டத்திற்கமைய  $n = 40$  உம்  $c = 2$  முமாகும்.

- (1) பின்வரும் ஒவ்வொரு இருப்புக்களையும் ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடவும்.
  - (i) 1% வழுவடன் கூடிய இருப்பு
  - (ii) 2% வழுவடன் கூடிய இருப்பு
  - (iii) 5% வழுவடன் கூடிய இருப்பு
  - (iv) 6.25% வழுவடன் கூடிய இருப்பு

மேற்காட்டிய (i) வது சந்தர்ப்பத்தின்போது உற்பத்தியாளரின் இடரினையும் மேற் குறிப்பிடப்பட்ட (iv) சந்தர்ப்பத்தின் போது நுகர்வாளரின் இடரினையும் வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.

### தீர்வு - செயற்பாடு - 3

(1) (i) இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம்  $P = 1\% = 0.01$   
 $n = 40$ ,  $P = 0.01$  ஆக இருப்பதனால்  $\lambda = np = 40 \times 0.01 = 0.4$   
திட்டத்திற்கமைய ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு  
 $= P(X \leq C) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$   
 $= 0.6703 + 0.2681 + 0.0536$   
 $= \underline{\underline{0.9920}}$

(ii) இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம் 2% ஆக இருப்பதனால்  
 $n = 40$ ,  $P = 0.02$ ,  $\lambda = np = 40 \times 0.02 = 0.8$   
திட்டத்திற்கமைய ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு  
 $= P(X \leq C) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$   
 $= 0.4493 + 0.3595 + 0.1438$   
 $= \underline{\underline{0.9526}}$

(iii) இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம் 5% ஆக இருப்பதனால்  
 $n = 40$ ,  $P = 0.05$ ,  $\lambda = np = 40 \times 0.05 = 2$   
திட்டத்திற்கமைய ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு  
 $= P(X \leq C) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$   
 $= 0.1353 + 0.2707 + 0.2707$   
 $= \underline{\underline{0.6767}}$

(iv) இருப்பின் பழுதடைந்த வீதம் 6.25% ஆக இருப்பதனால்  
 $n = 40$ ,  $P = 0.0625$ ,  $\lambda = np = 40 \times 0.0625 = 2.5$   
திட்டத்திற்கமைய ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு  
 $= P(X \leq C) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$   
 $= 0.0821 + 0.2052 + 0.2565$   
 $= \underline{\underline{0.5438}}$

(2) (i) ஆவது சந்தர்ப்பத்தின்போது உற்பத்தியாளரின் இடர் திட்டத்திற்கமைய சிறந்த இருப்பொன்றென்பது பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{c}{n} = \frac{2}{40} = 0.05$  அல்லது அதை விடக் குறைவான பழுதடையும் வீதத்துடன் கூடிய இருப்பொன்றாகும்.

மேற்காட்டிய (i) ஆவது இருப்பின் பழுதடைதல் வீதம் 0.01 ஆக இருப்பதனால் அது சிறந்த இருப்பொன்றாகும்.

உற்பத்தியாளரின் இடர் என்பது சிறந்த இருப்பொன்று நுகர்வாளரினால் நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவாகும். அதனை  $\alpha$  என அடையாளமிடப்படும்.  
எனவே,

$$\begin{aligned}\alpha &= P(X > C) = 1 - P(X \leq C) \\ &= 1 - P(X > 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\ &= 1 - 0.6703 + 0.2681 + 0.0536 \\ &= 1 - 0.9920 \\ &= \underline{0.0078}\end{aligned}$$

(iv) ஆவது சந்தர்ப்பத்தின் பொழுது நுகர்வாளரின் இடர் திட்டத்திற்கமைய மோசமான இருப்பென்பது பழுதடைந்த வீதம்  $\frac{c}{n} = \frac{2}{40} = 0.05$  ஐ விட கூடிய பழுதடைந்த விகிதத்துடன் கூடிய இருப்பைக் குறிக்கும்.

மேற்காட்டிய (iv) ஆவது இருப்பின் பழுதடைதல் வீதம் 0.0625 ஆக இருப்பதனால் அது மோசமான இருப்பாகும்.

நுகர்வாளரின் இடரென்பது மோசமான இருப்பொன்றை ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவைக் குறிக்கும். அதனை  $\beta$  என அடையாளமிடப்படும்.

$$\begin{aligned}\beta &= P(X \leq C) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\ &= 0.0821 + 0.2052 + 0.2565 \\ &= \underline{0.5438}\end{aligned}$$

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சில சந்தர்ப்பங்களில் இருப்பிலுள்ள சகல அலகுகளையும் பரிசீலனைக்கு உட்படுத்த முடியாது.
- அனைத்து அலகுகளையும் ஆய்விற்குட்படுத்துவதன் மூலம் இருப்பொன்றை ஏற்றுக் கொள்வதா நிராகரிப்பதா என்பதனைத் தீர்மானம் செய்வது தீர்மான ஆய்வு என அழைக்கப்படும்.
- காலம், கிரயம் என்பன கூடுதலாகச் செலவு செய்து மேற்கொள்ளும் முறையே தீர்மான ஆய்வாகும்.
- பரிசோதனை செய்யும் பொழுது அலகொன்று சேதமுறும் சந்தர்ப்பங்களில் இத்தீர்மான ஆய்வினை செயற்படுத்துவது நடைமுறையில் பொருத்தமற்றது.
- இருப்பில் இருப்பு மாதிரி ஆய்வானது தற்காலத்தில் கைத்தொழில் துறையின் இருப்பை ஏற்றுக் கொள்ளல் அல்லது நிராகரித்தலுக்காக பயன்படுத்தப்படும் பிரபல்யமான முறையொன்றாகும்.
- மாதிரியொன்றைப் பரிசோதனை செய்து இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்வதா இல்லையா என்பதனைத் தீர்மானிப்பதற்கு ஏற்றுக் கொள் மாதிரித் திட்டம் என்றழைக்கப்படும் புள்ளிவிபர ரீதியான திட்டமானது பெரும்பாலான நிறுவனங்களினால் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

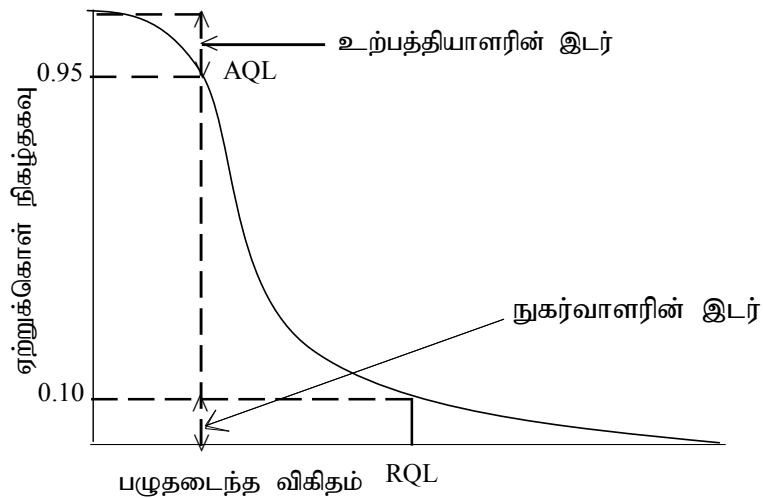
- கொள்வனவு செய்யும் நபர் (நுகர்வாளர்) இருப்பைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு முன்னர் அவை பூரணமாகக் குறித்த நியமத்திற்கமைய இருக்கின்றதா என்பதனை உறுதிப்படுத்துவதற்காக இவ்வாறான திட்டமொன்று பயன்படுத்தப்படும்.
- இருப்பானது குறிப்பிடப்பட்ட தர நியமத்திற்கமைய இருக்கின்றதா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்தல் உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு என்றழைக்கப்படும்.
- மூலப்பொருள்களைக் கொள்வனவு செய்யும் சந்தர்ப்பங்களின்போது மட்டுமன்றி முடிவுப் பொருட்களைச் சந்தைக்கு முன்வைப்பதற்கு ஆயத்தமாகும் சந்தர்ப்பங்களின் போதும் உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு எனும் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரித் திட்ட முறை பயன்படுத்தப்படும்.
- இருப்பொன்றிலிருந்து எடுக்கப்படும் மாதிரியொன்றைப் பயன்படுத்தி இருப்பொன்றை ஏற்றுக் கொள்ளவதா நிராகரிப்பதா என்பதனைத் தீர்மானிப்பது தனித்த மாதிரித் திட்டம் என அழைக்கப்படும்.
- தனித்த மாதிரித் திட்டமொன்று பின்வருமாறு நடைமுறைப்படுத்தப்படும்.
  1. N அளவு கொண்ட உருப்படிகளுடன் கூடிய இருப்பொன்றிலிருந்து n உருப்படி அளவுகளுடனான மாதிரியொன்று எழுமாற்றாக எடுக்கப்படும்.
  2. மாதிரியின் ஒவ்வொரு உருப்படிகளையும் தனித்தனியாகப் பரிசோதனை செய்து பழுதடைந்த உருப்படிகள் பழுதடையாத உருப்படிகள் என இரு பிரிவுகளாக வகைப்படுத்தப்படும்.
  3. பழுதடைந்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையினூடாகத் தீர்மானிக்கப்பட்ட C எனும் அளவை அண்மிக்காதிருப்பின் இருப்பு ஏற்றுக் கொள்ளப்படும்.
  4. மாதிரியின் பழுதடைந்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை ஏற்கனவே தீர்மானிக்கப்பட்ட C எனும் அளவை தாண்டிச் செல்லுமாயின் இருப்பு நிராகரிக்கப்படும்.
- ஏற்றுக்கொள் மாதிரித் திட்டமொன்றில் 3 பிரிவுகள் காணப்படுகின்றது.
  1. N = இருப்பின் பருமன்  
n = மாதிரியின் பருமன்  
C = முழுமையாக நிர்ணயிக்கப்பட்ட ஏற்றுக்கொள்ளலின் எண்ணிக்கை
- இங்கு N என்பது ஏற்றுக் கொள் மாதிரியினை மேற்கொள்வதற்கு எதிர்பார்க்கப்படும் இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய மொத்த அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். n என்பது N பருமன் கொண்ட இருப்பிலிருந்து ஆய்விற்கு உட்படுத்தப்படும் அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். C எனும் ஏற்றுக்கொள் எண்ணிக்கை என்பது இருப்பு ஏற்றுக்கொள்வதற்கான சோதனைக்காகப் பயன்படுத்தப்படும் மாதிரியொன்றில் இடம்பெறக்கூடிய உச்ச வழுவுடன் கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும்.
- கிடைக்கக்கூடிய இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய சராசரி பழுதடைதல் வீதம் P எனவும் ஆய்விற்குட்படுத்தப்படும் மாதிரியின் பழுதடைந்த அலகுகளின் எண்ணிக்கை X ஆகவும் இருப்பின், நுகர்வாளரினால் இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாகப் பின்வருமாறு காட்டப்படும்.

$$\Pr = (X \leq C) = \sum_{x=0}^C {}^n C_x P^x (1-p)^{n-x}$$

- $n$  ஆனது பெரிதாக இருந்து  $P$  சிறியதாக இருப்பின் ( $np < 5$ ) எனும் ஈருறுப்புப் பரம்பலுக்குப் பொய்சோன் அண்ணளவாக்கம் செல்லுபடியானது என்பதனால் இருப்பினை ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவு பொய்சோன் பரம்பலினூடாகப் பின்வருமாறு காட்டப்படும்.

$$\Pr = (X \leq C) = \sum_{x=0}^C \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (\text{இங்கு } \lambda = np)$$

- இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய பழுதடைந்தவைகளின் விகிதங்கள் மற்றும் மாதிரித் திட்டத்திற்கமைய அவ் ஒவ்வொரு ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவுகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பினைக் காட்டும் வளையி செயற்பாட்டுப் பண்பு வளையி OC வளையி என்றழைக்கப்படும்.
- ஏற்றுக்கொள் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடும் பொருட்டு ஈருறுப்பு நிகழ்தகவுத் தொழிற் பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும். இருப்பொன்றில் பழுதடைந்த விகிதம்  $P < 0.1$  ஆக இருக்கும்பொழுதும் ஏற்றுக்கொள் மாதிரியின் பருமன்  $n$  ஆனது விசாலமாக இருக்கும் பொழுது ( $np < 5$  ஆக இருக்கும்பொழுது) ஈருறுப்பு நிகழ்தகவுத் தொழிற் பாட்டிற்காக பொய்சோன் அண்ணளவாக்கம் மூலம் ஏற்றுக்கொள் நிகழ்தகவினைக் கணிக்க முடியும்.
- OC வளையியின் பயன்களில் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
  - இருப்பு ஏற்றுக்கொள் நிகழ்தகவிற்கும் இருப்பொன்றின் தரத்திற்குமிடையிலான தொடர்பானது OC வளையி மூலம் சுட்டிக் காட்டப்படல்.
  - வழங்கப்பட்ட பழுதடைந்த விகிதங்களின் அடிப்படையில் இருப்பொன்று ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவினை OC வளையி மூலம் பரிசீலிக்க முடிதல்.
  - ஏற்றுக்கொள் மாதிரியெடுத்தல் திட்டச் செயல்முறையொன்றின் சிறந்த, மோசமான இருப்புக்களை வேறுபடுத்தி இனங்காணும் திறன் OC வளையி மூலம் உறுதிப் படுத்தப்படல்.
  - சிறந்த இருப்பொன்று நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு (உற்பத்தியாளரின் இடர்) மோசமான இருப்பொன்றை ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு (நுகர்வாளரின் இடர்) என்பவற்றைப் பின்வருமாறு OC வளையி அட்டவணையின் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம்.





- ஏற்றுக்கொள் மாதிரித் திட்டத்திற்கமைய கூடுதலான நிகழ்தகவுடன் கூடியதாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய பழுதடைதல் விகிதம் ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தரமட்டமாகும் (AQL) அல்லது ஏற்றுக்கொள் திட்டத்திற்கமைய நுகர்வாளரினால் சிறந்தது எனக் கருதப்படும் இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய உச்ச வழு வீதத்தைக் குறிக்கும்.
- ஏற்றுக்கொள் மாதிரித் திட்டத்திற்கமையக் குறைந்த நிகழ்தகவுடன் கூடியதாக ஏற்றுக் கொள்ளப்படும் இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய பழுதடைதல் விகிதம் நிராகரிக்கப்பட்ட தரமட்டம் எனப்படுகின்ற இருப்புச் சலுகை வீதம் பழுதடைதல் வீதமாகும். (RQL/LTPD) அல்லது நுகர்வாளரினால் மோசமானது எனக் கருதப்படும் இருப்பொன்றில் இருக்கக்கூடிய குறைந்தபட்ச வழு வீதமாகும்.
- ஏற்றுக்கொள் மாதிரியின் போது மாதிரியின் அடிப்படையில் எடுக்கப்படும் செயன்முறை யொன்றாக இருப்பதனால் வழுக்கள் ஏற்படலாம்.
- இருப்பொன்றின் பழுதடைதல் விகிதம்  $\frac{c}{n}$  ஐ விடக் கூடுதலாகக் காணப்படும் பொழுது நுகர்வாளரினால் அது நிராகரிக்கப்படுவதானது ஏற்றுக்கொள் மாதிரி எடுத்தலின் போது முதலாம் வகை வழு என அழைக்கப்படும். முதலாம் வகை வழு ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு  $\alpha$  என அடையாளமிடப்படுவதுடன் அந்நிகழ்தகவு உற்பத்தியாளரின் இடராகக் கருதப்படும். அதாவது சிறந்த இருப்பொன்று நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு உற்பத்தியாளரின் இடராகும்.
- இருப்பொன்றின் பழுதடைதல் வீதம்  $\frac{c}{n}$  ஐ விடக் கூடியதாக இருக்கும்பொழுது நுகர்வாளரொருவர் இருப்பினை ஏற்றுக்கொள்ளாதலானது ஏற்றுக்கொள் மாதிரியின் இரண்டாவது வகை வழுவாகும். இரண்டாம் வகை வழு ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தக வானது  $\beta$  என அடையாளப்படுத்தப்படுவதுடன் அந்நிகழ்தகவானது நுகர்வாளரின் இடரெனக் கருதப்படும். அதாவது மோசமான இருப்பொன்று ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு நுகர்வாளரின் இடராகும்.

**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்களைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.1:** சுட்டெண்களை அறிந்து கொள்வதற்கான அடிப்படைகளைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சுட்டெண் என்றால் என்ன என்பதற்கான வரைவிலக்கணத்தைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- சுட்டெண்களின் பயன்களைப் பட்டியற்படுத்துவார்.
- சுட்டெண்களைக் கட்டியெழுப்பும்போது ஏற்படும் பிரச்சினைகளைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து அதனுடாக வினாக்களை முன்வைத்துக் கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.

**சந்தர்ப்பம் - 1**

கடந்த சில மாதங்களிற்கான கொழும்பு நுகர்வோன் விலைச் சுட்டெண்களின் பெறுமதிகள்

150%, 140%, 165%

**சந்தர்ப்பம் - 2**

கடந்த சில வருடங்களில் இலங்கையின் இறக்குமதிக் கணியச் சுட்டெண்களின் பெறுமதிகள்

110%, 80%, 225%

**சந்தர்ப்பம் - 3**

சில வாரங்களின் பங்குச் சந்தையின் அனைத்துப் பங்கு விலைச் சுட்டெண்களின் பெறுமதிகள்

125%, 105%, 240%

(1) ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் குறித்த சுட்டெண்ணினால் எது அளக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை மாணவர்களிடம் வினவவும்.

- முதலாவது சந்தர்ப்பத்தில் நுகர்வுப் பொருட்கள், சேவைகளின் விலைகளின் மாற்றங்களைக் காட்டுகின்றது எனவும்
- இரண்டாவது சந்தர்ப்பத்தில் இறக்குமதி செய்யப்பட்ட பொருட்கள் சேவை அளவுகளின் மாற்றங்களைக் காட்டுகின்றது எனவும்
- மூன்றாவது சந்தர்ப்பத்தில் பங்குச் சந்தையில் பங்குகளின் விலை மட்டங்களின் மாற்றங்களை தெளிவுபடுத்துகின்றது எனவும் உறுதிப்படுத்தவும்.

(2) அவை எவ்வாறு கணிப்பிடப்பட்டுள்ளது என்பதைக் கேட்கவும்.

- வீதமொன்றாகக் கணிக்கப்பட்டுள்ளது.
- ஏதாவது காலப்பகுதியொன்றிற்குக் கணிக்கப்பட்டுள்ளது.
  - மாதத்திற்கு
  - வருடத்திற்கு
  - வாரத்திற்கு

என்பதை விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 1

- (1) மேற்குறிப்பிட்ட 3 சந்தர்ப்பங்களிலும் சுட்டெண்களின் பெறுமதிக்கேற்ப உரிய மாறிகளில் ஏற்பட்ட மாற்றங்களை விளக்கவும்.
- (2) உங்களுக்கு கிடைத்த சுட்டெண்களைக் கணிப்பதனால் கிடைக்கும் நன்மைகளில் சிலவற்றை எழுதிக் காட்டவும்.
- (3) சுட்டெண்களைக் கணிக்கும்போது முகம் கொடுக்க வேண்டி ஏற்படுகின்ற பிரச்சினைகளை இயலுமானவரை எழுதிக் காட்டவும்.

## செயற்பாடு - 1 இற்கான விடை

- (1) • 1வது சந்தர்ப்பத்திற்கானது
    - 150% த்தில் பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மட்டமானது 50% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும்
    - 140% த்தில் பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மட்டமானது 40% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும்
    - 165% த்தில் பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மட்டமானது 65% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - 2வது சந்தர்ப்பத்திற்கானது
    - 110% மாகக் காட்டுகின்ற இறக்குமதி அளவு 10% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும்
    - 80% மாகக் காட்டுகின்ற இறக்குமதி அளவு 20% த்தினால் குறைந்துள்ளது எனவும்
    - 225% மாகக் காட்டுகின்ற இறக்குமதி அளவு 125% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும் விளக்கவும்.
  - 3வது சந்தர்ப்பத்திற்கானது
    - 125% என்பது பங்குகளின் விலைமட்டமானது 25% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும்
    - 105% என்பது பங்குகளின் விலைமட்டமானது 5% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும்
    - 240% என்பது பங்குகளின் விலைமட்டமானது 140% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது எனவும் விளக்கவும்.
- (2) சுட்டெண்களைக் கணிப்பதன் நன்மைகளில் சிலவற்றைப் பின்வருமாறு வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.
    - நுகர்வு செய்யப்படுகின்ற பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மட்டங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்களை விளங்கிக் கொள்ள முடிதல்.
    - இறக்குமதி செய்யப்பட்ட பொருட்கள் சேவைகளின் அளவு (கணிய) மாற்றத்தை விளங்கிக் கொள்ள முடிதல்.
    - பங்குச் சந்தையில் பங்குகளில் விலை மட்டங்களின் மாற்றங்களை அறிந்து கொள்ள முடிதல்.
  - (3) சுட்டெண்ணைக் கட்டியெழுப்பும்போது ஏற்படக்கூடிய பிரச்சினைகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- ஏதாவது மாறியொன்றின் மாற்றங்கள் அல்லது மாறியினை அளவிடலுக்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற விகிதங்களின் அல்லது வீதங்களின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற புள்ளி ரீதியான அளவீடு சுட்டெண் எனப்படும்.  
உதாரணமாக: விலைமட்டம், சம்பளம், உற்பத்தி அளவுகள் போன்றவைகளின் மாற்றங்களை அளப்பதற்குச் சுட்டெண்கள் பயன்படுத்தப்படும்.
- மாறிகளின் மாற்றங்கள் இடம்பெற்ற காலம், பூகோள அமைவிடம் என்பவற்றிற்கேற்பவோ அல்லது ஏனைய பண்புகள் தொடர்பிலோ அளவிடப்படும்.
- இதற்கேற்ப சுட்டெண் என்பது ஏதாவது மாறியொன்றில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் காலம், பூகோள அமைப்பு அல்லது வேறு பண்புகளுடன் தொடர்புபடுத்தி அளவிடுவதற்காகப் பயன்படுத்துகின்ற புள்ளிவிபர ரீதியான அளவீடொன்றாகும். இதனை விகித மொன்றாகவோ அல்லது வீதமொன்றாகவோ முன்வைக்கலாம்.
- சுட்டெண்களின் நன்மைகளைப் பின்வருமாறு ஒழுங்குபடுத்தலாம்.
  - (1) எந்தவொரு மாறியொன்றினதும் மாற்றங்களைக் காலத்துடன் ஒப்பிடலோ அல்லது வேறு காரணிகளுடன் ஒப்பிடலோ அளவிட முடியுமாயிருத்தல்.
  - (2) இரு காலப் பகுதிகளுக்கிடையிலான நாடொன்றில் இறக்குமதி, ஏற்றுமதி அளவுகளை ஒப்பிட முடிதல்.
  - (3) பங்குச் சந்தையில் பங்குகளின் விலை மட்டத்தை ஒப்பிடுவதன் மூலம் முதலீடு தொடர்பில் தீர்மானமெடுத்தல் இலகுவாக அமைதல்.
  - (4) வாழ்க்கைச் செலவுச் சுட்டெண்ணின் அனுகூலங்கள் பின்வருமாறு:
    - வாழ்க்கைச் செலவு மாற்றங்களை அறிந்து கொள்வதற்கு
    - மெய்ச் சம்பளத்தை (வருமானம்) கணிப்பதற்கு
    - பணவீக்கத்தை அளப்பதற்கு
    - பணத்தின் உள்ளகப் பெறுமதியினை அளவிடுவதற்கு
- சுட்டெண்களை கட்டியெழுப்பும்போது முகம் கொடுக்கின்ற பிரச்சினைகளைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.
  - தரவுகளைச் சேகரிக்கும்போது உருவாகின்ற பிரச்சினைகள்
  - மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும்போது உருவாகின்ற பிரச்சினைகள்
  - அடிப்படைக் காலப் பகுதியினைத் தெரிவு செய்யும்போது உருவாகின்ற பிரச்சினைகள்
  - குறித்த நுகர்வோர் குழுவைத் தீர்மானிக்கும்போது உருவாகின்ற பிரச்சினைகள்.
  - சுட்டெண்ணில் உள்ளடக்க வேண்டிய பொருட்கள், சேவைகளைத் தெரிவு செய்யும் போது உருவாகின்ற பிரச்சினைகள்.
  - பொருட்கள் சேவைகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவம் அல்லது சுமத்துதல் தொடர்பிலான பிரச்சினைகள்.

**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.2:** தனி மாறியொன்றின் ஒப்பீட்டு ரீதியான வேறுபாடுகளை அளவிடுவதற்கு எளிய சார்புச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எளிய சார்புச் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- எளிய விலை சார்பை அறிமுகப்படுத்தி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- எளிய கணியச் சார்பை அறிமுகப்படுத்தி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- எளிய பெறுமானச் சார்பினை அறிமுகப்படுத்தி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- எளிய சார்புச் சுட்டெண்ணின் பண்புகளை விளக்குவார்.
- முழு அடையாளக் குணகத்தைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- முழு நேர மாற்றக் குணகத்தை விளக்குவார்.
- காரணி மாற்றக் குணகத்தை விளக்குவார்.
- வட்டக் குணகத்தை விளக்குவார்.
- எளிய சார்புச் சுட்டெண்களின் பலவீனங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் விபரங்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கி, கலந்துரையாடி முன்வைக்கப்படுகின்ற பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

**விபரம்:**

2010 ஆம் ஆண்டு சீனி 1 கிலோகிராமின் விலை ரூபா 75 வாக இருந்ததுடன், 2015 இல் 1 கிலோகிராம் சீனியின் விலை ரூபா 90 ஆக உயர்வடைந்திருந்தது. அத்துடன் 5 அங்கத்தவர்களைக் கொண்ட குடும்பமொன்றின் சராசரி மாதாந்த சீனிப் பாவனை 2010 இல் 8 கிலோகிராமாக இருந்ததுடன், 2015 இல் அப்பெறுமதி 6 கிலோகிராமாக குறைவடைந்தது.

மேற்குறிப்பிட்ட விபரங்களுக்கமைய,

- சீனி விலை மாற்றமடைந்த முறை
  - சீனிப் பாவனை செய்யும் அளவு மாற்றமடைந்த முறை
  - சீனிக்காக மாதாந்தம் ஏற்கும் செலவு மாற்றமடைந்த முறை
- என்பவற்றை அளவிட்டுப் பார்ப்போம்.

சீனி விலை மாற்றமடைதல்.

$$\frac{2015 \text{ விலை}}{2010 \text{ விலை}} \times 100$$

$$\frac{90}{75} \times 100 = 120\%$$

2010 உடன் ஒப்பிடும்போது 2015 இல் சீனியின் விலை 20% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

சீனிப்பாவனையின் அளவு மாற்றமடைதல்.

$$\frac{2015 \text{ இல் கொள்வனவு செய்த அளவு}}{2010 \text{ இல் கொள்வனவு செய்த அளவு}} \times 100$$

$$= \frac{6}{8} \times 100$$

$$= \underline{\underline{75\%}}$$

2010 இற்கு சார்பாக 2015 இல் சீனியின் கொள்வனவு அளவு 25% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

சீனிக்காக ஏற்பட்ட செலவு மாற்றமடைதல்.

$$\frac{2015 \text{ செலவு}}{2010 \text{ செலவு}} \times 100$$

$$= \frac{90 \times 6}{75 \times 8} \times 100$$

$$= \underline{\underline{90\%}}$$

2010 உடன் ஒப்பிடும்போது 2015 இல் சீனிக்காக ஏற்பட்ட செலவு 10% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

மேற்குறிப்பிட்ட முறையில் இரு காலப்பகுதிகளுக்கான தனி மாறியொன்றின் விலை, அளவு அல்லது பெறுமதி மாற்றத்தினை அளவிட முடியும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும். அதற்காகப் பயன்படுத்துகின்ற கூட்டெண் எளிய சார்புச் கூட்டெண் எனப்படும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

சில வருடங்களுக்கான மீனின் விலை மட்டம் (1 kg) தொடர்பான விபரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அதன் உதவியுடன் கேட்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

வகை	2012 P <sub>2012</sub>	2014 P <sub>2014</sub>	2016 P <sub>2016</sub>
திருக்கை மீன்	200	350	500
பாரை மீன்	150	200	400
சுறா மீன்	100	300	400

(1)  $\frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times 100$  சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு மீன் வகைகளினதும் விலை மாற்றத்தைக் கணிப்பிட்டு விடையினை விளக்கவும்.

(2)  $\frac{P_{2016}}{P_{2012}}$  பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(3)  $\frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times \frac{P_{2012}}{P_{2016}}$  பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$(4) \frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times \frac{P_{2012}}{P_{2014}} \times \frac{P_{2014}}{P_{2016}} \text{ பெற்றுக் கொள்ளவும்.}$$

மேற்குறிப்பிட்ட செயற்பாடுகளுக்கேற்ப பெற்றுக் கொண்ட விடைகளின் உதவியுடன் கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.

$$(1) \frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times 100 \text{ சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தும்போது ஒவ்வொரு மீன் வகைகளினதும் விலை மாற்றமடைந்துள்ள முறை பின்வருமாறு கிடைக்கப் பெறும்.}$$

$$\text{திருக்கை மீன்} - \frac{500}{200} \times 100 = 250\%$$

திருக்கை மீனின் விலை 2012 உடன் ஒப்பிடும்போது 150% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

$$\text{பாரை மீன்} - \frac{400}{150} \times 100 = 266.7\%$$

பாரை மீனின் விலை 2012 உடன் ஒப்பிடும்போது 2016 இல் 166.7%த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

$$\text{சுறா மீன்} - \frac{400}{100} \times 100 = 400\%$$

சுறா மீனின் விலையானது 2012 உடன் ஒப்பிடும்போது 2016 இல் 300% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

$$(2) \frac{P_{2016}}{P_{2012}}$$

$$\text{திருக்கை மீன்} - \frac{500}{500} = 1 \quad \text{பாரை மீன்} - \frac{400}{400} = 1 \quad \text{சுறா மீன்} - \frac{400}{400} = 1$$

- ஏதாவது காலப் பகுதியொன்றுக்கு சார்பாக அக்காலப் பகுதியின் எளிய விலைச் சார்பு 1 அல்லது 100 ஆகும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

$$(3) \frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times \frac{P_{2012}}{P_{2016}} \text{ பெற்றுக் கொண்ட பெறுமதிகள்}$$

$$\text{திருக்கை மீனிற்கான} - \frac{500}{200} \times \frac{200}{500} = 1$$

$$\text{பாரை மீனிற்கான} - \frac{400}{150} \times \frac{150}{400} = 1$$

$$\text{சுறா மீனிற்கான} - \frac{400}{100} \times \frac{100}{400} = 1$$

ஏதாவது இரு காலப் பகுதிகளுக்கான விலைச் சுட்டெண்களை அவ்விலைச் சுட்டெண்ணின் இடைவெளிகளினால் பெருக்கும்போது 1 கிடைக்கப் பெறுவதாகவும்

$$\text{அல்லது} \quad \frac{P_{2016}}{P_{2012}} = \frac{1}{\frac{P_{2016}}{P_{2012}}} = 1 \text{ என விளக்கவும்.}$$

(4)  $\frac{P_{2016}}{P_{2012}} \times \frac{P_{2012}}{P_{2014}} \times \frac{P_{2014}}{P_{2016}}$  கீழ் பெற்றுக் கொண்ட பெறுமதிகளாவன:

$$\text{திருக்கை மீள்காண} - \frac{500}{200} \times \frac{200}{500} \times \frac{350}{500} = 1$$

$$\text{பாரை மீள்காண} - \frac{400}{150} \times \frac{150}{200} \times \frac{200}{400} = 1$$

$$\text{சுறா மீள்காண} - \frac{400}{100} \times \frac{100}{300} \times \frac{300}{400} = 1$$

### செயற்பாடு - 2

5 பேர்களைக் கொண்ட குடும்பமொன்று மாதமொன்றில் பயன்படுத்துகின்ற 3 வகையான பொருள்களின் அலகுகளின் விலையும் பொருட்களின் அளவும் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வகை	2016		2012		2015	
	P	Q	P	Q	P	Q
அரிசி (kg)	60	20	75	18	90	15
முட்டை (அலகு)	08	30	10	25	12	15
தேங்காய் எண்ணெய் (லீற்றர்)	75	02	100	01	150	01

(அ) ஒவ்வொரு பொருளிற்கும் வெவ்வேறாக 2012 ஐ அடிப்படை ஆண்டாக எடுத்து 2015ஆம் வருடத்திற்கான,

- (i) எளிய விலைச் சார்பினையும்
- (ii) எளிய கணியச் சார்பினையும்
- (iii) எளிய பெறுமானச் சார்பினையும்  
கணிப்பிடுக.

(ஆ) அரிசிக்கு கணிப்பிடப்பட்ட,

- எளிய விலைச்சார்பு
- எளிய கணியச் சார்பு
- எளிய பெறுமானச் சார்பு
- (i) முழு அடையாளக் குணகம்
- (ii) முழுநேர மாற்றக் குணகம்
- (iii) காரணி மாற்றக் குணகம்
- (iv) வட்டக் குணகம்

திருப்திப்படுத்துகின்றது என்பதைக் காட்டவும்.



## தீர்வுகள்:

### (அ) எளிய விலைச்சார்பு

(i) அரிசிக்கான -  $\frac{P_{2015}}{P_{2012}} \times 100$

$$\frac{90}{75} \times 100 = 120\%$$

2012 ஆம் வருடத்திற்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் அரிசியின் விலை 20% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

(ii) முட்டைக்கான -  $\frac{P_{2015}}{P_{2012}} \times 100$

$$\frac{12}{10} \times 100 = 120\%$$

2012 ஆம் வருடத்திற்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் முட்டையின் விலை 20% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

(iii) தேங்காய் எண்ணெய்க்கான -  $\frac{P_{2015}}{P_{2012}} \times 100$

$$\frac{150}{100} \times 100 = 150\%$$

2012 ஆம் வருடத்திற்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் தேங்காய் எண்ணெயின் விலை 50% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

### எளிய கணியச்சார்பு

(i) அரிசிக்கானது -  $\frac{q_{2015}}{q_{2012}} \times 100$

$$\frac{15}{18} \times 100 = 83.3\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் அரிசியைப் பயன்படுத்தும் அளவு 16.7% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

(ii) முட்டைக்கானது -  $\frac{q_{2015}}{q_{2012}} \times 100$

$$\frac{15}{25} \times 100 = 60\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் முட்டையைப் பயன்படுத்தும் அளவு 60% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

$$(iii) \text{ தேங்காய் எண்ணெய்க்கானது} - \frac{Q_{2015}}{Q_{2012}} \times 100$$

$$= \frac{01}{01} \times 100 = 100\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் தேங்காய் எண்ணெயைப் பயன்படுத்தும் அளவில் எந்தவித மாற்றமுமில்லை.

### எளிய பெறுமானச் சார்பு

$$(i) \text{ அரிசிக்கானது} - \frac{P_{2015}Q_{2015}}{P_{2012}Q_{2012}} \times 100$$

$$= \frac{90 \times 15}{75 \times 18} \times 100$$

$$= 100\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் அரிசிக்கான பயன்படுத்தும் அளவில் எந்தவித மாற்றமுமில்லை.

$$(ii) \text{ முட்டைக்கானது} - \frac{P_{2015}Q_{2015}}{P_{2012}Q_{2012}} \times 100$$

$$= \frac{12 \times 15}{10 \times 25} \times 100$$

$$= 72\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் முட்டைக்கான நுகர்வுச் செலவு 28% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது

$$(iii) \text{ தேங்காய் எண்ணெய்க்கானது} - \frac{P_{2015}Q_{2015}}{P_{2012}Q_{2012}} \times 100$$

$$= \frac{150 \times 1}{100 \times 1} \times 100$$

$$= 150\%$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் தேங்காய் எண்ணெய்க்கான நுகர்வுச் செலவு 50% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது

### (ஆ) எளிய சார்புச் சுட்டெண்:

எளிய விலைச் சார்பு

$$\frac{P_{2015}}{P_{2015}} = 1 \text{ என } \frac{90}{90} = 1$$

எளிய கணியச் சார்பு

$$\frac{Q_{2015}}{Q_{2015}} = 1 \quad \text{என} \quad \frac{15}{15} = 1$$

எளிய பெறுமானச் சார்பு

$$\frac{P_{2015}Q_{2015}}{P_{2015}Q_{2015}} = 1 \quad \text{என}$$

$$\frac{90 \times 15}{90 \times 15} = 1$$

இதற்கேற்ப அனைத்து எளிய சார்புச் சுட்டெண்ணும் முழு அடையாளக் குணகத்தைத் திருப்தி செய்கின்றது எனக் கூறலாம்.

**முழுநேர மாற்றக் குணகம்:**

எளிய விலைச் சார்பு

$$\frac{P_{2015}}{P_{2012}} = \frac{1}{\frac{Q_{2012}}{Q_{2015}}}$$

$$\frac{90}{75} = \frac{1}{\frac{90}{75}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{90}{75} \times 1 \div \frac{90}{75} \\ &= \frac{90}{75} \times 1 \times \frac{75}{90} = 1 \end{aligned}$$

எளிய கணியச் சார்பு

$$\begin{aligned} &\frac{q_{2015}}{q_{2012}} \times \frac{1}{\frac{q_{2015}}{q_{2012}}} \\ &= \frac{15}{18} \times \frac{1}{\frac{15}{18}} = \frac{15}{18} \times 1 \div \frac{15}{18} \\ &= \frac{15}{18} \times 1 \times \frac{18}{15} = 1 \end{aligned}$$

எளிய பெறுமானச் சார்பு

$$\begin{aligned}\frac{P_{2015}q_{2015}}{P_{2012}q_{2012}} &= \frac{1}{\frac{P_{2015}q_{2015}}{P_{2012}q_{2012}}} \\ &= \frac{90 \times 15}{75 \times 18} = \frac{1}{\frac{90 \times 15}{75 \times 18}} \\ &= \frac{90 \times 15}{75 \times 18} \times 1 \times \frac{75 \times 18}{90 \times 15} = 1\end{aligned}$$

இதற்கேற்ப அனைத்து எளிய சார்புச் சுட்டெண்களும் முழுநேர மாற்றக் குணகத்தைத் திருப்தி செய்கின்றது எனக் கூறலாம்.

**காரணி மாற்றக் குணகம்:**

$$\frac{P_{2015}}{P_{2012}} \times \frac{q_{2015}}{q_{2012}} = \frac{P_{2015}Q_{2015}}{P_{2012}Q_{2012}} \text{ என இருக்க வேண்டும்.}$$

$$\frac{90}{75} \times \frac{15}{18} = \frac{90 \times 15}{75 \times 18} \text{ ஆகும்.}$$

அல்லது

$$\frac{P_{2015}Q_{2015} / P_{2012}Q_{2012}}{P_{2015} / P_{2012}} = \frac{Q_{2015}}{Q_{2012}}$$

$$\frac{\frac{90 \times 15}{75 \times 18}}{\frac{90}{75}} = \frac{15}{18}$$

அல்லது

$$\frac{P_{2015}q_{2015} / P_{2012}q_{2012}}{q_{2015} / q_{2012}} = \frac{P_{2015}}{P_{2012}}$$

$$\frac{\frac{90 \times 15}{75 \times 18}}{\frac{15}{18}} = \frac{90}{75}$$

இதற்கேற்ப எளிய சார்புச் சுட்டெண்கள் காரணி மாற்றக்குணகத்தைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.

**வட்டக்குணகம்:**

எளிய விலைச் சார்பு

$$\frac{P_{2015}}{P_{2012}} \times \frac{P_{2012}}{P_{2010}} \times \frac{P_{2010}}{P_{2015}} = 1 \text{ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.}$$

$$\frac{90}{75} \times \frac{75}{60} \times \frac{60}{90} = 1 \text{ ஆகும்.}$$

எளிய கணியச் சார்பு

$$\frac{q_{2015}}{q_{2012}} \times \frac{q_{2012}}{q_{2010}} \times \frac{q_{2010}}{q_{2015}} = 1 \text{ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.}$$

$$\frac{15}{18} \times \frac{18}{20} \times \frac{20}{15} = 1 \text{ ஆகும்.}$$

எளிய பெறுமானச் சார்பு

$$\frac{P_{2015}q_{2015}}{P_{2012}q_{2012}} \times \frac{P_{2012}q_{2012}}{P_{2010}q_{2010}} \times \frac{P_{2010}q_{2010}}{P_{2015}q_{2015}} = 1 \text{ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.}$$

$$\frac{90 \times 15}{75 \times 18} \times \frac{75 \times 18}{60 \times 20} \times \frac{60 \times 20}{90 \times 15} = 1 \text{ ஆகும்.}$$

இதற்கேற்ப எளிய சார்பு சுட்டெண்கள் அனைத்தும் வட்டக்குணகத்தைக் கொண்டு இருக்கும்.

**பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதிக்குச் சார்பாகக் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதியின் ஏதாவது மாறியொன்றின் மாற்றங்களை அளவிடுவதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்ற சுட்டெண் எளிய சார்புச் சுட்டெண் எனப்படும்.
- எளிய சார்புச் சுட்டெண்ணை மூன்று முறைகளில் அளவிடலாம்.
  - (i) எளிய விலைச்சார்பு
  - (ii) எளிய கணியச்சார்பு
  - (iii) எளிய பெறுமானச்சார்பு
- வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதியொன்றின் ஒரு பண்டத்திற்கான விலையினை அடிப்படையாண்டின் அப்பண்டத்தின் விலைக்குச் சார்பாக விகிதமொன்றாக அல்லது வீதமொன்றாக வெளியிடல் எளிய விலைச்சார்பு எனப்படும்.
- பின்வரும் சூத்திரங்களுக்கேற்ப எளிய விலைச் சார்பினைக் கணிப்பிடலாம்.

$$P\% = \frac{P_n}{P_o} \text{ அல்லது } \frac{P_n}{P_o} \times 100 \text{ என}$$

P - பொருளின் விலை

n - கவனத்தில் கொள்ளப்படும் காலப்பகுதி

O - அடிப்படைக் காலம் / காலப்பகுதி

- வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதியொன்றில் ஒரு பொருளினைக் கொள்வனவு செய்யும் அளவு அடிப்படையாண்டில் அப்பொருளைக் கொள்வனவு செய்யும் அளவிற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது விகிதமொன்றாகவோ அல்லது வீதமொன்றாகவோ கணிப்பிடல் எளிய கணியச்சுட்டி எனப்படும்.
- பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப எளிய கணியச் சார்பினைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$q_{n/o} = \frac{q_n}{q_o} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{q_n}{q_o} \times 100$$

$q$  - பொருளின் அளவு

$n$  - கவனத்தில் கொள்ளப்படும் காலப்பகுதி

$o$  - அடிப்படையாண்டு

- வழங்கப்பட்டுள்ள காலப் பகுதியொன்றில் ஒரு பொருளிற்குச் செலுத்தப்படுகின்ற பெறுமதி அடிப்படை காலப்பகுதியின் அப்பொருளிற்காகச் செலுத்தப்பட்ட பெறுமதிக்கு சார்பாக விகிதமொன்றாக அல்லது வீதமொன்றாக வெளியிடல் எளிய பெறுமானச் சார்பு எனப்படும்.

$$V_{n/o} = \frac{P_n q_n}{P_o q_o} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{P_n q_n}{P_o q_o} \times 100$$

$V$  - பெறுமானம்

$P$  - விலை

$q$  - அளவு

$n$  - கவனத்தில் கொள்ளப்படும் காலப்பகுதி

$O$  - அடிப்படையாண்டு

- எளிய சார்புச் சுட்டெண்களில் பின்வரும் பண்புகள் காணப்படும்.

(1) முழு அடையாளக் குணகம்:

ஒரு காலப்பகுதியின் சார்பாக ஒப்பிடும்போது அக்காலப் பகுதியிலேயே எளிய விலைச் சார்புச் சுட்டெண், எளிய கணியச் சார்புச் சுட்டெண் மற்றும் எளிய பெறுமானச் சார்புச் சுட்டெண் 1 அல்லது 100% ஆகக் காணப்படும் என்பது இதன் கருத்தாகும்.

a, b, c காலப்பகுதிக்கான,

$$\frac{P_a}{P_a} = 1 \quad \frac{q_a}{q_a} = 1$$

$$\frac{V_a}{V_a} = 1 \quad \text{அல்லது} \quad \frac{P_a q_a}{P_a q_a} = 1$$

(2) முழு நேர மாற்றல் குணகம்:

இரு காலப் பகுதிகளுக்கான சுட்டெண்களை அச்சுட்டெண்களின் வித்தியாசத்தினால் பெருக்கும்போது 1 கிடைக்கப் பெறும் என்பதே, இதன் கருத்தாகும். a, b, c காலப்பகுதிக்கான,

$$\frac{P_a}{P_b} \times \frac{P_b}{P_a} = 1 \quad \text{அல்லது} \quad \frac{P_a}{P_b} \times \frac{1}{\frac{P_a}{P_b}} = 1$$

$$\frac{q_a}{q_b} \times \frac{q_b}{q_a} = 1 \quad \text{அல்லது} \quad \frac{q_a}{q_b} \times \frac{1}{\frac{q_a}{q_b}} = 1$$

$$\frac{P_a q_a}{P_b q_b} \times \frac{P_b q_b}{P_a q_a} = 1 \quad \text{அல்லது} \quad \frac{P_a q_a}{P_b q_b} \times \frac{1}{\frac{P_a q_a}{P_b q_b}} = 1$$

(3) காரணி மாற்றல் குணகம்:

எளிய விலைச் சார்புச் சுட்டெண்ணை எளிய கணியச் சார்புச் சுட்டெண்ணினால் பெருக்கும்போது எளிய பெறுமானச் சார்புச் சுட்டெண் கிடைக்கும் என்பதே இதன் கருத்தாகும்.

$$\frac{\text{எளிய கணிய அளவுச் சுட்டெண்}}{\text{எளிய விலைச் சார்புச் சுட்டெண்}} = \text{எளிய பெறுமானச் சார்புச் சுட்டெண்}$$

அல்லது

$$\frac{\text{எளிய கணிய சார்புச் சுட்டெண்}}{\text{எளிய பெறுமானச் சார்புச் சுட்டெண்}} = \text{எளிய விலைச் சார்புச் சுட்டெண்}$$

a, b காலப்பகுதிக்கான,

$$\frac{P_a}{P_b} \times \frac{q_a}{q_b} = \frac{P_a q_a}{P_b q_b} \quad \text{என}$$

(4) வட்டக் குணகம்:

இதன் மூலம் கருதப்படுவது a, b, c எனும் மூன்று காலப்பகுதிகளுக்கான P = விலை, Q = அளவு, PQ = பெறுமானம் ஆயின்,

$$\frac{P_a}{P_b} \times \frac{P_b}{P_c} \times \frac{P_c}{P_a} = 1$$

$$\frac{q_a}{q_b} \times \frac{q_b}{q_c} \times \frac{q_c}{q_a} = 1$$

$$\frac{P_a q_a}{P_b q_b} \times \frac{P_b q_b}{P_c q_c} \times \frac{P_c q_c}{P_a q_a} = 1 \quad \text{ஆகும்.}$$

- தனி மாறியொன்றின் மாற்றங்களை ஏதாவது காலப்பகுதியொன்றிற்குச் சார்பாக ஒப்பிட்டு அளவிடுவதற்கு எளிய சார்புச் சூட்டிகளைப் பயன்படுத்த முடியும். ஒரு பொருளின் உற்பத்தி செய்கின்ற அல்லது ஒரு சேவையின் மாத்திரம் வழங்குகின்ற நிறுவனத்திற்கு இச்சுட்டெண் மிகப் பயனுடையதாகும். இது மிக இலகுவாக, விளங்கிக் கொள்ளக்கூடியதும் இலகுவாகக் கணிப்பிடக்கூடியதுமான அளவீடொன்றாகும். எனினும் பின்வரும் பலவீனங்கள் இதில் உள்ளடங்கியுள்ளது.
- பண்டங்கள் சிலவற்றின் விலை அளவுகளில் அல்லது பெறுமதிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை ஒரே தடவையில் ஒப்பிட முடியாமை.
- நடைமுறை ரீதியில் தனிப்பொருளொன்றின் விலை மட்டங்களின் அளவுகளை அல்லது பெறுமானங்களை ஒப்பிடுவதை விட நுகர்வு செய்யப்படுகின்ற அனைத்துப் பொருட்களையும் ஒன்றாகக் கருதித் தனிச்சுட்டெண் ஒன்றைப் பெற்று அதற்கேற்ப விலை அல்லது கணியம் அல்லது பெறுமதி என்பவற்றை ஒப்பிடுவது கருத்துடையதாக அமைவதுடன் எளிய சார்புச் சூட்டெண்களை அதற்காகப் பயன்படுத்த முடியாதிருத்தல்.



**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.3:** மாறிகள் பலவற்றின் சார்பு மாற்றங்களை அளவிடுவதற்குத் தனிச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எளிய கூட்டுச் சுட்டெண்ணை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- எளிய கூட்டு விலைச் சுட்டெண், எளிய கூட்டு கணியச் சுட்டெண், எளிய கூட்டு பெறுமானச் சுட்டெண் என்பவற்றை விளக்குவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளின் உதவியுடன் எளிய கூட்டு விலைச்சுட்டெண், எளிய கூட்டு பெறுமானச் சுட்டெண் என்பவற்றைக் கணிப்பிடுவார்.
- எளிய கூட்டுச் சுட்டெண்களின் பயன்கள், வரையறைகளை விளக்குவார்.
- எளிய கூட்டு சுட்டெண்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்மானமெடுப்பார்.
- எளியச் சார்புச் சராசரிச் சுட்டெண்ணை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- எளிய சார்பு சராசரிச் சுட்டெண்களைப் பெயரிட்டு அவை ஒவ்வொன்றையும் விளக்குவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களினூடாக எளிய விலைச்சார்பு, எளிய கணியச் சார்பு, எளிய பெறுமானச் சார்பு என்பவற்றின் சராசரிச் சுட்டெண்களைக் கணிப்பிடுவார்.
- எளிய சார்புச் சுட்டெண்களின் பயன்களையும் வரையறைகளையும் விளக்குவார்.
- எளிய சார்புச் சராசரி சுட்டெண்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்மானமெடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- 2016 மே, ஜூன் மாதங்களுக்கான சராசரிக் குடும்பமொன்று வாரமொன்றுக்கு நுகர்கின்ற உணவுப் பண்டங்கள் சிலவற்றின் விலைகளையும் அளவுகளையும் வகுப்பறையில் முன்வைக்கவும்.

பொருள்	மே		ஜூன்	
	அலகு	விலை	அளவு	அளவு
	P	Q	P	Q
அரிசி (kg)	80	10	90	08
சீனி (kg)	100	03	102	02
பாண் (400g)	50	08	60	07
பெற்றோல் (லீற்றர்)	150	20	120	25

- சகல பொருட்களினதும் விலை மாற்றங்களைத் தனிச் சுட்டெண்ணின் மூலம் காட்டப்பட வேண்டுமென மாணவர்களுக்கு விளக்கவும். இதற்காகப் பின்பற்றப்படவேண்டிய நடைமுறைகள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தின் பொருட்களின் விலைமாற்றங்களைக் கணிப்பதற்கான முறையொன்றை முன்மொழியவும்.

$\frac{\text{ஜூன் மாதத்தில் சகல பண்டங்களின் விலைகளினதும் மொத்தம்}}{\text{மே மாதத்தில் சகல பண்ட விலைகளின் மொத்தம்}} \times 100$

$$= \frac{372}{380} \times 100$$

$$= 97.9\%$$

- மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தில் கவனத்தில் கொள்ளப்பட்ட சகல பொருட்களின் விலையானது 2.1% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.
- இதே முறையில் சகல பொருட்களினதும் கேள்வி அளவானது மாற்றமடைந்துள்ள முறையினை அனைத்துப் பொருட்களின் பெறுமானங்கள் மாற்றமடைந்த முறையினைச் தனிச் சுட்டெண் மூலம் வெளிப்படுத்திக் காட்டமுடியும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

மேலே முன்வைக்கப்பட்ட பொருட் பட்டியலில் விலைமட்ட வேறுபாடுகளைக் காட்டியவாறு அளவுகளும் பெறுமானங்களும் மாற்றமடைகின்ற முறையினைப் பின்வரும் வாய்ப்பாட்டினைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிடுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- (i) மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தில் பொருள்களின் அளவுகள் மாற்றமடைகின்ற முறையினை அறிந்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

$$\frac{\text{ஜூன் மாதத்தில் கொள்வனவு செய்யப்பட்ட பொருள் அளவுகளின் மொத்தம்}}{\text{மே மாதத்தில் கொள்வனவு செய்யப்பட்ட பொருள் அளவுகளின் மொத்தம்}} \times 100$$

- (ii) மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தில் பொருட்களின் பெறுமானம் மாற்றமடைகின்ற முறையினை அளவிடுவதற்குப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

$$\frac{\text{ஜூன் மாதத்தில் கொள்வனவு செய்யப்பட்ட பொருட்களின் பெறுமானம்}}{\text{மே மாதத்தில் கொள்வனவு செய்யப்பட்ட பொருட்களின் பெறுமானம்}} \times 100$$

- மாணவர்களினால் முன்வைக்கப்பட்ட விடைகளைப் பின்வருமாறு கலந்துரையாடவும்.

### விடைகள்:

பொருள்	மே மாதம்			ஜூன் மாதம்		
	அலகு விலை	அளவு		அலகு விலை	அளவு	
	P	Q	P × Q	P	Q	P × Q
அரிசி (kg)	80	10	800	90	08	720
சீனி (kg)	100	03	300	102	02	204
பாண் (400g)	50	08	400	60	07	420
பெற்றோல் (லீற்றர்)	150	20	3000	120	25	3000
		41	4500		42	4344

### I க்கான விடை:

$$= \frac{42}{41} \times 100 = 102.4\%$$

மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தில் கேள்வியின் அளவு 2.4%த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

### II க்கான விடை:

$$= \frac{4344}{4500} \times 100 = 96.5\%$$

மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தில் பொருட்களின் பெறுமானம் 3.5% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

- மேற்காட்டிய முறையில் பொருட்கள் சேவைகள் சகலவற்றையும் பொதுவாகக் கருதி இரு காலங்களுக்கிடையிலான விலை, அளவு, பெறுமானம் என்பன மாற்ற மடைகின்ற முறையினைச் சட்டெண்களின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

மேலே வழங்கப்பட்ட பொருட்களின் விலைமட்டங்கள், அளவுகள் என்பவற்றை உள்ளடக்கிய பட்டியலினூடாகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 2

உங்களுக்கு வழங்கப்பட்டுள்ள பொருட்களின் விலைமட்டம், அளவு என்பவற்றை உள்ளடக்கிய பட்டியலின் ஊடாகப் பின்வருவனவற்றைக் கணிப்பிடவும்.

- ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் தனித்தனியாக விலைச்சார்புகளைப் பெற்றுக் கொள்ளவும். (மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஜூன் மாதத்திற்கு)
- அவ்விலைச் சார்புகள் அனைத்தையும் கூட்டவும்.
- விலைச் சார்புகளின் மொத்தத்தை உருப்படிசுகளின் எண்ணிக்கையினால் வகுத்து சராசரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அவ்விலையினை வீதமொன்றாகப் பெற்றுக் கொண்டு விலைமாற்றங்களை விளக்கவும்.

மாணவர்களினால் பெறப்பட்ட விடைகளினூடாகக் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கலந்துரை யாடலொன்றிலும் ஈடுபடவும்.

### விடை:

$$(i) \quad \text{அரிசிக்கான விலைச்சார்பு} \quad \frac{90}{80} = 1.125$$

$$\text{சீனிக்கான விலைச்சார்பு} \quad \frac{102}{100} = 1.020$$

$$\text{பாணுக்கான விலைச்சார்பு} \quad \frac{60}{50} = 1.200$$

$$\text{பெற்றோலுக்கான விலைச்சார்பு} \quad \frac{120}{150} = 0.800$$

$$(ii) \quad 1.125 + 1.020 + 1.200 + 0.800 = 4.145$$

$$(iii) \quad \frac{4.145}{4} = 1.03625$$

$$(iv) \quad 103.6\%$$

மே மாதத்திற்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது ஜூன் மாதத்தின் பொருட்களின் விலை 3.6% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

- இம்முறைக்கமைய கணிப்பிடப்பட்ட சட்டெண் அலகுகளில் சாராதவை என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- இதற்கமைய எளிய கூட்டுச் சுட்டெண்களில் காணப்படுகின்ற பலவீனமொன்றான அலகுகள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்தாமை காரணமாக ஏற்படும் தாக்கமானது இச்சுட்டெண்களில் காணப்படவில்லை என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இம்முறையில் கணிப்பிடப்பட்ட சுட்டெண்கள் எளிய சார்புச் சராசரி சுட்டெண் எனப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- விலையை அடிப்படையாகக் கொண்டும், அளவு மற்றும் பெறுமதி என்பவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டும் எளிய சார்புச் சராசரிச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிட முடியுமென்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 3

ஐந்து பேர்களை உள்ளடக்கிய சாதாரண குடும்பமொன்று நுகர்கின்ற பொருட்களின் அலகு விலைகளும், மாதாந்தம் பயன்படுத்துகின்ற பொருட்களின் அளவும் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதன் உதவியுடன் கேட்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

பொருட்களின் வகை	2012		2015	
	P ரூபா	Q ரூபா	P ரூபா	Q ரூபா
அரிசி (kg)	80	20	110	15
சீனி (kg)	75	07	90	05
முட்டை (அலகு)	10	25	12	20
பால்மா (கிலோ)	500	01	600	01
தேங்காயெண்ணெய் (1 போத்தல்)	125	03	200	02

2012 க்குச் சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 ஆம் வருடத்தில்,

- (1) எளிய விலைச்சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்
- (2) எளிய கணியச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்
- (3) எளிய பெறுமானச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்

என்பவற்றைக் கணிக்க. ஒவ்வொரு சுட்டெண்களையும் வீதங்களாகக் கணிப்பிட்டு விலை, அளவு மற்றும் பெறுமதி மாற்றமடைதலைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### விடைகள்:

- (1) எளிய விலைச் சுட்டெண்ணின் சராசரிச் சுட்டெண்

$$\begin{aligned}
 &= \frac{110}{80} + \frac{90}{75} + \frac{12}{10} + \frac{600}{500} + \frac{200}{125} \\
 &= \frac{1.375 + 1.2 + 1.2 + 1.2 + 1.6}{5} \\
 &= 1.315 \\
 &= \underline{\underline{131.5\%}}
 \end{aligned}$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் பொருட்களின் விலை 31.5% த்தால் அதிகரித்துள்ளது.

(2) எளிய கணியச் சார்பின் சராசரி சுட்டெண்

$$= \frac{\frac{15}{20} + \frac{5}{7} + \frac{20}{25} + \frac{1}{1} + \frac{2}{3}}{5}$$

$$= \frac{0.75 + 0.714 + 0.8 + 1 + 0.67}{5}$$

$$= 0.79$$

$$= \underline{\underline{79\%}}$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் பொருட்களைப் பாவனை செய்யும் அளவு 21%த்தினால் குறைந்துள்ளது.

(3) எளிய பெறுமானச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்

$$= \frac{\frac{110 \times 15}{80 \times 20} + \frac{90 \times 05}{75 \times 7} + \frac{12 \times 20}{10 \times 25} + \frac{600 \times 1}{500 \times 1} + \frac{200 \times 2}{125 \times 3}}{5}$$

$$= \frac{\frac{1650}{1600} + \frac{450}{525} + \frac{240}{250} + \frac{600}{500} + \frac{400}{375}}{5}$$

$$= \frac{1.031 + 0.857 + 0.96 + 1.2 + 1.067}{5}$$

$$= 1.023$$

$$= \underline{\underline{102.3\%}}$$

2012க்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது 2015 இல் பொருட்களின் பெறுமானம் (பெறுமதி) 2.3%த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

#### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- அடிப்படைக் காலப்பகுதிக்குச் சார்பாக ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது கவனத்தில் கொள்ளப் படுகின்ற காலப்பகுதிக்குரிய காரணிகள் சிலவற்றின் மாற்றத்தினை ஒரே தடவையில் வெளிக்காட்டுவதற்காக கணிப்பிடப்படுகின்ற தனிச் சுட்டெண் எளிய கூட்டுச் சுட்டெண் எனப்படும்.
- எளிய கூட்டுச் சுட்டெண்ணை மூன்று முறைகளில் அளவிட முடியும்.
  - எளிய கூட்டு விலைச் சுட்டெண்
  - எளிய கூட்டு கணியச் சுட்டெண்
  - எளிய கூட்டு பெறுமானச் சுட்டெண்
- எளிய கூட்டு விலைச்சுட்டெண்,
  - அடிப்படைக் காலப்பகுதிக்குச் சார்பாக கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப் பகுதியில் பொருட்கள் மற்றும் சேவைகள் இரண்டு அல்லது அதற்கு கூடுதலான அளவுகளின் விலை மாற்றங்களை வீதமொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்ளல் எளிய கூட்டு விலைச்சுட்டெண் எனப்படும்.

பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப அதனைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$SAPI = \frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100$$

$\sum q_n$  - கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதிக்கான பொருட்கள் அனைத்தினதும் விலைகளின் மொத்தம்.

$\sum q_o$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதிக்கான அப் பண்டங்கள் அனைத்தினதும் விலைகளின் மொத்தம்.

#### எளிய கூட்டு கணியச் சுட்டெண்

- அடிப்படையாண்டிற்கு சார்பாக ஒப்பிடும்போது கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப் பகுதியில் பொருட்கள், சேவைகள் இரண்டு அல்லது அதை விடக் கூடிய கணியங்களின் மாற்றங்களை வீதமொன்றாகக் குறிப்பிட்டுப் பெற்றுக் கொள்வது எளிய கூட்டுக் கணியச் சுட்டெண் எனப்படும்.
- பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி அதனைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$SAQI = \frac{\sum q_n}{\sum q_o} \times 100$$

$\sum q_n$  - கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதிக்கான சகல பண்டங்களினதும் கணியங்களின் மொத்தம்.

$\sum q_o$  - அடிப்படையாண்டில் அப்பண்டங்கள் சகலவற்றினதும் கணியங்களின் மொத்தம்.

#### எளிய கூட்டு பெறுமானச் சுட்டெண்

- அடிப்படையாண்டுக்குச் சார்பாகக் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதியில் பொருட்கள் மற்றும் சேவைகள் இரண்டு அல்லது அதைவிடக் கூடிய பெறுமானத்தின் (பெறுமதியில்) மாற்றங்களை வீதமொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்வது எளிய கூட்டு பெறுமானச் சுட்டெண் எனப்படும்.
- பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப அதனைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$SAVI = \frac{\sum p_n q_n}{\sum P_o q_o} \times 100$$

$\sum p_n q_n$  - கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதிக்கான பொருட்களின் பெறுமதிகளின் (விலை × அளவு) மொத்தம்.

$\sum P_o q_o$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதியில் அப்பண்டங்களின் பெறுமதிகளின் (விலை × அளவு) மொத்தம்.

- பொதுவாக விலைமட்டம், அளவு அல்லது பெறுமதியில் ஏற்படுகின்ற மாற்றங்களைத் தனிச்சுட்டெண்ணினால் அளவிட முடியாமாயிருப்பது எளிய கூட்டுச் சுட்டெண்களின் நன்மையாகும்.

- எனினும் பின்வரும் இரண்டு பலவீனங்கள் அதில் காணப்படுகின்றன.
  - (i) இச்சுட்டெண்கள் பொருட்களின் சார்பு (ஒப்பீட்டு ரீதியான) முக்கியத்துவத்தைக் கவனத்தில் கொள்ளாமை.  
உதாரணமாக வாழ்க்கைச் செலவுச் சுட்டெண்ணைக் கணிக்கும்போது சீனி, உப்பு என்பவற்றிற்கு சமமான நிறையினை வழங்கல்.
  - (ii) பொருளினை அளவிடுகின்ற அலகுகள் தொடர்பில் கவனத்தில் கொள்ளாமை.  
உதாரணமாக சீனி kg இலும், எண்ணெய் லீற்றரிலும், துணி மீற்றரிலும் அளக்கப்படும். அவ்வலகுகள் சுட்டெண்ணை பெறுமானத்திலும் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.
- அடிப்படையாண்டிற்குச் சார்பாகக் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற காலப்பகுதியில் ஒவ்வொரு பண்டத்திற்கும் வெவ்வேறாகச் சார்புகள் கணிக்கப்பட்டு அவ்வாறு கணிக்கப்பட்ட சார்புகள் சகலவற்றினதும் மொத்தத்தின் சராசரியினைப் பெறும்போது அது எளிய சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண் என அழைக்கப்படும். அதனை 100 இனால் பெருக்கி வீதமொன்றாகவும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- கீழே கூட்டப்பட்டுள்ளவாறு எளிய சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்ணை 3 வகைகளில் கணிப்பிட முடியும்.
  - (i) எளிய விலைச்சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்
  - (ii) எளிய கணியச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்
  - (iii) எளிய பெறுமானச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்
- **எளிய விலைச்சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்**  
வழங்கப்பட்டுள்ள N பொருட் தொகுதியொன்றின் அடிப்படைக் காலப்பகுதிக்குச் சார்பாக வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதிக்கான ஒவ்வொரு பொருளினதும் விலைக்காக வெவ்வேறாகப் பெற்றுக் கொண்ட எளிய விலைச் சார்புகளைக் கூட்டி, உருப்படி N தொகையினால் வகுக்கும்போது எளிய விலைச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண் கிடைக்கப் பெறும். அப்பெறுமதியினை 100 இனால் பெருக்கி வீதமாகவும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும். பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப இதனைக் குறிப்பிடலாம்.

$$AISPR = \frac{\sum \left( \frac{P_n}{P_0} \right)}{N} \times 100$$

- **எளிய கணியச்சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்**  
வழங்கப்பட்டுள்ள N பொருட் தொகுதியொன்றின் அடிப்படைக் காலப்பகுதிக்குச் சார்பாக வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதிக்கான ஒவ்வொரு பொருளினதும் கணியங்களிற்காக வெவ்வேறாகப் பெற்றுக் கொண்ட எளிய கணியங்களின் சார்புகளைக் கூட்டி உருப்படி N தொகையினால் வகுக்கும்போது எளிய கணியச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண் கிடைக்கப் பெறும். அப்பெறுமதியினை 100 இனால் பெருக்கி வீதமாகவும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும். பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப இதனைக் கணிப்பிடலாம்.

$$AISQR = \frac{\sum \left( \frac{q_n}{q_0} \right)}{N} \times 100$$

- **எளிய பெறுமானச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்**

வழங்கப்பட்டுள்ள N பொருட் தொகுதியொன்றின் அடிப்படைக் காலப்பகுதிக்குச் சார்பாக வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதிக்கான வெவ்வேறு பொருளினதும் பெறுமானத் திற்கு (பெறுமதிக்கு) வெவ்வேறாகப் பெற்றுக் கொண்ட எளிய பெறுமானச் சார்புகளைக் கூட்டி உருப்படி N தொகையினால் வகுக்கும்போது எளிய பெறுமானச் சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண் கிடைக்கப் பெறும். அப்பெறுமதியினை 100 இனால் பெருக்கி வீதமாகவும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- பின்வரும் சூத்திரத்திற்கேற்ப இதனைக் கணிப்பிடலாம்.

$$\frac{\sum \left( \frac{p_n q_n}{p_o q_o} \right)}{N} \times 100$$

- எளிய சார்பின் சராசரிச் சுட்டெண்களில் நன்மைகள் பின்வருமாறு:

- பல்வேறு பொருட்கள், சேவைகள் காணப்படும்போது அவை சகலவற்றிற்கும் பொதுவாக தனிச் சுட்டெண்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமாயிருத்தல்.
- ஒவ்வொரு பொருட்கள் அல்லது சேவைகளுக்கும் வெவ்வேறாகச் சார்பினைக் கணிப்பிடும் போது அலகுகளின் தாக்கம் விலகுவதனால் அலகுகளினால் சுயாதீனமான அளவீடொன்று கிடைக்கப் பெறல்.

- எனினும் எளிய சார்புச் சுட்டெண்களில் காணப்படுகின்ற பலவீனமொன்றாகிய பொருட்களின் சார்பு முக்கியத்துவத்தினைக் கவனத்தில் கொள்ளாமை இச்சுட்டெண்ணிலுள்ள குறைபாடொன்றாகும்.



**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.4:** நிறை இடலைப் பயன்படுத்திப் பல மாறிகளுக்கான நிறை இடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்களைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நிறை இடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- பொருள்களின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவத்தைக் கருத்திற் கொள்வதன் பயன்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- நிறை இடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்களைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- இலாஸ்பியரின் சுட்டெண்ணிற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- குறித்த சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திப் இலாஸ்பியரின் விலை, கணியச் சுட்டெண் களைக் கணிப்பிடுவார்.
- இலாஸ்பியரின் சுட்டெண்ணின் பண்புகளை வெளிப்படுத்துவார்.
- பாசேயின் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி பாசேயின் விலை, கணியச் சுட்டெண்களைக் கணிப்பிடுவார்.
- பாசேயின் சுட்டெண்ணின் பண்புகளைக் குறிப்பிடுவார்.
- மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் விலை மற்றும் கணியச் சுட்டெண் களைக் கணிப்பிடுவார்.
- மார்ஷல் எஜ்வேர்த் சுட்டெண்ணின் பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- பிஷரின் மொத்தச் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- பிஷரின் மொத்த விலை மற்றும் கணியச் சுட்டெண்களை சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி கணிப்பிடுவார்.
- பிஷரின் மொத்தச் சுட்டெண்ணின் பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- வகைப் பருவச் சுட்டெண்ணை விளக்குவார்.
- சூத்திரங்களினூடாக வகைப் பருவ விலை, கணியச் சுட்டெண்களைக் கணிப்பிடுவார்.
- வகைப் பருவச் சுட்டெண்களின் பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களின் மாணவர்கள் கவனம் செலுத்தச் செய்யவும்.  
வாரமொன்றிற்கு சாதனை வீடொன்றிற்குத் தேவையான நுகர்வுப் பொருள்கள் சிலவற்றின் விலை மட்டங்களும் சாதாரண குடும்பமொன்று வாரமொன்றில் அப் பொருட்களை கொள்வனவு செய்கின்ற அளவுகளும் இரு வருடங்களின் விலை மற்றும் அளவுகளின் அடிப்படையில் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

பொருள்	2010		2016	
	விலை(ரூ)	அளவு	விலை(ரூ)	அளவு
வெங்காயம் (kg)	30	500g	50	500g
அரிசி (kg)	80	12kg	90	11kg
சீனி (kg)	75	03kg	110	03kg

- 2010 ஆம் ஆண்டு விலை மட்டங்களுடன் ஒப்பிட்டு 2016 ஆம் ஆண்டு காலப் பகுதிக்காக மேற்காட்டிய பொருட்களின் விலை மாற்றங்களை வீதமொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.
- பின்வரும் விடயங்களைக் கலந்துரையாடி பொருத்தமான சூத்திரமொன்றைக் கட்டி யெழுப்புவதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டவும்.
- 2016 ஆம் ஆண்டின் விலைகளின் மொத்தம்  $\times 100$   
2010 ஆம் ஆண்டின் விலைகளின் மொத்தம்

$$= \frac{250}{185} \times 100$$

$$= \underline{\underline{135.14\%}}$$

- 2010 ஆம் ஆண்டின் ஒப்பிடும்போது மேற்காட்டிய பொருள்களின் விலையானது 2016 ஆம் ஆண்டில் 35.14% த்தினால் உயர்வடைந்துள்ளது.
- வாராந்தம் உப்பு பயன்படுத்தப்படுகின்ற அளவு அரிசி, சீனி ஆகிய பொருள்கள் பயன்படுத்தப்படும் அளவுகளில் வேறுபட்டது என மாணவர்களுக்கு விளக்கி ஒவ்வொரு பொருளினதும் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவமும் வேறுபட்டது என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- எனவே விலைச் சுட்டெண்களைக் கட்டியெழுப்புவதற்குப் பொருள் கொள்வனவு செய்யப்படும் அளவுகளும் பிரயோகத்தில் பயன்படுத்தப்படல் வேண்டும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- பொருள்களின் விலை மட்டங்கள் மட்டுமன்றி அளவுகள் தொடர்பாகவும் கவனம் செலுத்தி பின்வரும் முறையில் விலைச் சுட்டெண்களைக் கட்டியெழுப்ப முடியும் என்பதை விளக்கப்படுத்திக் கொடுக்கவும்.

$$(i) \frac{\sum p_{2016} q_{2016}}{\sum p_{2010} q_{2016}} \times 100 \quad \text{எனும் வகையில்}$$

அல்லது

$$(ii) \frac{\sum p_{2016} q_{2010}}{\sum p_{2010} q_{2010}} \times 100 \quad \text{எனும் வகையில்}$$

- மேற்காட்டிய சூத்திரத்திற்கமைய பின்வரும் வகையில் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிட்டுக் காட்டுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$(i) \frac{\sum p_{2016} q_{2016}}{\sum p_{2010} q_{2016}} \times 100$$

$$= \frac{(50 \times 0.5) + (90 \times 11) + (110 \times 3)}{(30 \times 0.5) + (80 \times 11) + (75 \times 3)} \times 100$$

$$= \frac{1345}{1120} \times 100$$

$$= \underline{\underline{120.09\%}}$$

- 2010 ஆம் ஆண்டை அடியாண்டாகக் கருதி 2016 ஆம் ஆண்டிற்காகத் தெரிவு செய்த பொருள்கள் சிலவற்றின் விலை மட்டங்களின் மாற்றங்கள் கணிப்பிடப்பட்டிருக்கின்றது எனவும், இதற்காக 2010 ஆம் ஆண்டின் போது அப்பொருள்களைக் கொள்வனவு செய்த அளவுகளின் அடிப்படையில் நிறை இடல் செய்யப்பட்டுள்ளது எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இவ்வாறு கணிப்பிடப்படும் பொழுது 19.58% த்தினால் பொருள்களின் விலை உயர்வடைந்துள்ளது எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இம்முறையில் கணிப்பிடப்பட்ட விலைச் சுட்டெண் நிறை இடப்பட்ட திரள் சுட்டெண் என அழைக்கப்படும் என்பதை விளக்கப்படுத்தவும்.
- நிறை இடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்ணானது விலைச் சுட்டெண், கணியச் சுட்டெண், என இரு முறைகளில் கணிக்க முடியும் எனவும், விலைச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடும் பொழுது அளவுகளின் அடிப்படையில் அளவுச் சுட்டெண் கணிப்பிடும் பொழுது விலையினடிப் படையிலும் நிறைஇடல் மேற்கொள்ளப்படும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

பின்வரும் விபரங்கள் உள்ளடக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதியை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்துச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

- சராசரிக் குடும்பமொன்றின் மாதாந்தம் நுகர்வு செய்யப்படும் பொருட்கள் சிலவற்றின் இரண்டு வருடங்களுக்கான அலகொன்றிற்கான விலை மட்டங்களும் கொள்வனவு செய்த அலகுகளின் எண்ணிக்கையும் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

உருப்புகள்	2012		2016	
	விலைமட்டம் (P) ரூபா	அளவுகள் (Q)	விலைமட்டம் (P) ரூபா	அளவுகள் (Q)
அரிசி (kg)	70.00	40	85.00	35
சீனி (kg)	80.00	08	100.00	06
மிளகாய் (kg)	120.00	01	150.00	01
மா (kg)	80.00	03	110.00	02
தேங்காய் எண்ணை (ℓ)	150.00	03	200.00	02

- (i) 2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களின் விலை மாற்றமடைகின்ற முறையினைக் காட்டுவதற்கு  
(அ) 2012 ஆம் ஆண்டின் அளவினடிப்படையில் நிறை இடப்படுவதன் மூலம்,

$$\frac{\sum p_{2016} q_{2012}}{\sum p_{2012} q_{2012}} \times 100 \text{ எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி}$$

- (ஆ) 2016 ஆம் ஆண்டின் அளவினடிப்படையில் நிறை இடப்படுவதன் மூலம்,

$$\frac{\sum p_{2016} q_{2016}}{\sum p_{2012} q_{2016}} \times 100 \text{ எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி}$$

விலைச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிட்டு அவற்றைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- (ii) 2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள் கொள்வனவு அளவுகள் மாற்றமடைந்த முறையினைக் காட்டுவதற்கு,  
 (அ) 2012 ஆம் ஆண்டின் விலையினடிப்படையில் நிறையிடுவதன் மூலம்,

$$\frac{\sum q_{2016} p_{2012}}{\sum q_{2012} p_{2012}} \times 100 \text{ எனும் சூத்திரத்தைப் பிரயோகித்து,}$$

- (ஆ) 2016 ஆம் ஆண்டு விலையினடிப்படையில் நிறையிடுவதன் மூலம்,

$$\frac{\sum q_{2016} p_{2016}}{\sum q_{2012} p_{2016}} \times 100 \text{ எனும் சூத்திரத்தைப் பிரயோகித்து,}$$

அளவுச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிட்டு அவற்றை விளக்கவும்.

**விடை:**

- (i) **விலைச் சுட்டெண்**

- (அ) 2012 ஆம் ஆண்டின் அளவினடிப்படையில் நிறையிடப்படுவதன் மூலம்,

$$\begin{aligned} & \frac{\sum p_{2016} q_{2012}}{\sum p_{2012} q_{2012}} \times 100 \\ &= \frac{(85 \times 40) + (100 \times 8) + (150 \times 1) + (110 \times 3) + (200 \times 3)}{(70 \times 40) + (80 \times 8) + (120 \times 1) + (80 \times 3) + (150 \times 3)} \times 100 \\ &= \left[ \frac{3400 + 800 + 150 + 330 + 600}{2800 + 640 + 120 + 240 + 450} \right] \times 100 \\ &= \frac{5280}{4250} \times 100 = \underline{\underline{124.24\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டின் பொருள்களின் விலை 24.24%த்தினால் உயர்வடைந்துள்ளது.

- (ஆ) 2016 ஆம் ஆண்டினடிப்படையில் நிறையிடப்படுவதன் மூலம்,

$$\begin{aligned} & \frac{\sum p_{2016} q_{2016}}{\sum p_{2012} q_{2016}} \times 100 \\ &= \frac{(85 \times 35) + (100 \times 6) + (150 \times 1) + (110 \times 2) + (200 \times 2)}{(70 \times 35) + (80 \times 6) + (120 \times 1) + (80 \times 2) + (150 \times 2)} \times 100 \\ &= \left[ \frac{2975 + 600 + 150 + 220 + 400}{2450 + 480 + 120 + 160 + 300} \right] \times 100 \\ &= \frac{4345}{3510} \times 100 = \underline{\underline{123.8\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களின் விலை 23.8%த்தினால் உயர்வடைந்துள்ளது.

(ii) கணிய பெறுமானச் சுட்டெண்

(அ) 2012 ஆண்டு விலையினடிப்படையில் நிறையிடப்படுவதன் மூலம்,

$$\begin{aligned} & \frac{\sum q_{2016}P_{2012}}{\sum q_{2012}P_{2012}} \times 100 \\ &= \frac{(70 \times 35) + (80 \times 6) + (120 \times 1)(80 \times 2)(150 \times 2)}{(70 \times 40) + (80 \times 8) + (120 \times 1) + (80 \times 3) + (150 \times 3)} \times 100 \\ &= \frac{3510}{4250} \times 100 \\ &= \underline{\underline{82.59\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள் கொள்வனவு செய்யும் அளவு 17.4% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

(ஆ) 2016 ஆம் ஆண்டின் விலையின் அடிப்படையில் நிறையிடப்படுவதன் மூலம்,

$$\begin{aligned} & \frac{\sum q_{2016}P_{2016}}{\sum q_{2012}P_{2016}} \times 100 \\ &= \frac{(85 \times 35) + (100 \times 6) + (150 \times 1)(110 \times 2)(200 \times 2)}{(785 \times 40) + (100 \times 8) + (150 \times 1) + (110 \times 3) + (200 \times 3)} \times 100 \\ &= \left[ \frac{2975 + 600 + 150 + 220 + 400}{3400 + 800 + 150 + 330 + 600} \right] \times 100 \\ &= \frac{4345}{5280} \times 100 \\ &= \underline{\underline{82.29\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள் கொள்வனவு செய்யும் அளவு 17.71% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

- மேலே கணிப்பிடப்பட்ட முறைக்கமைய,
  - அடி ஆண்டின் அடிப்படையில் நிறையிடப்படல் இலாஸ்பியரிள் முறை எனவும்,
  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் ஆண்டினடிப்படையில் நிறை இடப்படுதல் பாசேயின் முறை எனவும் விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 2

செயற்பாடு - 1 இல் பெறப்பட்ட விடையினை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாடுகளில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

- (1) இலாஸ்பியரின் விலைச் சுட்டெண்ணையும் மற்றும் பாசேயின் விலைச் சுட்டெண்ணையும் பெருக்கி வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\sqrt{\text{இலாஸ்பியரின் விலைச் சுட்டெண்} \times \text{பாசேயின் விலைச் சுட்டெண்}}$$

- (2) இலாஸ்பியரின் கணியச் சுட்டெண் மற்றும் பாசேயின் கணியச் சுட்டெண் என்பவற்றைப் பெருக்கி வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\sqrt{\text{இலாஸ்பியரின் கணியச் சுட்டெண்} \times \text{பாசேயின் கணியச் சுட்டெண்}}$$

### விடைகள்:

(1)  $\sqrt{124.24 \times 123.8}$   
 $= \sqrt{15380.912}$   
 $= \underline{\underline{124.02}}$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருட்களின் விலைமட்டம் 24.02% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

(2)  $\sqrt{82.59 \times 82.29}$   
 $= \sqrt{67.96.3311}$   
 $= \underline{\underline{82.44}}$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருட்களின் கொள்வனவு செய்யும் அளவு 17.56% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

## செயற்பாடு - 3

- அடிப்படையாண்டு, கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற ஆண்டு போன்ற இரு ஆண்டு களையும் அடிப்படையாகக் கொண்ட நிறையிடலைப் பயன்படுத்தி சுட்டெண்களைக் கணிப்பதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

- செயற்பாடு - 1 இற்கேற்ப வழங்கப்பட்டுள்ள தரவு அட்டவணையின் உதவியுடன்,

(i)  $Q_0 + Q_n$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(ii)  $P_n(Q_0 + Q_n)$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(iii)  $P_0(Q_0 + Q_n)$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(iv)  $P_0 + P_n$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(v)  $Q_n(P_0 + P_n)$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

(vi)  $Q_0(P_0 + P_n)$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$(vii) \frac{\sum P_n(Q_0 + Q_n)}{\sum P_0(Q_0 + Q_n)} \text{ விடையினைப் பெற்று அதை விளக்கவும்.}$$

$$(viii) \frac{\sum Q_n(P_0 + P_n)}{\sum Q_0(P_0 + P_n)} \text{ விடையினைப் பெற்று அதை விளக்கவும்.}$$

பொருட்கள்	2012	2012	2016	2016	$f(x)$	$P_n(Q_0 + Q_n)$	$P_0(Q_0 + Q_n)$	$P_0 + P_n$	$Q_n(P_0 + P_n)$	$Q_0(P_0 + P_n)$
	$P_0$	$Q_0$	$P_n$	$Q_n$						
அரிசி (kg)	70	40	85	35	75	6 375	5 250	155	5 425	6200
சீனி (kg)	80	08	100	06	14	1 400	1 120	180	1 080	1 440
செத்தல் மிளகாய் (kg)	120	01	150	01	02	300	240	270	270	27
கோதுமை மா (kg)	80	03	110	02	05	550	400	190	380	570
தேங்காய் எண்ணெய் (ℓ)	150	03	200	02	05	1 000	750	350	700	1 050
						9 625	776		7 855	9 530

$$\frac{\sum P_n(Q_0 + Q_n)}{\sum P_0(Q_0 + Q_n)} \times 100$$

$$= \frac{9 625}{7 760} \times 100$$

$$= \underline{\underline{124.03}}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருட்களின் விலை 24.03% த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

$$\frac{\sum Q_n(P_0 + P_n)}{\sum Q_0(P_0 + P_n)} \times 100$$

$$= \frac{7 855}{9 530} \times 100$$

$$= \underline{\underline{82.42}}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்யும் அளவு 17.58% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

அடிப்படையாண்டு மற்றும் கவனத்தில் கொள்ளப்படும் ஆண்டு என்பவற்றின் விலை/கணியம் என்ற இரண்டிற்கு நிறையிட்டு கணிப்பீட்டினை மேற்கொள்ளல் மார்ஷல் எஜுவேர்த் முறையாகும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

#### செயற்பாடு - 4

அடியாண்டின் அடிப்படையில் அல்லது கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தினடிப்படையில் அல்லது நிறையிடப்படாது வேறு காலப்பகுதியொன்றின் விலை அல்லது அளவினடிப்படையில் நிறையிடப்படுவதன் மூலம் சுட்டெண்களைக் கணிக்கப்பட முடியும் எனத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுப்பதற்கு இச்செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

மூன்று வருடங்களுக்கான சில பொருள்களின் அலகு விலைமட்டங்களும் ஒரு வாரத்தில் சராசரிக் குடும்பமொன்றினால் நுகரப்படும் பொருள்களின் அளவும் பின்வரும் முறையில் அட்டவணையில் வழங்கப்பட்டுள்ளது. அதன் உதவியுடன் வினவப்பட்டுள்ள வினாக் களுக்கு விடையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

	2010		2012		2016	
	$p_0$	$q_0$	$p_t$	$q_t$	$p_n$	$q_n$
பாண்	30	10	45	08	50	07
முட்டை	06	15	08	10	12	08
அரிசி	70	10	85	08	90	07
சீனி	60	03	80	02	100	02

- அடி ஆண்டை 0 எனவும் (2010)
- கருத்திற் கொள்ளப்படும் ஆண்டு  $n$  எனவும் (2016)
- நிறையிடலுக்காகப் பயன்படுத்தப்படும் ஆண்டு  $t$  எனவும் (2012) கருதவும்.

பின்வரும் சூத்திரங்களைப் பிரயோகித்து விலை, கணியச் சுட்டெண்களைக் கணிப்பிடவும்.

(1) விலைச் சுட்டெண்

$$\frac{\sum p_n q_t}{\sum p_0 q_t} \times 100$$

(2) அளவு / கணியச் சுட்டெண்

$$\frac{\sum q_n p_t}{\sum q_0 p_t} \times 100$$



**வீடை:**

(1) விலைச் சுட்டெண்

$$\begin{aligned} & \frac{\sum p_n q_t}{\sum p_0 q_t} \times 100 \\ &= \frac{(50 \times 8) + (12 \times 10) + (90 \times 8) + (100 \times 2)}{(30 \times 8) + (6 \times 10) + (70 \times 8) + (60 \times 2)} \times 100 \\ &= \left[ \frac{400 + 120 + 720 + 200}{240 + 60 + 560 + 120} \right] \times 100 \\ &= \frac{1440}{980} \times 100 \\ &= \underline{\underline{146.94\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டிற்கு ஒப்பீட்டு ரீதியாகப் பொருள்களின் விலை 46.94%த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

(2) அளவு / கணியச் சுட்டெண்

$$\begin{aligned} & \frac{\sum q_n p_t}{\sum q_0 p_t} \times 100 \\ &= \frac{(7 \times 45) + (8 \times 8) + (7 \times 85) + (2 \times 80)}{(10 \times 45) + (15 \times 8) + (10 \times 85) + (3 \times 80)} \times 100 \\ &= \left[ \frac{315 + 64 + 595 + 160}{450 + 120 + 850 + 240} \right] \times 100 \\ &= \frac{1134}{1660} \times 100 \\ &= \underline{\underline{68.31\%}} \end{aligned}$$

2012 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களைக் கொள்வனவு செய்யும் அளவு 31.69% த்தினால் குறைவடைந்துள்ளது.

- கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தினடிப்படையில் அல்லது அடியாண்டு காலத்தினடிப்படையில் அல்லது நிறையிடப்படாத ஏனைய காலப் பகுதியொன்றிற்கு அல்லது காலப் பகுதிகள் சிலவற்றிற்கு கணியம் அல்லது விலையை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிறை அளிக்கப்பட்டு மேற்காட்டப்பட்ட முறையில் கணிப்பிடப்படுகின்ற சுட்டெண் வகைப் பருவ காலச் சுட்டெண் என்றழைக்கப்படும் என உறுதிப்படுத்தவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- எளிய திரள் சுட்டெண்களில் காணப்படும் இரண்டு பிரதிகூலங்கள் தொடர்பாக மேலே குறிப்பிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளதுடன் அதில் ஒரு பிரதிகூலமாக இருப்பது எளிய சார்புகளின் சராசரிச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடும் பொழுது செயலிழக்கின்றது. வெவ்வேறுபட்ட அலகுகளைப் பயன்படுத்துவதனால் அதன் தாக்கம் சுட்டெண்ணிலும் உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பதனால் செயலிழத்தல் எனும் பிரதிகூலம் ஏற்படும்.

- பொருள்களின் சார்பு முக்கியத்துவம் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்தப்படாமை எனும் பலவீனத்திற்கான தீர்வொன்றாக நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண் முன் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

- நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண் என்பது,
  - ஒவ்வொரு பொருள்களினதும் சார்பு முக்கியத்துவத்தை கவனத்தில் கொண்டு பொருத்தமான நிறையிடலைப் பிரயோகித்துக் கணிப்பிடப்படும் சுட்டெண் நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண் என்றழைக்கப்படும்.
  - விலை, கணியச் சுட்டெண்களாக நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்கள் இரண்டு உள்ளன.

- நிறையிடப்பட்ட திரள் விலைச் சுட்டெண்,

$$\frac{\sum p_n w}{\sum p_0 w} \times 100$$

$p_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$p_0$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$w$  - நிறை இடல்.

- நிறையிடப்பட்ட திரள் கணியச் சுட்டெண்,

$$\frac{\sum q_n w}{\sum q_0 w} \times 100$$

$q_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் தொகை.

$q_0$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

$w$  - நிறை இடப்படுதல்.

- பொருள்களின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவத்தைக் கருத்திற் கொண்டு சுட்டெண்ணைக் கணிக்கமுடியுமாக இருப்பது நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடுவதன் அனுகூலமாகும்.

- பிரதான நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்கள் பின்வருமாறு:

- இலாஸ்பியரின் சுட்டெண்
- பாசேயின் சுட்டெண்
- மாரசல் எஜ்வர்த்தின் சுட்டெண்
- பிசரின் மொத்தச் சுட்டெண்
- வகைப் பருவகாலச் சுட்டெண்

- (i) **இலாஸ்பியரின் சுட்டெண்**

அடிப்படை ஆண்டுடன் ஒப்பீட்டு கருத்திற் கொள்ளப்படும் ஆண்டின் பொருள்களின் விலை அல்லது அளவினை அடிப்படையாகக் கொண்ட ஆண்டின் அப் பொருள்களின் விலை அல்லது அளவின் மீது நிறையிடப்படுவதன் மூலம் கணிக்கப்படும்.

$$\text{இலாஸ்பியரின் விலைச் சுட்டெண் } Lp_{n/o} = \frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} \times 100$$

$p_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் ஆண்டின் பொருள்களின் விலை.

$p_o$  - அடி ஆண்டின் பொருள்களின் விலை.

$q_o$  - அடி ஆண்டின் பொருள்களின் அளவு.

$$\text{இலாஸ்பியரின் அளவுச் சுட்டெண் } Lq_{n/o} = \frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o} \times 100$$

$q_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் ஆண்டின் பொருள்களின் விலை.

$q_o$  - அடி ஆண்டின் பொருள்களின் அளவு.

$p_o$  - அடி ஆண்டின் பொருள்களின் விலை.

**இலாஸ்பியரின் சுட்டெண்ணின் பண்புகள்:**

- அடி ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிறையிடல் இடம் பெறுவதனால் குறைந்த செலவில் கணிப்பிடக்கூடியதாக இருத்தல். (ஆய்வுச் செலவுகள் குறைவாக இருக்கும்.)
- சுட்டெண்ணை ஒப்பிடுதல் இலகுவாக இருத்தல். (பெறுமானம் நிலையானதாக இருத்தல்.)

**(ii) பாசேயின் சுட்டெண்:**

அடி ஆண்டுடன் ஒப்பீட்டு கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலப்பகுதியின் பொருள்களின் விலை அல்லது அளவுகளில் கவனம் செலுத்தப்பட்டு பருவ காலத்தில் அப்பொருள்களின் அளவு அல்லது விலையினடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டுக் கணிக்கப்படும்.

$$\text{பாசேயின் விலைச்சுட்டெண்} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o} \times 100$$

$p_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$q_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

$p_o$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

**பாசேயின் கணிய / அளவுச் சுட்டெண்**

$$\frac{\sum q_n p_n}{\sum q_o p_o} \times 100$$

$p_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$q_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

$q_o$  - அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

**பாசேயின் சுட்டியின் பண்புகள்:**

இலாஸ்பியரின் சுட்டியைப் போலன்றி இற்றைப்படுத்தக்கூடிய தகவல்களைப் பயன்படுத்தி நிறையிடப்படுவதன் காரணமாகச் சுட்டெண்ணின் மூலம் உண்மை நிலையை வெளிப்படுத்தக்கூடியதாக இருத்தல்.

(iii) **மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் சுட்டெண்:**

- மார்ஷல் எஜ்வேர்த் சுட்டெண்ணுக்காக வகைப் பருவச் சுட்டெண் முறைக்கேற்ப நிறையிடலாக பயன்படுத்துவது அடியாண்டினதும் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற வருடங்களின் விலை அளவு (கணியம்) களின் சராசரி இடையாகும்.
- மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் விலைச் சுட்டெண்

$$M.E.P_n\% = \frac{\sum P_n \frac{1}{2}(Q_0 + Q_n)}{\sum P_0 \frac{1}{2}(Q_0 + Q_n)} \times 100$$
$$= \frac{\sum P_n (Q_0 + Q_n)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_n)} \times 100$$

- மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் கணியச் சுட்டி

$$M.E.Q_n\% = \frac{\sum Q_n \frac{1}{2}(P_0 + P_n)}{\sum Q_0 \frac{1}{2}(P_0 + P_n)} \times 100$$
$$= \frac{\sum Q_n (P_0 + P_n)}{\sum Q_0 (P_0 + P_n)} \times 100$$

- மார்ஷல் எஜ்வேர்த் சுட்டெண்ணின் பண்புகள்
  - மார்ஷல் எஜ்வேர்தின் விலைச் சுட்டெண் காலத் தொடர் பண்பினைத் திருப்தி செய்கின்றது.
  - அடியாண்டிலும் மற்றும் வழங்கப்பட்டுள்ள காலப்பகுதியிலும் நிறையிடல் பயன்படுத்தப்படுவதனால் இரு காலப்பகுதியிலும் காணப்படுகின்ற நிலைமையினை இது வெளிப்படுத்தும்.
  - எனினும் பிஷரின் மொத்த விலைச் சுட்டெண் காரணித் தொடர் பண்பினை திருப்திப்படுத்துவதில்லை.
  - இதனைக் கணிப்பிடுவதற்கு புதிதாகத் தரவுகளைச் சேர்க்க வேண்டியிருப்பதனால், கூடிய செலவுகளை ஏற்க வேண்டியிருக்கும்.
- இக்குறைபாடுகளைத் தவிர்த்துக் கொள்வதற்காக மார்ஷல் எஜ்வேர்த் மற்றும் பிஷரின் மொத்தச் சுட்டெண்கள் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(iv) **பிசரின் மொத்தச் சுட்டெண்:**

இலாஸ்பியர், பாசே சுட்டெண்களின் பெருக்கலிடையின் மூலம் பிசரின் சுட்டெண் பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.

பிசரின் விலைச் சுட்டெண்

$$Fp_{n/o} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\right) 100 \times \left(\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}\right) 100}$$

பிசரின் கணியச் சுட்டெண்

$$Fq_{n/o} = \sqrt{\left(\frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}\right) 100 \times \left(\frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n}\right) 100}$$

**பிசர் மொத்தச் சுட்டெண்ணின் பண்புகள்:**

- மேலிருந்து கீழாகவும் கீழிருந்து மேலானதாகவுமான பிரிவுகள் இல்லாதிருத்தல்.
- காலத்தொடர் மாறிகள், காரணித் தொடர் மாறிகள் பூரணப்படுத்தப்படல்.

(v) **வகைப் பருவ காலச் சுட்டெண்:**

அடிப்படைப் காலம் அல்லது கருத்திற் கொள்ளப்படும் காலத்தை அடிப்படை யாகக் கொள்ளாது வேறு வகைப் பருவகாலமொன்றில் அல்லது பல பருவ காலங்களின் சராசரியின் அடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டு விலை அல்லது கணியச் சுட்டெண் கணிப்பிடப்படும்.

வகைப் பருவகால விலைச் சுட்டெண் 
$$Tp_{n/o} = \left(\frac{\sum p_n q_t}{\sum p_0 q_t}\right) \times 100$$

$p_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$p_0$  - அடிப்படைப் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் விலை.

$q_t$  - வகைப் பருவகாலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

வகைப் பருவகாலக் கணியச் சுட்டெண் 
$$Tq_{n/o} = \left(\frac{\sum q_n p_t}{\sum q_0 p_t}\right) \times 100$$

$q_n$  - கருத்திற் கொள்ளப்படும் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

$q_0$  - அடிப்படைப் பருவ காலத்தின் பொருள்களின் அளவு.

$p_t$  - வகைப் பருவகாலத்தின் பொருள்களின் விலை.

**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.5:** வாழ்க்கைச் செலவுகளை அளவிடுவதற்குப் பொருத்தமான நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் ஒன்றைக் கணிப்பிடுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்களை விளக்குவார்.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் ஒன்றைக் கட்டியெழுப்பும்போது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய காரணிகளை விளக்குவார்.
- நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணைக் கட்டியெழுப்புவதற்கான படிமுறைகளை ஒழுங்கு படுத்துவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளினூடாக நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடுவார்.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்களின் பயன்களை விளக்குவார்.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கட்டியெழுப்பும்போது உருவாகின்ற பிரச்சினை களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- மாணவர்கள் அறிந்துள்ள விலைச் சுட்டெண்கள் தொடர்பில் அவர்களிடம் கேட்கவும்.
- மாணவர்களிடமிருந்து கிடைக்கும் விடைகளைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
- கரும்பலகையில் குறிக்கப்பட்ட விலைச் சுட்டெண்களில் நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் களைக் குறிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- மாணவர்களினால் குறிப்பிடப்பட்ட விலைச் சுட்டெண்களில் நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் காணப்படாவிடின் இலங்கையில் தயாரிக்கப்படுகின்ற பின்வரும் நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்களைக் கரும்பலகையில் எழுதிக் காட்டவும்.
  - கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் (CCPI)
  - இலங்கை நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் (SLCPI)
  - பாரிய கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் (GCCPI)
- மேற்குறிப்பிட்ட நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்களைத் தயாரிக்கின்ற நிறுவனங்கள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் வினவவும்.
- அந்த ஒவ்வொரு சுட்டெண்களிலும் உள்ளடக்கப்படுகின்ற நுகர்வுப் பொருட்களின் வகைகள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
- கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணில் உணவு, குடிபான வகைகள், ஆடையணிகள், வீட்டு வாடகை, எரிபொருள், ஏனையன போன்ற தலைப்புக்களின் கீழ் சகல நுகர்வுப் பொருட்களும் வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இலங்கையில் நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்களில் உள்ளடக்கப்படும் உருப்படிகளை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.
- பாரிய கொழும்பு விலைச்சுட்டெண்ணில் உள்ளடக்கப்படும் உருப்படிகளை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.

- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.
- தங்குமிட அலகொன்று தமது பாவனைக்காகப் பொருட்கள் அல்லது சேவைப் புகளை பெற்றுக் கொள்வதற்காகச் செலுத்தப்படும் விலை இறுதி நுகர்வுச் செலவு எனப்படுமென
- இறுதிப் பாவனைக்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மாற்றத்தினை அளவிடுவதற்கு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் தயாரிக்கப்படுகின்ற தென
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைத் தயாரிக்கும்போது உருப்படிகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவத்தின் அடிப்படையில் நிறையளித்தல் மேற்கொள்ளல் முக்கியமானதென.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கட்டியெழுப்புவதற்குப் பல்வேறு படிமுறை களைப் பின்பற்றுதல் முக்கியமானது என.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணினால் பல்வேறு நன்மைகள் காணப்படுகின்றதென.
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணொன்றைத் தயாரிப்பதனை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் படிப்படியாக மாணவர்களை நெறிப்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

- பாடசாலை மாணவர்களுக்காக நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் ஒன்றைத் தயாரிக்க வேண்டியுள்ளது என்பதை அவர்களுக்குத் தெரிவிக்கவும்.
- இதற்குத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுகின்ற சமூகத் தொகுதி தமது வகுப்பு மாணவர்களே மாதிரி என மாணவர்களுக்கு அறிவிக்கவும்.
- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் நுகர்வு செய்கின்ற பாடசாலைப் பொருட்களின் பட்டிய லொன்றை மாணவர்களிடம் கேட்டுக் கரும்பலகையில் எழுதவும்.
- அவற்றைப் புத்தகம் கொப்பிகள், பேனை பென்சில்கள், ஏனையவைகள் என மூன்றாக வகைப்படுத்தவும்.
- அவற்றின் விலைகளை மாணவர்களிடம் கேட்டு அக்குறிப்பிட்ட உருப்படியின் முன்னால் அவ்விலைமட்டங்களைக் கரும்பலகையில் எழுதவும்.
- ஒவ்வொரு வகைகளினதும் இடைவிலை மட்டங்களை வெவ்வேறாகக் கணிப்பிட்டு இடை விலைமட்டங்கள் மூன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் வருடமொன்றைக் கருதுகோளாகக் குறிப்பிட்டு, அந்த ஒவ்வொரு பொருளிிற்கும் அடிப்படை வருடத்திற்கான கருதுகோள் விலைகள் மூன்றினை முன்வைக்கவும்.
- மாணவர்களின் கருத்துக்களைப் பெற்று மூன்று பொருட்களுக்குமான பொருத்தமான நிறையளித்தல்களை வீதமொன்றாகத் தீர்மானிக்கவும்.

- மேலே குறிப்பிட்ட கலந்துரையாடலில் பெற்றுக் கொண்ட மற்றும் பயன்படுத்திய கருதுகோள் தரவுகளுக்கேற்ப பின்வரும் முறையிலான அட்டவணையொன்றை மாணவர்களைக் கொண்டு பூரணப்படுத்தவும்.

உருப்புகள்	அடிப்படை ஆண்டின் விலை $p_o$	நடப்பாண்டு விலை $p_n$	எளிய விலைச் சார்பு $p_n/p_o$	நிறையளித்தல் $w$	விலைச்சார்பு × நிறை $(p_n/p_o) \times w$
புத்தகம் கொப்பிகள்	.....	.....	.....	.....	.....
பேனை பென்சில்	.....	.....	.....	.....	.....
ஏனையவை	.....	.....	.....	.....	.....

- பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணையின் (விலைச்சார்பு × நிறை) நிரலின் கூட்டுத்தொகையினை நிறையளித்தல் நிரலின் மொத்தத்தால் பிரித்து 100 இனால் பெருக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- கிடைத்த பெறுமதி பாடசாலைப் பொருட்களின் நுகர்வு விலைச் சுட்டெண் எனக் குறிப்பிடலாம் எனக் கூறவும்.
- நுகர்வு விலைச்சுட்டெண்ணைச் சூத்திரமொன்றாக முன்வைக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அச்சூத்திரம் பின்வருமாறு காணப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\text{நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்} = \frac{\sum[(p_n/p_o)W_i]}{\sum W_i}$$

வழங்கப்பட்டுள்ள தரவுகளின் உதவியுடன் நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

## செயற்பாடு - 2

நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணைக் கணிப்பதற்குப் பெற்றுக் கொண்ட தரவுகளின் தொகுதி கீழே தரப்படுகின்றது.

பொருட்கள்	2005 இல் சராசரி விலை	2016 இல் சராசரி விலை	நிறையளித்தல்
உணவும் குடிபானங்களும்	300	500	4
ஆடை அணிகள்	600	1 200	2
எரிபொருட்களும் மின்சாரமும்	500	800	1
வீட்டு வாடகை	600	600	1
ஏனையவை	200	400	2

- 2005 ஆம் வருடத்துடன் ஒப்பீட்டு 2016 ஆம் ஆண்டின் நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணைக் கணிக்க.
- உங்களது விடையினைத் தெளிவுபடுத்தவும்.



**தீர்வு: (செயற்பாடு - 2)**

உருப்புகள்	விலைச்சார்பு $\frac{P_n}{P_o}$	$P_n / P_o \times w$ விலைச்சார்பு / நிறையளித்தல்
உணவும் குடிபானங்களும்	(500/300) = 1.67	1.67 × 4 = 6.68
ஆடை அணிகள்	(1200/600) = 2.00	2.00 × 2 = 4.00
எரிபொருட்களும் மின்சாரமும்	(800/500) = 1.60	1.60 × 1 = 1.60
வீட்டு வாடகை	(600/600) = 1.00	1.00 × 1 = 1.00
ஏனையவை	(400/200) = 2.00	2.00 × 2 = 4.00
		மொத்தம் 17.28

$$\begin{aligned} \text{நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்} &= \frac{\sum(P_n / P_o \times w)}{\sum w} \times 100 \\ &= \frac{17.28}{10} \times 100 \\ &= \underline{\underline{172.8}} \end{aligned}$$

2005 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2016 ஆம் ஆண்டின் நுகர்வுச் செலவு 72.8%த்தினால் அதிகரித்துள்ளது.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- நுகர்வுப் பொருட் தொகுதியொன்றின் விலை மட்டமானது ஏதாவது அடிப்படையாண்டொன்றுடன் ஒப்பிட்டு மாற்றத்தினை வீதமொன்றாக அளவிடுவதற்காகப் பயன்படுத்துகின்ற அளவீடு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.
- தங்குமிட அலகொன்றினால் தனது தேவைக்காக நேரடியாகப் பொருட்கள் மற்றும் சேவைகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகச் செலுத்தப்படுகின்ற விலை மட்டங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் கணிக்கப்படும்.
- தெரிவு செய்யப்பட்ட சனத்தொகைப் பிரிவு, தெரிவு செய்யப்பட்ட பொருட் தொகுதி மற்றும் குறித்த அளவு என்பவற்றைக் குறித்த அடிப்படையாண்டொன்றின் சார்பாகக் குறிப்பிட்ட காலமொன்றின் விலைமட்டங்களில் இடம்பெறுகின்ற வீத ரீதியான மாற்றத்தினை அளவிடல் நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் மூலம் இடம்பெறும்.
- இதற்கேற்பக் காலம் அல்லது புவியியல் அமைவிடம் என்பவற்றிற்கேற்ப நுகர்வுப் பொருட் தொகுதியின் விலை மாற்றத்தினை அளவிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற அளவீடு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் என எளிமையாகக் குறிப்பிடலாம்.
- வேறொரு வகையில் குறிப்பிடுவதாயின் நுகர்வோரினால் பயன்படுத்தப்பட்ட பொருட்கள், சேவைகளுக்குச் செலுத்தப்பட்ட விலைகளில் இடம்பெறுகின்ற மாற்றங்களை அளவிடுகின்ற சுட்டெண் நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணாகும்.

- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களில் சில பின்வருமாறு:
  - சனத்தொகை தொகுதியொன்றின் வாழ்க்கைத் தரத்தினை அளவிடுவதற்கு
  - ஊழியர்களின் சம்பளச் சீராக்கங்களை விலைமட்டத்தின் அடிப்படையில் மேற்கொள்வதற்கு
  - பண அலகொன்றின் செயற்பாட்டுச் சக்தியினை அளவிடுவதற்கு
  - நிறுவனங்களின் சம்பளக் கொள்கையினை ஒழுங்குபடுத்துவதற்கு
- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணைக் கட்டியெழுப்பும்போது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய விடயங்கள் கீழே தரப்படுகின்றது.
  - (1) சுட்டெண்ணின் நோக்கத்தைத் தெளிவாக அறிந்து கொள்ளல்.  
சுட்டெண் எச் சனத்தொகைப் பிரிவினரின், எந் நுகர்வுப் பொருட்களின் கூட்டத்தினரின் விலை மாற்றங்களைக் காட்டவதற்கானது என்பது
  - (2) சனத்தொகைப் பிரிவினரைத் தெரிவு செய்தல்.  
சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடுவதற்கான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற சனத்தொகைப் பிரிவு எது? என்பது
  - (3) பண்டங்களின் தொகுதியினைத் தெரிவு செய்தல்.  
தெரிவு செய்த சனத்தொகைப் பிரிவினர் நுகர்வு செய்கின்ற சகல உருப்படி களையும் சுட்டெண்ணில் உள்ளடக்க முடியாமையினால் சனத்தொகைப் பிரிவினரின் கூடுதலானோர் நுகரும் பொருள் மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்தல் வேண்டும்.
  - (4) பொருத்தமான அடிப்படை ஆண்டொன்றைத் தெரிவு செய்தல்.  
விலை மட்டங்களை ஒப்பிடுவதனை மிகச் சிறந்த முறையில் செய்யக்கூடிய அடிப்படை ஆண்டொன்றினைத் தெரிவு செய்தல் மிக முக்கியமானதாகும். எந்த வருடம் அதற்குப் பொருத்தமானது என்பதைக் கவனித்தல் வேண்டும். அசாதாரண நெருக்குதல்கள் இல்லாமல் பொருளாதார ரீதியில் மாற்றங்கள் குறைவான நிலையான ஆண்டொன்றைத் தெரிவு செய்யாவிடின் ஒப்பிடல் திரிவுபடும்.
  - (5) நிறையிடலைத் தீர்மானம் செய்தல்.  
ஒவ்வொரு உருப்படிகளினதும் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டெண்ணினுள் வெளிப்படுத்துவதற்காக நிறையளித்தல் பயன்படுத்தப்படும். வீட்டு ஆய்வின் மூலம் நுகர்வுச் செலவுகளை வீதமொன்றாகக் கவனத்தில் கொண்டு நிறையளித்தலை மேற்கொள்ள முடியும்.
  - (6) சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடும் முறையினைத் தீர்மானித்தல்.  
சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடுவதற்குப் பல்வேறு சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்த முடியும். இலாஸ்பியர், பாசே, பிசர் போன்ற பல்வேறு நுட்ப முறைகளில் தகவல்களைச் சேகரித்தல், கணிப்பிடலின் இலகுதன்மை என்பவற்றின் காரணமாக இலங்கையில் தயாரிக்கப்படுகின்ற அனைத்து நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்களும் இலாஸ்பியர் முறையினைப் பயன்படுத்தியே தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

- நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் ஒன்றைத் தயாரிக்கும் படிமுறைகள் பின்வருமாறு:

**படிமுறை 1:**

நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணின் நுகர்வுப் பண்ட வகைகளில் சில உள்ளடக்கப்படும். அந்த ஒவ்வொரு வகைகளினதும் விலைச் சார்பானது வெவ்வேறாகக் கணிக்கப்படல் வேண்டும். உதாரணமாக உணவு, குடிபானங்களின் விலைச்சார்பு, ஆடை அணிகளின் விலைச்சார்பு போன்ற முறைகளில் ( $p_n/p_o$ ).

**படிமுறை 2:**

ஒவ்வொரு பொருள் வகையினதும் விலைச் சார்பிற்காக நிறையளித்தல், வீட்டினை ஆய்வு செய்து பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட தகவல்களின் அடிப்படையில் அவற்றின் செலவு வீதம் அல்லது வேறு ஏதாவது காரணியொன்றின் அடிப்படையில் பொருத்தமான நிறையளித்தலை மேற்கொள்ளல் வேண்டும்.

**படிமுறை 3:**

விலைச் சார்பிற்கு ஏற்ப நிறையளித்தலினால் பெருக்குதல்.

$$\left( \frac{p_n}{p_o} \times w \right)$$

**படிமுறை 4:**

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட 3 படிமுறைகளில் பெற்றுக் கொண்ட பெருக்குதல்களின் கூட்டுத்தொகையினை நிறையளித்தலின் மொத்தத்தினால் பிரித்து வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடலாம்.

$$\frac{\sum p_n/w \cdot w}{\sum w} \times 100 \quad \text{அல்லது} \quad \left( \frac{\sum p_n w}{\sum w} \times 100 \right)$$

- சுட்டெண்களின் வரையறைகளில் சில பின்வருமாறு:
  - (1) சுட்டெண்ணின் பெறுமதியானது ஏற்றத் தாழ்வுகளற்ற பூரணமான பெறுமதியல்லாது கிட்டியதாகக் கணிப்பிடப்படுகின்ற பெறுமதியாகும்.
  - (2) சுட்டெண்களைக் கட்டியெழுப்பும் படிமுறைகளின்போது தனிநபர் ஆதிக்கம் (மாதிரியல்லாத வழக்கள்) ஏற்படலாம்.
  - (3) மாதிரி (பொருள் தொகுதி அல்லது தெரிவு செய்த சனத்தொகைப் பிரிவு) மூலம் குடியினை மிகச் சிறப்பாக வெளிப்படுத்தப்படாதவைகளாகக் காணப்பட (மாதிரி வழக்கள்) முடியும்.
  - (4) தரவுகளின் உண்மைத் தன்மை மாத்திரமன்றி நம்பகத்தன்மை தொடர்பிலும் பிரச்சினைகள் உருவாகலாம்.
  - (5) சுட்டெண்களைக் கணிப்பிடல் சிக்கலான செயன்முறையொன்றாகும்.

**தேர்ச்சி 11.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 11.6:** சுட்டெண்களின் செயற்பாட்டு ரீதியான பயன்களை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சுட்டெண் ஒன்றின் அடிப்படை ஆண்டில் மாற்றம் செய்து மீண்டும் கணிப்பதன் தேவைப்பாட்டினை விளக்குவார்.
- வழங்கப்பட்ட சுட்டெண் தொடரொன்றின் அடி ஆண்டில் மாற்றம் செய்து மீண்டும் கணிப்பிடுவார்.
- சுட்டெண்களைப் பயன்படுத்தி வழங்கப்பட்டுள்ள நிதிப் பெறுமானங்களை மெய்ப் பெறுமானங்கள் எனும் நிலைக்கு மாற்றுவார்.
- மெய்ப் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்மானங்கள் எடுப்பார்.
- இலங்கையில் பயன்படுத்தப்படுகின்ற சுட்டெண்களைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- ஒவ்வொரு சுட்டெண் தொடர்பாகவும் தனித்தனியாக விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சுட்டெண் தொடர் இரண்டை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து அல்லது கரும்பலகையில் குறித்துக் காட்டி கீழே தரப்பட்டுள்ள விடயங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களிடம் கேட்டறிந்து அவர்களுடன் கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.

**நெல் விலைச் சுட்டெண் 2000 ஆம் ஆண்டு = 100**

2010	2011	2012	2013	2014
180	200	225	250	300

**அரிசி விலைச் சுட்டெண் 2005 ஆம் ஆண்டு = 100**

2010	2011	2012	2013	2014
110	130	140	160	200

- (1) மேலே குறிப்பிடப்பட்ட சுட்டெண்களை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும் பொழுது நெல்லிற்கான விலைச் சுட்டெண்ணை விட அரிசியின் விலைச் சுட்டெண் கீழ்மட்டப் பெறுமானத்தை எடுத்துள்ளது என நீங்கள் கருதுகின்றீரா?
- (2) ஐந்து வருடங்களை அவதானிக்கும் பொழுது நெல்லிற்கான விலையிலா அல்லது அரிசியிற்கான விலையிலா உயர் வளர்ச்சியொன்று காட்டப்படுகின்றது.
- (3) 2010 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது 2014 ஆம் ஆண்டில் நெல்லின் விலையில் அதிகரிப்பும் 2010 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும் போது 2014 ஆம் ஆண்டின் அரிசி விலையின் அதிகரிப்பினையும் ஒப்பிடுங்கள்.
- (4) மாணவர்களிடம் வினவப்பட்ட மேற்குறிப்பிடப்பட்ட 1, 2, 3 ஆகிய விடயங்கள் தொடர்பாக அவர்களினால் வழங்கப்படும் விடைகள், கருத்துக்கள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்தி பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.

- நெல்லிற்கான விலைச் சுட்டெண்ணின் அடி ஆண்டு 2000 ஆகவும், அரிசியின் விலைச் சுட்டெண்ணின் அடி ஆண்டு 2005 ஆகவும் இருப்பதனாலும், அடி ஆண்டு எனும் வகையில் ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட விலைச் சுட்டெண்களை ஒப்பிடுதல் சிரமமாக இருப்பதனால் மேற்குறிப்பிடப்பட்ட 1, 2, 3 ஆகிய வினாக்களுக்கான விடையினை வழங்குதல் சிரமமானது.
- இச்சுட்டெண்கள் இரண்டிற்கும் குறித்த ஒரு வருடத்தினை அடியாண்டாகக் கருதி சுட்டெண் பெறுமானங்களை மீண்டும் கணிப்பிடும் பொழுது மேற்குறிப்பிடப்பட்ட 1, 2, 3 ஆகிய வினாக்களுக்கு விடையினை வழங்குவது இலகுவானது.
- இச்சுட்டெண் இரண்டினதும் அடி ஆண்டு 2010 ஆகக் கருதப்படுமாயின் 2010 ஆம் ஆண்டிற்கான சுட்டெண்கள் இரண்டினதும் பெறுமானம் 100 ஆகக் கருத முடியும்.
- இதற்கேற்ப ஏனைய வருடங்களினதும் சுட்டெண்களின் பெறுமானங்களையும் பின்வருமாறு புதிய அடியாண்டிற்கமையக் கணிக்க முடியும்.

$$\text{புதிய அடியாண்டிற்கமையச் சுட்டெண் பெறுமானம்} = \frac{\text{கணிக்கப்படும் ஆண்டின் பழைய சுட்டெண்}}{\text{புதிய அடி ஆண்டின் பழைய சுட்டெண்}} \times 100$$

- 2010 ஆம் ஆண்டை அடியாண்டாகக் கருதி 2010 - 2014 ஆண்டு வரையில் நெல், அரிசி என்பவற்றிற்கான விலைச் சுட்டெண் பெறுமானங்களை மீண்டும் கணிப்பிட்டு சுட்டெண் தொடர் இரண்டினையும் முன்வைக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- புதிய அடியாண்டான 2000த்திற்கமையக் கணிக்கப்பட்ட சுட்டெண் தொடர் இரண்டினையும் ஒப்பிட்டு மேல் குறிப்பிடப்பட்ட 1, 2, 3 ஆகிய வினாக்களுக்கான விடையினை வழங்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- நெல்லின் விலைச் சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 2010 எனக் கருதி மீண்டும் கணிப்பீடு செய்தல்.

$$2010 = \frac{180}{180} \times 100 = 100$$

$$2011 = \frac{200}{180} \times 100 = 111.11$$

$$2012 = \frac{225}{180} \times 100 = 125$$

$$2013 = \frac{250}{180} \times 100 = 138.80$$

$$2014 = \frac{300}{180} \times 100 = 166.67$$

- அரிசியின் விலைச் சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 2010 எனக் கருதி மீண்டும் கணிப்பிடல்.

$$2010 = \frac{110}{110} \times 100 = 100$$

$$2011 = \frac{130}{110} \times 100 = 118.18$$

$$2012 = \frac{140}{110} \times 100 = 127.27$$

$$2013 = \frac{160}{110} \times 100 = 145.45$$

$$2014 = \frac{200}{110} \times 100 = 181.82$$

**விடை:**

- (1) ஒரே அடியாண்டிற்கமைய இரு சுட்டெண்களிலும் அவதானம் செலுத்தும் பொழுது நெல்லின் விலைச் சுட்டெண்களை விட அரிசியின் விலைச் சுட்டெண்கள் அனைத்தும் உயர் பெறுமானங்களை எடுத்துள்ளன.
- (2) 2010 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டு ஒவ்வொரு ஆண்டினதும் விலை அதிகரிப்பு பின்வருமாறு காணப்பட்டுள்ளது.

ஆண்டு	2011	2012	2013	2014
நெல்லிற்கான விலைச் சுட்டெண் (%)	+11.11	+25	+38.89	+66.67
அரிசியின் விலைச் சுட்டெண் (%)	+18.18	+27.27	+45.45	+81.82

இதற்கமைய சகல ஆண்டுகளினதும் விலையில் அரிசியின் விலையே உயர்ந்து செல்லும் போக்கை காட்டுகின்றது.

வழங்கப்பட்ட சுட்டெண் தொடரொன்றின் அடிப்படை ஆண்டில் மாற்றம் செய்து மீண்டும் கணிப்பிடுவதற்காக மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 1**

2005 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு கணிப்பிடப்பட்டிருக்கும் பின்வரும் சுட்டெண்களை 2010த்தினை அடியாண்டாகக் கருதி மீளக் கணிப்பீடு செய்யவும்.

ஆண்டு	2005	2009	2010	2013	2016
சுட்டெண்	100	220	250	300	550

**தீர்வு (செயற்பாடு - 1)**

2010 ஐ அடி ஆண்டாகக் கருதி ஒவ்வொரு வருடத்திற்குமான சுட்டெண் பெறுமானங்கள்

$$2005\text{ற்காக} \quad \frac{100}{250} \times 100 = 40$$

$$2009\text{ற்காக} \quad \frac{220}{250} \times 100 = 88$$

$$2010\text{ற்காக} \quad \frac{250}{250} \times 100 = 100$$

$$2013\text{ற்காக} \quad \frac{300}{250} \times 100 = 120$$

$$2016\text{ற்காக} \quad \frac{550}{250} \times 100 = 220$$

- நிதிப் பெறுமானங்களை மெய்ப் பெறுமானங்களாக மாற்றம் செய்வதை விளக்குவதற்காகப் பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - 2000 ஆம் ஆண்டில் பாணொன்றின் விலை ரூபா 25 ஆகும்.  
2015 ஆம் ஆண்டில் பாணொன்றின் விலை ரூபா 50 எனவும் கருதுக.
  - 2000 ஆம் ஆண்டின் நாளாந்தச் சம்பளமாக ரூபா 100 ஐப் பெற்ற தொழிலாள ரொருவர் அதன் மூலம் கொள்வனவு செய்யக்கூடிய பாண்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
  - 2015 ஆம் ஆண்டில் நாளாந்தச் சம்பளமாக ரூபா 200 ஐ ஊழியரொருவர் பெற்றுக் கொள்வாராயின் இதன் மூலம் அவரால் கொள்வனவு செய்யக்கூடிய பாண்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
  - 2000 ஆம் ஆண்டில் ஊழியரின் நாளாந்தச் சம்பளத்தை பாண்களின் எண்ணிக்கையினால் குறிப்பிட முடியுமா?
  - 2015 ஆம் ஆண்டின் ஊழியரின் அன்றாடச் சம்பளத்தை பாண்களின் எண்ணிக்கையினால் குறிப்பிடுவதாயின் அது எவ்வளவாக இருக்கும்?
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலை நடத்தவும்.
  - தொழிலாளர்களின் நாளாந்தச் சம்பளத்தை நிதிப் பெறுமானமாகக் கருதும்பொழுது 100% த்தினால் அது உயர்வடைந்துள்ளது.
  - எனினும் கொள்வனவு செய்யக்கூடிய பாண்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வித மாற்றமும் ஏற்படவில்லை.
  - பண அலகொன்றினால் கொள்வனவு செய்யக்கூடிய பொருள் அல்லது சேவைகளின் அளவு அப்பண அலகின் மெய்ப் பெறுமானம் எனப்படும் என விளக்கவும்.
  - அதற்கமைய தொழிலாளரின் மெய்ச் சம்பளம் 2000 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும் போது 2015 ஆம் ஆண்டில் ரூபா 100 ஆகும்.
- பின்வரும் ஆலோசனைகளை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - 2000 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டு 2015 ஆம் ஆண்டின் பாணின் விலைச் சார்புச் சுட்டெண்ணைக் கணிப்பிடுக.
  - 2015 ஆம் ஆண்டின் தொழிலாளருக்குக் கிடைத்த நாளாந்தச் சம்பளத்தை பாணின் விலைச் சார்புச் சுட்டெண்ணால் வகுக்கவும்.
  - உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற விடை தொடர்பில் பகுப்பாய்வு செய்க.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.
  - பண ரீதியான பெறுமதிக்கமைய மெய்ப் பெறுமதியினை கணிப்பிடுவதற்காகப் பொருள்கள் சேவைகளின் விலை மட்ட மாற்றங்கள் முக்கியமானது என.
  - இதனால் பண ரீதியான பெறுமதியின் மெய்ப் பெறுமானங்களை விலைச் சுட்டெண்ணைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பிட முடியும் என.

- பண ரீதியான பெறுமதியினை விலைச் சுட்டெண்ணால் வகுப்பதன் மூலம் (சுருக்குதல்) மெய்ப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என.
- வணிகத் துறையில் மட்டுமன்றி சாதாரண வாழ்க்கையிலும் கூட பல்வேறு தீர்மானங்களை எடுப்பதற்கு மெய்ப் பெறுமானக் கணிப்பீட்டினைத் துணையாகக் கொள்ள முடியும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சமகாலத்தில் காணப்படும் அடி ஆண்டிற்குப் பதிலாக வேறொரு வருடத்தை அடியாண்டாகக் கருதி சுட்டெண்களை மீளக் கணிப்பீடு செய்து பார்த்தல் சுட்டெண்ணின் அடிப்படை ஆண்டினை மாற்றி மீளக் கணிப்பிடல் எனப்படும்.
- இவ்வாறு அடி ஆண்டினை மாற்றி மீளக் கணிப்பிடுவதன் முக்கியத்துவமாக அமைவது,
  - (1) ஒன்றுடன் ஒன்று வேறுபட்ட அடி ஆண்டுகளைக் கொண்ட சுட்டெண்களின் இரு தொடர்களை ஒப்பிடுவதற்கும்.
  - (2) மிகப் பழைய அடியாண்டிற்குப் பதிலாக அண்மைக்கால அடியாண்டின்படி சுட்டெண்களின் பெறுமதியினை வெளிப்படுத்துவதற்குமாகும்.
- பின்வருமாறு புதிய அடியாண்டிற்கமையச் சுட்டெண்களின் பெறுமதியினைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$\text{புதிய அடியாண்டிற்கமையச் சுட்டெண்} = \frac{\text{கணிப்பிடப்படும் வருடத்தின் பழைய சுட்டெண்}}{\text{புதிய அடியாண்டின் பழைய சுட்டெண்}} \times 100$$

- பண ரீதியான பெறுமதியில் உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும் விலை மாற்றங்களின் தாக்கங்களை அகற்றுதலானது பண ரீதியான பெறுமதியினை மெய்ப் பெறுமானமொன்றாக மாற்றம் செய்தல் எனக் கூறப்படும்.
- பண ரீதியான பெறுமதியினை விலைச் சுட்டெண்ணால் பிரிப்பதன் மூலம் மெய்ப் பெறுமானமாக மாற்றுதல் சுருக்குதல் எனப்படும்.
- விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களை கவனத்திற் கொள்ளாது பண ரீதியாக மாத்திரம் அளவிடப்படும் வருமானம் பண வருமானம் எனப்படுவதுடன் அப்பண வருமானத்தை நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்ணால் சுருக்குவதன் மூலம் மெய் வருமானத்தைக் கணிப்பிட முடியும்.
- எந்தவொரு பணரீதியான பெறுமதியினையும் மெய் ரீதியான பெறுமதியொன்றாகப் பின்வருமாறு மாற்றம் செய்ய முடியும்.

$$\text{மெய்ப் பெறுமதி} = \frac{\text{பணரீதியான பெறுமதி}}{\text{விலைச் சுட்டெண் பெறுமதி}} \times 100$$

- பண ரீதியான பெறுமதியினை விலைச் சுட்டெண்ணின் மூலம் சுருக்கி மெய்ப் பெறுமதியாக மாற்றம் செய்யும் முறைக்காக நடைமுறையில் பயன்படுத்தப்படும் சில சந்தர்ப்பங்கள் பின்வருமாறு:
  - ஊழியர்களின் பணரீதியான சம்பளத்திற்கேற்ப மெய்ச் சம்பளத்தைக் கணிப்பிட்டுக் காட்டுதல்.
  - பண அலகொன்றின் (ரூபா) கொள்வனவு செய்யும் ஆற்றலை வருடா வருடம் அளவிட்டுக் காட்டுதல்.



- பணத்தின் கொள்வனவு ஆற்றலை அளவிடுவதன் மூலம் பொருளாதாரத்தின் பண வீக்கத்தை அறிய முடிதல், நிறுவனங்களின் சம்பளக் கொள்கையினை ஒழுங்குபடுத்துவதற்கான உதவியினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல், பொருள்கள் சேவைகளுக்குக் காணப்படும் கேள்வியினைத் தீர்மானிப்பதற்குப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் அரசிற்குப் பொருளாதாரக் கொள்கையினை ஒழுங்கமைப்பதற்கு வழிகாட்டல் போன்றவற்றிற்கு முக்கியமானதாகும்.
- நடைமுறை விலையினடிப்படையில் மொத்தத் தேசிய உற்பத்தியையும் நிலையான விலையினடிப்படையில் மொத்த தேசிய உற்பத்தியையும் அளவிட்டுக் காட்ட முடியும்.
- இலங்கையில் பயன்படுத்தப்படும் சுட்டெண்கள் தொடர்பான தகவல்கள் பின்வருமாறு:

#### **தேசிய நுகர்வோன் விலைச்சுட்டெண்:**

- நுகர்வுப் பொருள்களின் விலை மாற்றங்களை அளவிடுவதற்குத் தற்காலத்தில் இலங்கையில் பயன்படுத்தப்படும் விலைச் சுட்டெண்ணாகும்.
- பொருள்கள் சேவைகளின் 407 உருப்படிகளை 105 துணை வகைகளின் கீழ் 12 பிரதான தொகுதிகளாக வகைப்படுத்தி இச்சுட்டெண் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- இங்கு உணவு வகைகளுக்கு 44.04 உம் உணவல்லாத ஏனைய வகைகளுக்கு 55.96 உம் என நிறை இடப்பட்டுள்ளது.
- இச்சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 2013 ஆகும்.
- சுட்டெண்ணானது குடித்தொகை மதிப்பீட்டுப் புள்ளிவிபரத் திணைக்களத்தினால் மாதாந்தம் கணிப்பிடப்பட்டு வெளியிடப்படுகிறது.
- சுட்டெண்ணைக் கணிப்பதற்காக 9 மாகாணங்களையும் உள்ளடக்கியதாகத் தரவுகள் பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.

#### **மொத்த விலைச் சுட்டெண்:**

- உற்பத்தியாளரினால் ஆரம்ப நிலைச் சந்தையில் விநியோகிக்கப்படும் பொருள்களின் விலை மட்ட மாற்றங்களை அளவிடுவதற்காக பயன்படுத்தப்படும் விலைச் சுட்டெண்ணாகும்.
- 81 பொருள்களின் வகைகளை 13 பிரதான தொகுதிகளாக வகைப்படுத்தி இச் சுட்டெண் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- இங்கு உணவு உற்பத்திகளுக்கு 67.8% நிறை இடப்பட்டுள்ளது.
- இச்சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 1974 ஆகும்.
- இலங்கை மத்திய வங்கியினால் இச்சுட்டெண் கணிப்பிடப்படுகின்றது.

#### **அனைத்துப் பங்கு விலைச் சுட்டெண்:**

- கொழும்புப் பங்குச் சந்தையில் பட்டியல்படுத்தப்பட்டுள்ள அனைத்துப் பொதுக் கம்பனிகளினதும் பங்குகளின் விலை மட்ட மாற்றங்களைக் கணிப்பிடும் சுட்டெண்ணாகும்.
- சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 1985 ஆகும்.

**s & p 20 சுட்டெண்:**

- கொழும்புப் பங்குச் சந்தையில் பட்டியல்படுத்தப்பட்ட பொதுக் கம்பனிகளின் சந்தை மூலதனமாக்கல் திரவத்தன்மை, நிதிஇயலுமை என்பவற்றின் அடிப்படையில் 20 கம்பனிகளை மாதிரிகளாக எடுத்துத் தயாரிக்கப்படும் சுட்டெண்ணாகும்.
- இதற்கமைய முதன்மை நிலைக் கம்பனிகள் 20 இன் பங்குகளின் விலை மட்ட மாற்றங்களை அளவிடுவதற்காக இச்சுட்டெண் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- இச்சுட்டெண்ணின் அடியாண்டு 2012 ஆக இருப்பதுடன் அடியாண்டின் சுட்டெண்ணின் பெறுமதி 1000 மாகக் கருதப்படும்.

**கவனிக்கவும்:-**

செயற்பாட்டு ரீதியாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற இவ்வாறான விலைச் சுட்டெண்கள் தொடர்பான மேலதிக விளக்கத்தினை மாணவர்கள் பெற வழிகாட்டவும். அவ் ஒவ்வொரு சுட்டெண்களினதும் அண்மைக் காலப் பெறுமானங்களைச் சேகரிக்கச் செய்யவும்.